



# Stabilité et atomisation des nappes liquides

Nicolas Bremond

## ► To cite this version:

Nicolas Bremond. Stabilité et atomisation des nappes liquides. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université de Provence - Aix-Marseille I, 2003. Français. NNT : . tel-00011518

**HAL Id: tel-00011518**

**<https://theses.hal.science/tel-00011518>**

Submitted on 1 Feb 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE PROVENCE - AIX-MARSEILLE I

**THESE**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE PROVENCE**

Spécialité : Systèmes Complexes

Ecole doctorale : Mécanique, Physique et Modélisation

Préparée à l'Institut de Recherche sur les Phénomènes Hors Equilibre

Présentée et soutenue publiquement

par

**Nicolas BREMOND**

le 22 octobre 2003

**STABILITE ET ATOMISATION  
DES NAPPES LIQUIDES**

Directeur de thèse :

Emmanuel VILLERMAUX

---

**JURY**

M.	C. CLANET	, Examineur
M.	L. HOUAS	, Invité
M.	M. LANCE	, Rapporteur
M.	L. LIMAT	, Rapporteur
M.	D. LOHSE	, Examineur
M.	G. SEARBY	, Président
M.	E. VILLERMAUX	, Directeur de Thèse



Un peu de reconnaissance avant de rentrer dans le vif du sujet.

Je remercie Christophe Clanet qui m'a fait découvrir la mécanique des fluides expérimentale au cours de mon stage de maîtrise. J'y ai tellement pris goût, qu'après un détour par l'océan je suis revenu signer pour trois ans. Ce joli sujet de thèse me fut proposé conjointement avec Emmanuel Villermaux. Je remercie Emmanuel qui m'a permis de voyager et de continuer ma formation au plat pays. J'ai apprécié nos discussions scientifiques passionnantes et passionnées en duos ou en trio, marquées au feutre et à la craie.

Je remercie les membres du jury qui se sont intéressés à mes travaux et qui, par leurs remarques et questions, ont permis d'améliorer ce manuscrit.

Merci à Lazhar Houas et Georges Jourdan pour leur accueil et leur efficacité lors des expériences réalisées à l'I.U.S.T.I.

Même s'il m'a demandé de ne pas l'écrire, je remercie énormément Jacky Minelli pour sa patience et son savoir-faire lors de la réalisation des montages expérimentaux. Je n'oublierai jamais ses conseils en maçonnerie et menuiserie qui m'ont été fort utiles pour la construction de l'atelier-garage dans le Var. Mes remerciements vont également à Franck Dutertre et Raymond Vaudo pour leurs coups de mains au cours de cette période d'expérimentateur au Château.

Merci à Geoff Searby pour sa précieuse aide macintoshienne, à Lucienne Bazzali pour la réparation des pots cassés et Judith Hannoun pour sa bonne humeur et son efficacité bibliographique.

Le temps passé au labo aurait été bien morne sans la présence de mes compagnons de labeur, les aînés, Piero, Patrice, Philippe, Benoît, Anne, Marc, François, les plus jeunes, Xabier, Laurent, François, les nouveaux galériens, Virginie, Julien, Benjamin, Christophe, et les volleyeurs, Patrice et Stéphane, sans oublier Delphine, Jean-Paul et Sylvain.

Merci à Anne-Marie pour sa gentillesse et sa bonne humeur, et surtout pour m'avoir sauvé de la canicule.

Spéciale dédicace à tous les secos, Pedro et Steph, Seb, JS et Gaëlle, Fred, Beufa, Luc, Olivier, les luminyens, Olivier, Christophe, Mathi et Sonia, les aixois, Léo, Vincent, Alex et Benoît, et aussi Jérôme, Patrick, Fanny et Adrien.

Un grand merci à tous ceux qui ont réalisé les délicieux gâteaux accompagnant ce liquide pétillant qui fait tourner la tête, Mamie, Sabine et Fabienne, Marjorie, Marilyne, Simona et Philippe.

Je remercie vivement mes parents pour leurs encouragements et leur soutien tout au long de ces trois ans . . . non, en fait depuis que je suis né, et bien sûr Fanny et Laurent, Philémon (l'appartement est très agréable) ainsi que toute la famille.

Mes derniers remerciements sont destinés à ma tendre Jessica qui m'a accompagné et supporté tout au long de ces années passées sur la planète Mars.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Atomisation : état de l'art . . . . .	1
1.1.1	Quelques mécanismes d'atomisation . . . . .	1
1.1.2	Nappes liquides . . . . .	5
1.1.3	Contexte industriel . . . . .	9
1.2	Présente étude . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Nappe liquide formée par l'impact oblique de deux jets</b>	<b>13</b>
2.1	Dispositif expérimental . . . . .	15
2.2	Nappe non fragmentée . . . . .	17
2.2.1	Etat de base . . . . .	17
2.2.2	Perturbation de l'état de base . . . . .	22
2.2.3	Modulations d'épaisseur . . . . .	26
2.2.4	Atomisation . . . . .	34
2.3	Nappe fragmentée . . . . .	37
2.3.1	Angle d'éjection . . . . .	37
2.3.2	Taille des gouttes . . . . .	39
2.3.3	Rendement de l'atomisation . . . . .	43
2.3.4	Origine des modulations d'épaisseur . . . . .	44
2.4	Modélisation de l'état de base . . . . .	47
2.4.1	Modèle . . . . .	47
2.4.2	Forme . . . . .	52
2.4.3	Bord . . . . .	56
2.5	Formation des gouttes . . . . .	58
2.5.1	Angle d'éjection . . . . .	58
2.5.2	Taille des gouttes . . . . .	61
2.5.3	Couplage bord/nappe . . . . .	64
<b>3</b>	<b>Instabilité de cisaillement d'une nappe liquide</b>	<b>71</b>
3.1	Observations . . . . .	72
3.1.1	Formation de la nappe . . . . .	72
3.1.2	Etat de surface . . . . .	73
3.1.3	Amplitude des ondes . . . . .	76

3.2	Lame plane . . . . .	80
3.2.1	Ondes . . . . .	81
3.2.2	Asymétrie et modulation d'épaisseur . . . . .	81
3.3	Etude de l'instabilité . . . . .	86
3.3.1	Analyse linéaire . . . . .	86
3.3.2	Régime stable . . . . .	93
3.3.3	Régime instable . . . . .	97
<b>4</b>	<b>Instabilité de Rayleigh-Taylor en couche mince</b>	<b>101</b>
4.1	Observations . . . . .	101
4.2	Instabilité centrifuge d'un film mince sur une paroi courbée . .	104
4.2.1	Formation et déstabilisation du film . . . . .	104
4.2.2	Etude de l'instabilité . . . . .	106
4.3	Accélération d'un film de savon par une onde de choc . . . . .	112
4.3.1	Choc et film . . . . .	113
4.3.2	Développement de l'instabilité . . . . .	119
4.4	Analyse linéaire de l'instabilité . . . . .	123
4.4.1	Accélération constante . . . . .	123
4.4.2	Accélération impulsionnelle . . . . .	128
<b>5</b>	<b>Atomisation d'une nappe liquide oscillante</b>	<b>137</b>
5.1	Caractérisation de l'atomisation . . . . .	138
5.1.1	Dispositif expérimental . . . . .	138
5.1.2	Taille de la nappe . . . . .	139
5.1.3	Lieu de formation des gouttes . . . . .	143
5.1.4	Vitesse d'éjection des gouttes . . . . .	145
5.1.5	Taille et distribution des tailles de gouttes . . . . .	148
5.2	Scénario d'atomisation : choc de 2 jets avec coalescence . . . .	154
5.2.1	Processus élémentaire . . . . .	154
5.2.2	Expérience modèle . . . . .	155
5.2.3	Analyse du choc . . . . .	157
5.2.4	Mesures et comparaison avec le modèle . . . . .	158
5.2.5	Retour à la nappe libre . . . . .	162
5.3	Origine de l'atomisation . . . . .	165
5.3.1	Déstabilisation transverse de la nappe . . . . .	165
5.3.2	Lieu de brisure . . . . .	168
5.3.3	Taille et vitesse des gouttes . . . . .	173
5.3.4	Cas naturel . . . . .	179
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>183</b>

<b>A</b>	<b>Effets de surface</b>	<b>185</b>
A.0.5	Tension superficielle . . . . .	185
A.0.6	Brisure d'un cylindre liquide . . . . .	187
A.0.7	Ouverture d'une nappe liquide . . . . .	188
A.0.8	Instabilités interfaciales et tension de surface . . . . .	190
<b>B</b>	<b>Production des nappes</b>	<b>195</b>
B.1	Nappe formée à partir d'impacts obliques de jets . . . . .	195
B.1.1	Epaisseur de la nappe . . . . .	195
B.1.2	Profil de vitesse dans les jets . . . . .	198
B.1.3	Instabilité du jet . . . . .	200
B.1.4	Vitesse d'écoulement dans la nappe . . . . .	201
B.2	Nappe axisymétrique . . . . .	203
B.2.1	Formation de la nappe . . . . .	203
B.2.2	Caractéristiques de la nappe . . . . .	204
B.3	Nappe plane . . . . .	207
<b>C</b>	<b>Méthodes de mesures</b>	<b>209</b>
C.1	Visualisation et vibrations . . . . .	209
C.1.1	Acquisition d'images . . . . .	209
C.1.2	Tranche laser . . . . .	210
C.1.3	Vibreurs . . . . .	211
C.2	Vitesses des gouttes . . . . .	212
C.3	Tailles des gouttes . . . . .	213
C.3.1	Acquisition . . . . .	213
C.3.2	Traitement des images . . . . .	213
C.3.3	Sélection des gouttes . . . . .	214
C.4	Epaisseur de film . . . . .	217
C.4.1	Indice optique du plexiglass . . . . .	217
C.4.2	Grandissements . . . . .	218



# Chapitre 1

## Introduction

Comprendre l'atomisation d'un liquide, c'est comprendre les processus qui permettent de passer d'un volume compact de liquide à un ensemble de gouttes caractérisé par une distribution des tailles, comme illustré sur la figure 1.1. Il existe de nombreux procédés pour fragmenter un liquide, et le passage par une nappe liquide est un des chemins possibles. Une nappe liquide est un volume de liquide dont l'une des dimensions, définissant l'épaisseur, est inférieure aux deux autres. Nous verrons que cette épaisseur joue un rôle primordial lors de son atomisation. Cette thèse vise à rendre compte des processus de déstabilisation des nappes liquides menant à leur atomisation.

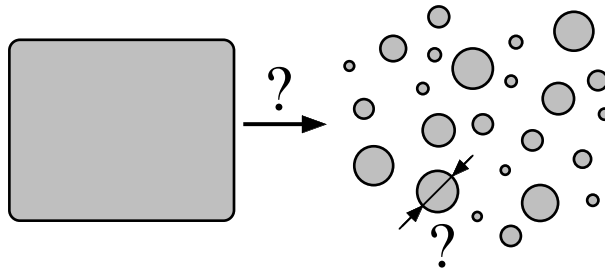


FIG. 1.1: *Fragmentation d'un liquide.*

### 1.1 Atomisation : état de l'art

#### 1.1.1 Quelques mécanismes d'atomisation

Lefebvre [51] ainsi que Bayvel et Orzechowski [4], dressent une liste quasi-exhaustive des différents procédés d'atomisation liés à la géométrie de l'injecteur utilisé. Nous allons voir que dans la plupart des configurations, deux instabilités interfaciales se développent à l'interface gaz/liquide et mènent à

la fragmentation du liquide. Il s'agit de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz (cisaillement) [99, 45] et de Rayleigh-Taylor [78, 90] dont un rappel est proposé en annexe A. Dans tous les cas, l'étape ultime est la formation d'un ligament qui se brise en gouttelettes sous l'effet de la tension de surface par le biais d'une instabilité de type Savart-Plateau-Rayleigh d'un cylindre liquide.

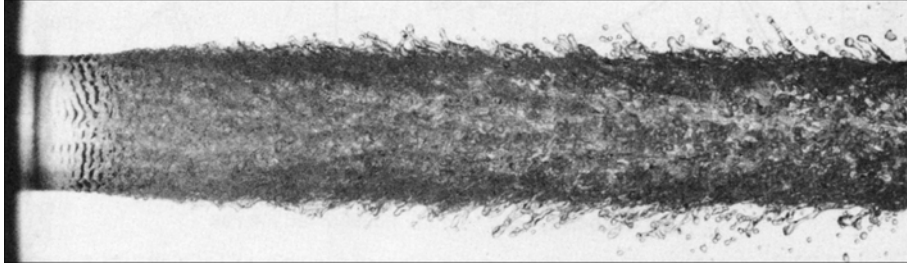


FIG. 1.2: *Jet d'eau de 6 mm de diamètre se déplaçant à la vitesse de 25 m/s dans de l'air initialement au repos, d'après Hoyt et Taylor [40].*

Si un jet est lancé à grande vitesse dans de l'air au repos, une instabilité de cisaillement de type Kelvin-Helmholtz [99, 45] se développe à l'interface liquide/gaz. Un exemple est montré sur la figure 1.2. Il s'agit d'un jet d'eau de 6 mm de diamètre lancé à 25 m/s dans de l'air au repos. Nous voyons apparaître des rides à proximité de la sortie du jet, puis des ligaments se forment et se brisent en gouttes. Sur cette image, la taille des gouttes est de l'ordre de  $1/20$  du diamètre du jet.

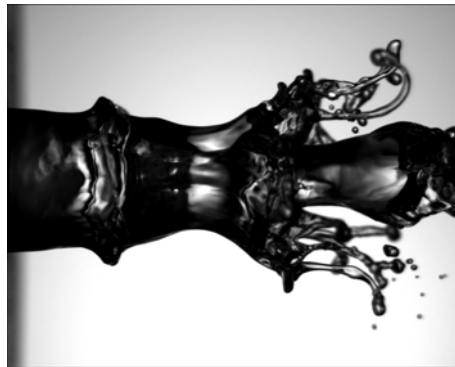


FIG. 1.3: *Déstabilisation d'un jet d'eau, de diamètre 7.8 mm et de vitesse 0.6 m/s, par un courant gazeux annulaire de vitesse 35 m/s conduisant à la formation de ligaments [60].*

Un processus semblable de fragmentation peut être obtenu en créant un écoulement gazeux autour du jet qui vient éplucher le liquide. Pour de faibles vitesses de gaz, le jet se brise par le biais d'une instabilité purement capillaire. Lorsque cette vitesse est augmentée, l'écoulement d'air déstabilise la

surface liquide et la formation des gouttes se fait par l'intermédiaire de ligaments comme sur la figure 1.2, [25]. La figure 1.3 présente la fragmentation d'un jet d'eau soufflé par de l'air. Il s'agit d'une configuration étudiée par Marmottant [60] durant sa thèse. La différence de vitesse entre l'air et le liquide conduit à une déformation radiale du jet par le biais d'une instabilité de type Kelvin-Helmholtz. Ces ondes ont une vitesse de propagation plus grande que la vitesse du jet, les particules fluides sont donc soumises à une accélération tantôt dirigée vers l'air au niveau des bosses et tantôt dirigée vers le liquide au niveau des creux. La surface est donc potentiellement instable au sens de Rayleigh-Taylor au niveau des creux. Ce mécanisme conduit à la formation de modulations transverses du rayon du jet, qui sont ensuite amplifiées et étirées par le courant gazeux au niveau des crêtes [61].

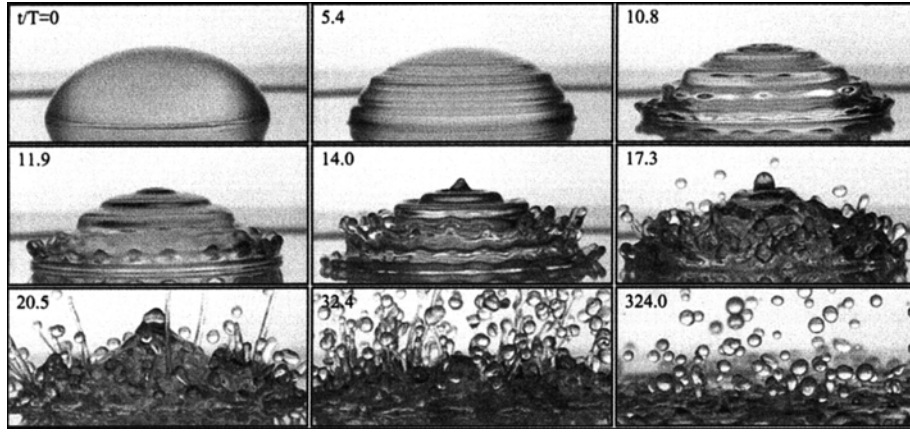


FIG. 1.4: *Oscillations verticales d'un plan solide sur lequel repose une goutte d'eau de 10 mm de diamètre et menant à sa pulvérisation, la fréquence est égale à 1080 Hz, d'après Vukasinovic, Glezer et Smith [100].*

L'accélération normale d'une interface de densité peut ainsi conduire à la formation de gouttes pourvu qu'elle soit dirigée vers le milieu le plus dense. Lang [49] excite à une fréquence  $f_0$  la surface libre d'une cuve contenant de l'eau, à l'aide d'un transducteur placé au fond de la cuve. Les fréquences étudiées, entre 10 et 1000 Hz, conduisent à la formation d'ondes capillaires de longueur d'onde  $\lambda$  et de fréquence  $f = f_0/2$ . Il s'agit de l'instabilité de Faraday [21]. Le système est instable au sens de Rayleigh-Taylor sur une demi période. D'après l'équation (A.23), la longueur d'onde est égale à :

$$\lambda = \left( \frac{8\pi\sigma}{\rho f_0^2} \right)^{1/3} \quad (1.1)$$

où  $\sigma$  est la tension superficielle et  $\rho$  la densité du liquide. Lang trouve la même dépendance en fréquence sur la taille moyenne des gouttes. La compréhension du mécanisme de l'instabilité primaire permet ainsi de déterminer une taille de goutte moyenne. Nous verrons que cela est rendu possible

lorsque le ligament ultime, donnant naissance aux gouttes, est peu perturbé. Dans ce cas là, nous pouvons faire l'hypothèse que la taille des gouttes est déterminée à partir du mode le plus instable du ligament, basé sur son diamètre moyen (annexe A).

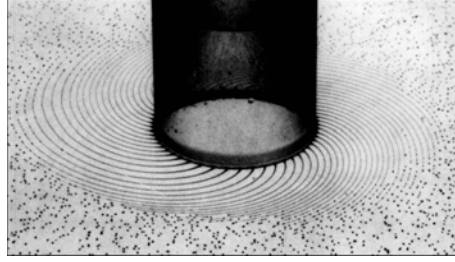


FIG. 1.5: *Formation de ligaments régulièrement espacés à la périphérie d'un tube tournant, d'après Einsenklam [24].*

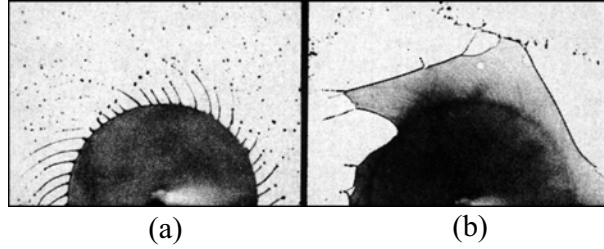


FIG. 1.6: *Deux régimes d'atomisation lors de la centrifugation d'un film sur un disque tournant : (a) formation de ligaments, (b) formation d'une nappe, d'après Einsenklam [23].*

Une classe d'atomiseur utilise l'effet déstabilisant de la centrifugation [38]. Un film liquide est formé à l'intérieur d'un tube tournant, figure 1.5, ou bien sur un disque tournant, figure 1.6. Dans un premier régime, des ligaments régulièrement espacés se forment à la périphérie du tube (ou du disque) puis se brisent pour former un spray de gouttes de taille uniforme. Einsenklam [24] explique cette formation régulière de ligaments par l'intermédiaire du développement d'une instabilité de type Rayleigh-Taylor de l'interface se trouvant au bord du solide tournant. Le liquide est soumis à une force centrifuge égale à  $R\Omega^2$ , où  $R$  est le rayon de l'atomiseur et  $\Omega$  sa fréquence de rotation. La longueur d'onde correspondant à la distance entre les ligaments varie comme  $\sqrt{\sigma\Omega^2/\rho R}$ . Si la fréquence de rotation ou la taille du disque augmentent, la distance entre les ligaments diminue jusqu'à la formation d'une nappe liquide observée sur la figure 1.6-b.



### 1.1.2 Nappes liquides

Savart est le pionnier de l'étude des nappes liquides. En 1833, il publie trois mémoires sur des phénomènes physiques impliquant des jets liquides. Le premier [82] est dédié à la formation des jets liquides ainsi qu'à leur brisure en gouttes. Dans un deuxième mémoire, publié en deux parties [84, 85], il s'intéresse au choc d'un jet liquide sur un plan circulaire dont un exemple est reproduit sur la figure 1.7-a. Dans un dernier mémoire, il étudie la formation des nappes à partir de la collision de deux jets se faisant face, figure 1.7-b. Lorsque les deux jets ont la même section et la même vitesse, ils s'étalent l'un contre l'autre et forment une nappe liquide circulaire dans un plan perpendiculaire à leur axe. Il observe qu'il existe un régime pour lequel le rayon de la nappe circulaire est proportionnel à la pression des jets et à leur section, suivi d'un régime pour lequel la taille de la nappe décroît lorsque la pression augmente.

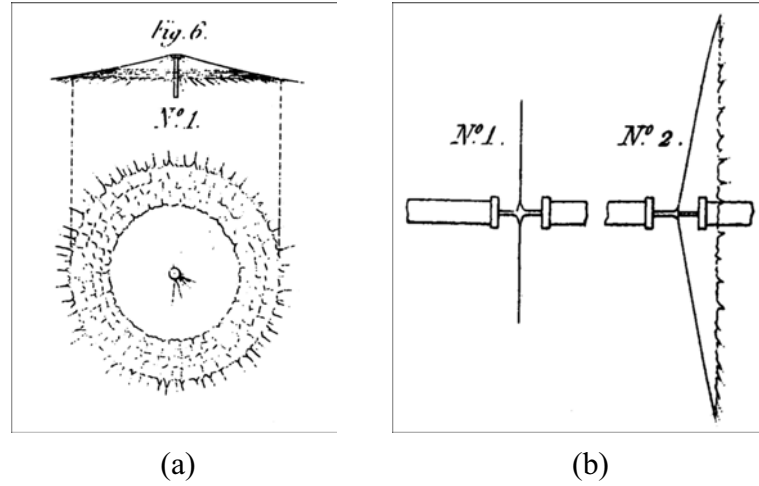


FIG. 1.7: Extraits des travaux de Savart sur le choc d'un jet liquide sur un plan circulaire (a), et sur la collision de deux jets se faisant face (b).

A la fin des années 50, Taylor publie quatre articles sur les nappes liquides [91, 92, 93, 94]. Il porte son attention sur la forme des nappes issues de la collision de deux jets avec un angle variable, sur les ondes stables pouvant se propager sur des lames liquides, sur la morphologie du bourrelet constituant l'extrémité des nappes, mais il ne propose pas de scénario de formation de gouttes.

Soient  $d_j$  le diamètre des jets et  $u_j$  leur vitesse. Pour des jets laminaires, il existe deux régimes distincts suivant la valeur du nombre de Weber du jet,  $We = \rho d_j u_j^2 / \sigma$ . Pour des nombres de Weber inférieurs à un nombre de Weber critique  $We_c$ , la nappe formée est plane et lisse. Il s'agit du régime lisse. Lorsque  $We > We_c$ , des ondes apparaissent à la surface de la nappe

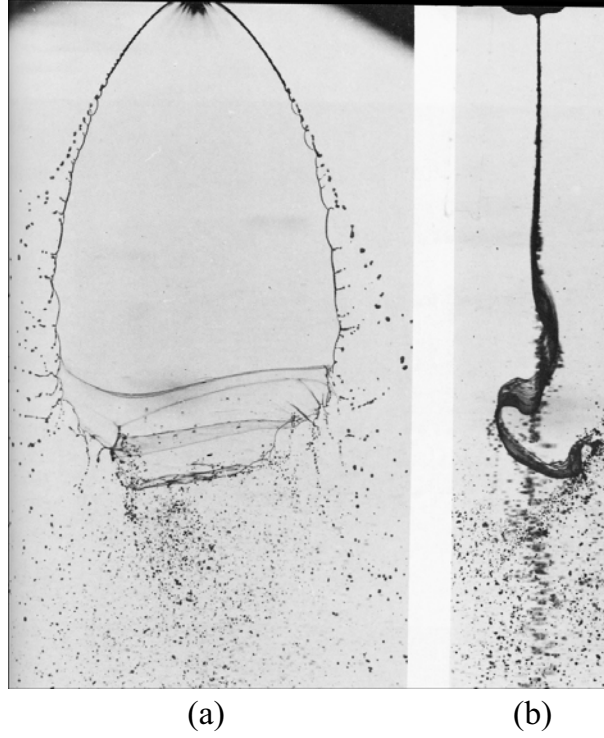


FIG. 1.8: *Instabilité de cisaillement d'une nappe liquide (régime drapeau) (a) vue de face, (b) vue de côté, d'après Crapper et al [13].*

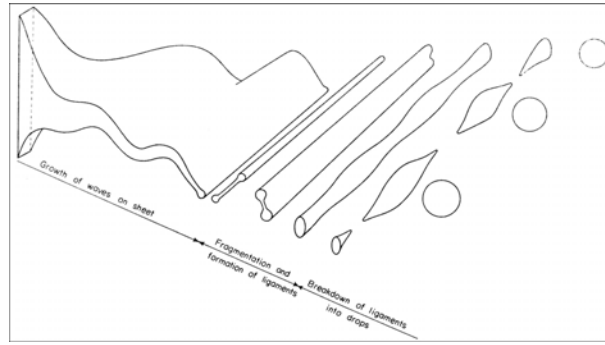
et celle-ci se met à battre comme un drapeau. Il s'agit du régime drapeau. Un exemple est présenté sur la figure 1.8. Nous observons que la nappe est bordée d'un bourrelet qui se déstabilise et forme des gouttes dont la taille est de l'ordre de grandeur de celle du bord. Nous remarquons également que l'apparition d'ondulations de la surface induit une fragmentation transverse de la nappe, conduisant à la formation de gouttes plus petites. Il semble donc exister deux processus de formation de gouttes dans ce cas là.

L'origine de ces ondes, qui correspondent à un déplacement en phase des deux interfaces, résulte d'une instabilité de cisaillement de type Kelvin-Helmholtz. L'analyse linéaire de l'instabilité est développée parallèlement par Squire en 1953 [89], York, Stubbs et Tek en 1953 [105] ainsi que Hagerty et Shea en 1955 [32]. Si  $h$  est l'épaisseur de la nappe et  $u$  sa vitesse, alors la longueur d'onde la plus amplifiée et le taux de croissance associé sont, dans la limite  $2\pi h/\lambda \ll 1$ :

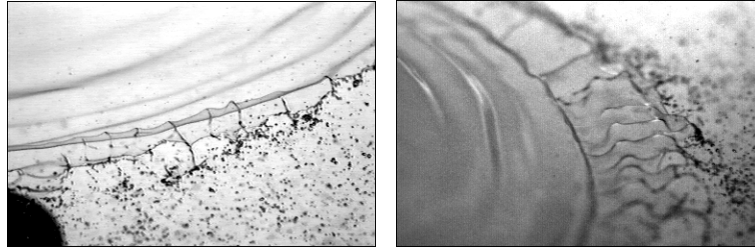
$$\lambda_m = \frac{4\pi\sigma}{\rho_g u^2} \quad (1.2)$$

$$\omega_{im} = \frac{\rho_g u^2}{(4\rho h\sigma)^{1/2}} \quad (1.3)$$

York *et al* proposent un scénario de formation de gouttes : la nappe se découpe en bandelettes d'une longueur égale à  $\lambda_m$  et d'épaisseur  $h_b$  correspondant à l'épaisseur locale du lieu de brisure; le liquide se rassemble sous la forme d'un ligament qui se brise en gouttes sous l'effet de la tension de surface. La taille des gouttes varie ainsi comme  $\sqrt{\lambda_m h_b}$ . Le schéma de ce scénario, repris par Fraser *et al* [27] et par Dombrowski et Johns dans le cas de nappes visqueuses [19], est présenté sur la figure 1.9. Mais d'après la figure 1.8 des mêmes auteurs, il ne semble pas y avoir de fragmentation transverse régulière.



(a)



(b)

FIG. 1.9: (a) *Etapes successives de la fragmentation d'une nappe liquide en présence d'ondulations imaginées par York et al [105], d'après Dombrowski et Johns [19].* (b) *Vues du bord d'une nappe liquide dans le régime drapeau mettant en évidence l'existence d'une déstabilisation azimutale de la nappe, d'après Villermaux et Clanet [97].*

En 1970, Huang mesure le rayon  $R$  d'une nappe formée par deux jets d'eau se faisant face dans de l'air pour une gamme de  $We$  allant jusqu'à  $3 \cdot 10^4$ . Dans ce système, par conservation de l'énergie et de la masse, la vitesse  $u$  de la nappe est égale à celle des jets, et l'épaisseur  $h$  de la nappe décroît en  $1/r$ , où  $r$  est la distance aux jets (annexe B). Dans le régime lisse, Huang mesure une croissance linéaire de  $R/d_j$  avec  $We$  équivalente aux observations de Savart. Pour des nombres de Weber supérieurs à 1000, correspondant au régime drapeau, il observe une décroissance de  $R/d_j$  en  $We^{-1/3}$ . Afin de déterminer la taille de la nappe, Huang fait l'analogie avec la prédiction de

la longueur des jets cylindriques proposée par Weber [102], qui revient à supposer que la perturbation convectée par le liquide atteint une amplitude critique et provoque la brisure de la nappe. Du fait de la décroissance de l'épaisseur de la nappe, il démontre que  $R/d_j \sim \alpha^{-2/3} We^{-1/3}$ , où  $\alpha$  est le rapport des densités gaz/liquide. Mais il ne propose pas de scénario de fragmentation de la nappe en gouttes. De plus, pour que les prédictions théoriques correspondent aux mesures, il trouve une amplification égale à  $\exp(33)$ , ce qui, comme il dit, défie toute interprétation physique.

Plus récemment, Villiermaux et Clanet [97] ont étudié une nappe formée par le choc d'un jet sur un disque, reproduisant la configuration de deux jets se faisant face. Ils ont mesuré la taille de la nappe d'eau formée dans du gaz  $SF_6$ , 5 fois plus dense que l'air, et ils ont observé également une décroissance en  $We^{-1/3}$  mais pour un nombre de Weber de transition de l'ordre de 500. Ils proposent une fragmentation de la nappe par l'intermédiaire du développement d'une instabilité de Rayleigh-Taylor au niveau du bord. En effet, l'oscillation verticale de la surface de la nappe induit une accélération oscillante du bord de la nappe, dont la composante selon la tangente à la surface est dirigée transitoirement du gaz vers le liquide. L'extrémité de la nappe est donc instable pendant une fraction de la période de passage des ondes. La position du bord correspond au lieu où le temps caractéristique de l'instabilité est inférieur au temps pendant lequel la nappe est potentiellement instable. Ceci les amène à définir une cambrure critique des ondes qui correspond finalement à une amplitude critique, et les conduit au même résultat que Huang. Le facteur d'amplification est donc toujours aussi important. Ils déterminent la taille des gouttes par le même raisonnement que Einsenklaam [24], c'est-à-dire, la taille des gouttes  $d$  varie comme la longueur d'onde la plus amplifiée par l'instabilité. Ils trouvent une dépendance en  $d_j \alpha^{2/3} We^{-1}$  qui est cohérente avec leurs mesures.

Villiermaux et Clanet observent une déstabilisation azimutale de la nappe qui conduit à la formation de ligaments orientés le long d'un rayon de la nappe, figure 1.9-b. La présence de ligaments dans le sens de l'écoulement a également été observée par Mansour et Chigier [58] lors de l'atomisation d'une lame liquide d'épaisseur constante soufflée par de l'air. À partir d'une simulation numérique en trois dimensions, Lozano, Garcia-Olivares et Dopazo [57] retrouvent la présence de ces ligaments en ajoutant une perturbation dans la direction transverse à l'écoulement. Ils observent une croissance de la perturbation azimutale plus faible que celle de la perturbation longitudinale. Cette dernière croît exponentiellement. Mais l'origine physique de ces ligaments reste inconnue.

S'il existe des microbulles, des impuretés (particules solides), ou encore si le liquide utilisé est une émulsion (figure 1.10), la fragmentation de la nappe se fait par l'intermédiaire de trous. Ces perforations résultent du raccordement des deux interfaces de la nappe. Les trous grandissent sous l'effet de

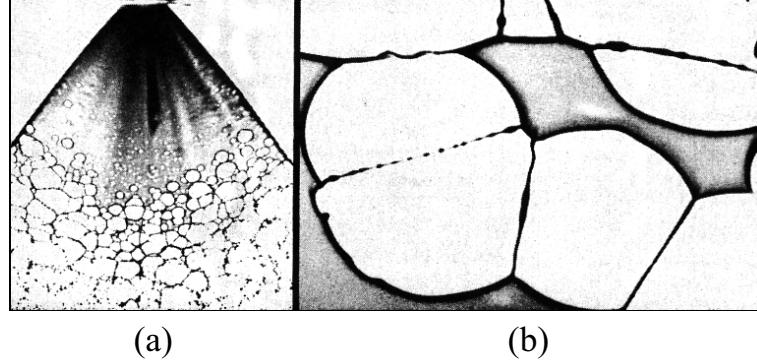


FIG. 1.10: (a) : fragmentation sous forme de trou d'une nappe formée à partir d'une émulsion d'eau et d'huile. (b) : vue détaillée de la fragmentation, d'après Dombrowski et Fraser [17].

la tension superficielle, puis se connectent à leurs voisins par l'intermédiaire d'un ligament qui se brise en gouttes. Le diamètre du ligament, et donc la taille des gouttes, dépend de l'épaisseur de la nappe ainsi que de la répartition spatiale des trous. L'apparition de trous dans la nappe peut être le résultat de fortes modulations locales d'épaisseur causées par des variations de vitesse dans le cas d'un écoulement turbulent [58]. Dans le cas de nappes formées par la collision de deux jets turbulents de diamètre moyen  $d_j$  et de vitesse moyenne  $u_j$ , la fragmentation de la nappe est périodique [36, 18]. La fréquence de l'atomisation de la nappe varie comme  $d_j/u_j$ . Cette fréquence est à rapprocher de celle du mode préféré du jet pour des grandes vitesses d'injection [39]. La fragmentation est localisée dans une région proche de l'impact, ce qui donne une grande importance aux conditions d'injection.

### 1.1.3 Contexte industriel

L'étude expérimentale de la thèse s'inscrit dans un programme franco-allemand portant sur les instabilités hautes fréquences dans les moteurs fusée utilisant des liquides. Le programme de recherche rassemble le CNES, CNRS, DLR, ONERA, SECMA et ASTRIUM. Le but est de comprendre les couplages entre l'atomisation des combustibles, la combustion et l'acoustique dans les moteurs. Du point de vue de l'atomisation, l'une des questions est de savoir si une éventuelle fragmentation spatio-temporelle du combustible peut entraîner une combustion oscillante excitant des modes acoustiques de la chambre à combustion. Dans l'hypothèse d'un tel scénario, le champ de pression pourrait à son tour modifier les conditions d'atomisation et conduire à une instabilité entraînant une détérioration du matériel. Une revue des différents problèmes physiques et chimiques liés aux instabilités de combustion dans les moteurs fusées est présentée par Yang et Anderson [104].

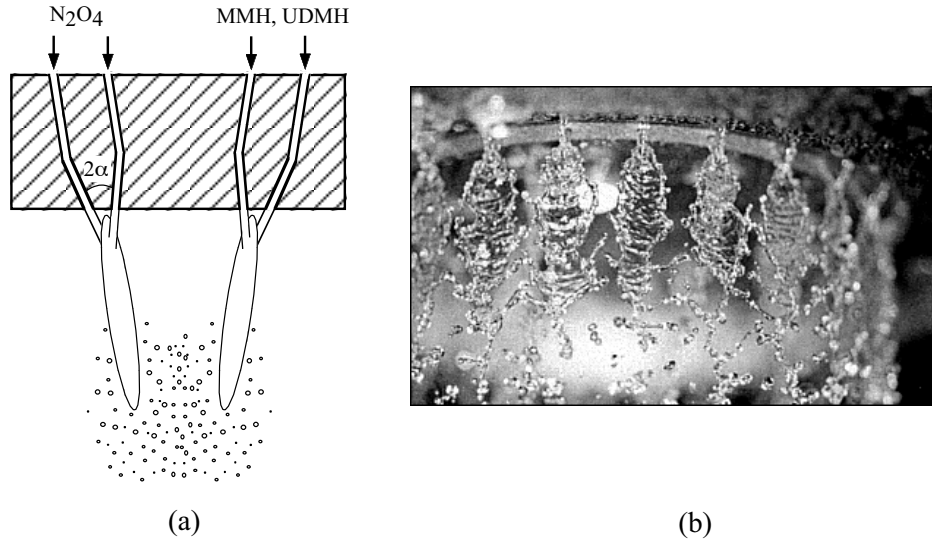


FIG. 1.11: (a) Atomisation de réactifs hypergoliques par l'intermédiaire de nappes formées par la collision de deux jets. (b) Moteur réalisé par la SNECMA constitué d'injecteurs à impact, il s'agit ici d'un test avec de l'eau.

Dans les moteurs fusée, les nappes liquides sont utilisées pour fragmenter des réactifs hypergoliques, c'est-à-dire qu'ils réagissent dès leur mise en contact. Il n'y a pas besoin d'apporter d'énergie initiale, comme c'est par exemple le cas pour le kérosène. Le premier liquide est un oxydant, il s'agit généralement du peroxyde d'azote ( $N_2O_4$ ), et le second de l'hydrazine, monométhylhydrazine (MMH) ou bien unsymmetrical diméthylhydrazine (UDMH). Ces liquides sont mis en contact sous forme de gouttes par l'intermédiaire d'une nappe formée par la collision de deux jets, figure 1.11-a. La figure 1.11-b présente une série de nappes issues d'injecteurs à impact constituant le moteur des turbopompes servant à alimenter le premier étage de la fusée Ariane 4. Ce moteur a été élaboré par la SNECMA. Les injecteurs à impact sont installés sur les moteurs des satellites permettant le contrôle en hauteur et la correction de leur orbite.

## 1.2 Présente étude

Que ce soit à partir d'un jet, d'une nappe ou bien d'une goutte, la formation de ligaments est l'étape ultime de la fragmentation d'un liquide. Lorsque le liquide est initialement préparé sous la forme d'une nappe, une transition nappe-ligament doit donc précéder la transition ligament-gouttes. La question est ouverte. Notre objectif est de comprendre quels sont les processus intrinsèques de cette transition. Nous montrerons le rôle principal joué par des modulations d'épaisseur de la nappe, dont l'origine et les conséquences seront étudiées.

La première partie de la thèse est consacrée à l'étude d'une nappe liquide formée par l'impact oblique de deux jets. La nappe est étudiée dans le régime lisse pour de l'eau et de l'éthanol. Un premier état non fragmenté de la nappe est d'abord observé. Cet état de base est ensuite perturbé afin de produire des gouttes et d'en étudier l'origine. Nous verrons que l'épaisseur joue un rôle primordial. Un deuxième état de nappe naturellement fragmentée est observé. Les caractéristiques du spray (taille des gouttes et angle d'éjection) sont documentées. Nous proposons, dans une dernière section, des modèles à la fois pour l'état de base, et pour rendre compte du processus de fragmentation.

Dans la deuxième partie, nous nous intéressons au régime drapeau. La nappe étudiée est formée par la collision normale d'un jet rond laminaire sur la section droite d'un cylindre. La nappe formée est ainsi axisymétrique. Le cylindre vertical est fixé sur un vibreur qui permet un contrôle en fréquence et en amplitude de la perturbation harmonique communiquée à la nappe. La nappe est perturbée dans le régime lisse. La vitesse des ondes, leur fréquence ainsi que leur amplitude sont mesurées et comparées aux prédictions de l'analyse linéaire.

Les oscillations de la surface imposent une accélération à la nappe et rend ainsi la surface potentiellement instable au sens de Rayleigh-Taylor. La troisième partie concerne l'instabilité de Rayleigh-Taylor en couche mince. Une première expérience portant sur la déstabilisation d'un film liquide s'écoulant sur une surface courbe est d'abord présentée. Une deuxième expérience met en jeu un film de savon accéléré par une onde de choc. L'analyse de la stabilité d'une nappe liquide soumise à une accélération perpendiculaire à son plan est ensuite présentée.

Une dernière partie est consacrée à la fragmentation d'une nappe liquide axisymétrique soumise à des oscillations périodiques. La taille de la nappe, la vitesse d'éjection des gouttes, la taille des gouttes ainsi que la distribution des tailles dans le spray sont d'abord documentées en fonction des trois paramètres de contrôle que sont la vitesse d'injection, la fréquence et l'amplitude de la perturbation. Un mécanisme de formation de gouttes à l'extrémité de la nappe est ensuite proposé. Un scénario de fragmentation de la nappe pre-

nant en compte le développement d'une instabilité de cisaillement couplée à une instabilité centrifuge de la nappe est enfin proposé et confronté aux mesures expérimentales. Nous verrons que ces deux instabilités conduisent à des modulations azimuthales d'épaisseur de la nappe qui sont responsables de sa brisure.

Un rappel des instabilités interfaciales élémentaires rencontrées dans le contexte de l'atomisation sont présentés dans une première annexe. Les conditions d'injection ainsi que les caractéristiques des nappes étudiées sont présentées dans une deuxième annexe. Les méthodes de mesures reposant principalement sur des traitements d'images sont exposées dans une troisième annexe.



## Chapitre 2

# Nappe liquide formée par l'impact oblique de deux jets

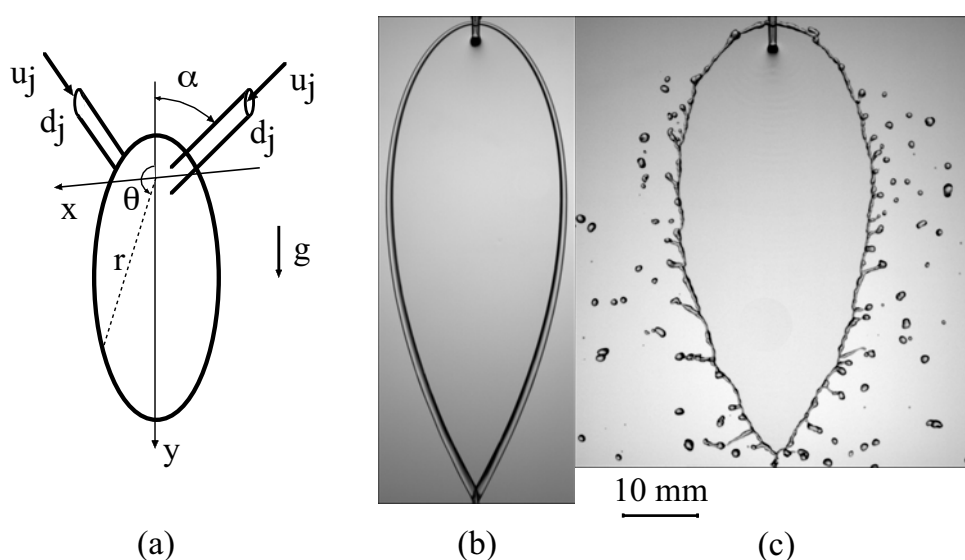


FIG. 2.1: (a) Schéma d'une nappe formée par l'impact oblique de deux jets identiques. (b) Vue de face d'une nappe lisse obtenue avec de l'éthanol,  $2\alpha = 90^\circ$ ,  $d_j = 1.05 \text{ mm}$  et  $u_j = 2.1 \text{ m/s}$ . (c) Vue de face d'une nappe fragmentée obtenue avec de l'eau  $2\alpha = 90^\circ$ ,  $d_j = 1.05 \text{ mm}$  et  $u_j = 4 \text{ m/s}$ .

Ce chapitre présente l'étude d'une lame liquide formée par la collision de deux jets identiques, figure 2.1-a. La physionomie de la nappe dépend de la vitesse  $u_j$  et du diamètre  $d_j$  des jets, de leur angle d'impact  $\alpha$  ainsi que des propriétés du liquide, c'est-à-dire la masse volumique  $\rho$ , la tension de surface  $\sigma$  et la viscosité cinématique  $\nu$ . Deux exemples de nappes obtenues dans cette configuration sont présentés sur les figures 2.1-b et c pour deux

liquides différents. Lors de la collision, les deux jets s'étalent l'un contre l'autre et forment une nappe dans le plan perpendiculaire au plan des jets. Au bord de cette nappe, nous pouvons observer un bourrelet lisse, image 2.1-b, ou bien un bourrelet fragmenté, image 2.1-c.

Notre étude est menée dans les limites de faible viscosité et de faible gravité. En termes de paramètres adimensionnels, ce domaine d'étude est caractérisé par de grands nombres de Reynolds,  $Re = u_j d_j / \nu$ , et des petits nombres de Froude,  $Fr = (gL/u_j^2)^{1/2}$ , où  $L$  est une longueur caractéristique de la taille de la nappe. Le nombre de Weber des jets incidents,  $We = \rho u_j^2 d_j / \sigma$ , est supérieur à 50.

Les questions traitées dans ce chapitre portent sur la forme des nappes lisses, sur la structure et la stabilité des bourrelets bordant ces nappes, et sur la taille des gouttes formées.

Le dispositif expérimental élaboré pour la formation des nappes est d'abord décrit. L'étude expérimentale de l'état de base, correspondant à la nappe lisse, est présentée dans une deuxième section. La caractérisation de l'état fragmenté est ensuite présentée. Nous proposons, dans une dernière section, des modèles à la fois pour l'état de base, et pour rendre compte du processus de fragmentation.

## 2.1 Dispositif expérimental

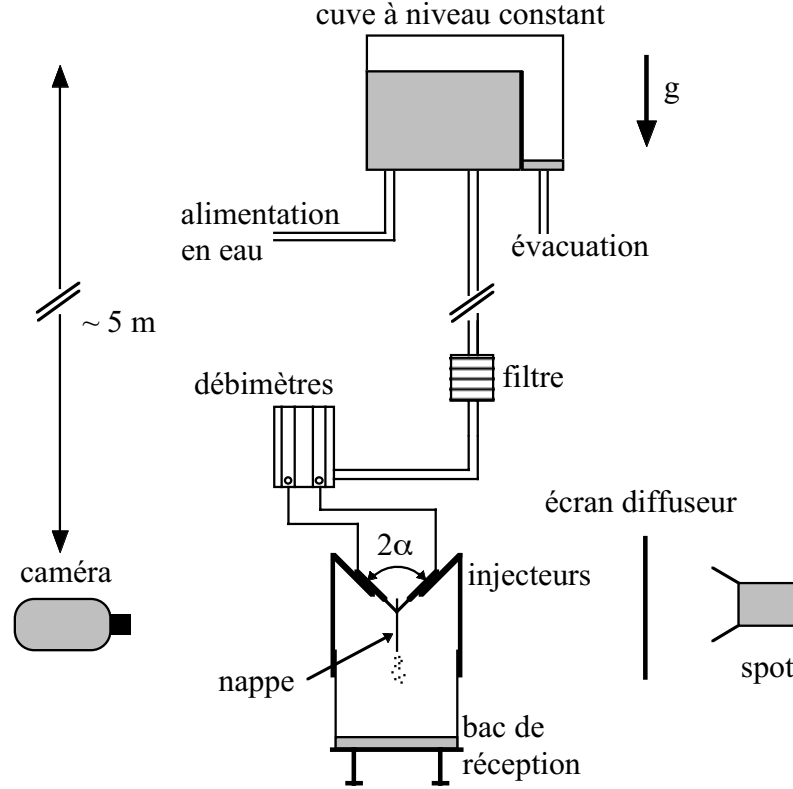
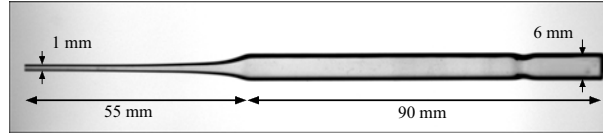


FIG. 2.2: *Dispositif expérimental.*

La figure 2.2 présente le dispositif expérimental. Le débit liquide est assuré par une alimentation gravitaire, composée d'une cuve à niveau constant placée à 5 mètres au-dessus des injecteurs, d'un filtre et de deux débitmètres. Ce dispositif assure un débit constant, et évite les vibrations incontournables des pompes. Deux supports d'injecteurs sont montés en regard au-dessus d'un bac de réception et peuvent pivoter afin de modifier l'angle d'impact  $\alpha$  des deux jets. Cet angle est mesuré à partir d'une image prise dans le plan formé par les jets. Trois positions angulaires sont étudiées ( $2\alpha \sim 60, 90$  et  $120^\circ$ ).

Des pipettes Pasteur en verre servent d'injecteurs, figure 2.3. Elles sont séparées du point d'impact des deux jets d'une distance de l'ordre de trois diamètres. Les pipettes sont constituées d'un tube de 90 mm de long et de 6 mm de diamètre suivi d'une contraction de section qui débouche sur un tube d'un diamètre  $d_j$  de 1.05 mm ou 1.42 mm. Le convergent crée un gradient de pression défavorable au décollement de la couche limite, et permet ainsi d'obtenir un écoulement le plus laminaire possible [3]. Le convergent permet

FIG. 2.3: *Pipette Pasteur en verre servant d'injecteur.*

aux lignes de courant de s'adapter à la forme de l'injecteur et ainsi d'éviter une éventuelle contraction du jet en sortie. Un profil de vitesse parabolique s'établit dans les jets. Les conditions d'injection sont détaillées dans l'annexe B. La gamme de vitesses étudiée varie de 1.5 à 4.5 m/s.

Les débitmètres à billes utilisés ne permettent pas de mesurer les faibles débits considérés, et servent uniquement de vannes pour régler les vitesses d'impact. Les vitesses des deux jets sont ajustées pour former la nappe dans leur plan médian. Les débits massiques sont ensuite mesurés à l'aide d'une balance haute précision (au centigramme près), et d'un chronomètre.

Les liquides utilisés sont de l'eau du laboratoire et de l'éthanol à 95%. La densité est déterminée à partir de la pesée d'un volume connu à l'aide d'une balance haute précision. La viscosité est tirée du CRC Handbook of Chemistry and Physics. La tension de surface est mesurée par la méthode de stalactométrie [33]. Les propriétés des liquides étudiés, eau et éthanol, sont reportées dans le tableau 2.1.

	tension de surface ( $kg.s^{-2}$ )	densité	viscosité ( $m^2.s^{-1}$ )
eau	$0.073 \pm 0.001$	1	$10^{-6}$
éthanol	$0.025 \pm 0.001$	0.81	$1.3410^{-6}$

TAB. 2.1: *Propriétés des liquides utilisés à 20 °C.*

## 2.2 Nappe non fragmentée

Les nappes non fragmentées sont obtenus avec l'éthanol. Au cours des expériences permettant de caractériser ces nappes, les diamètres des jets utilisés sont de 1.05 et 1.42 mm, et les vitesses d'injection varient de 1.5 à 3 m/s. L'angle de collision  $2\alpha$  est compris entre  $58^\circ$  et  $117^\circ$ .

### 2.2.1 Etat de base

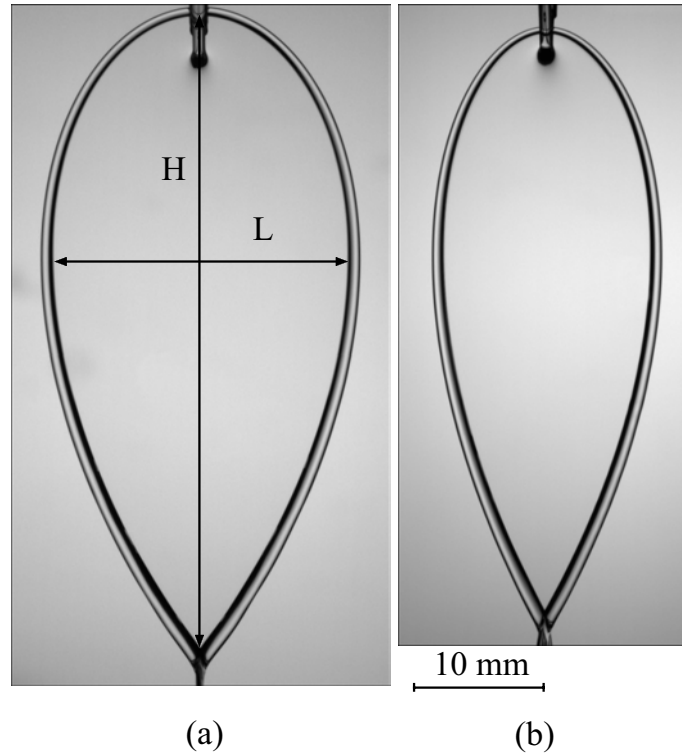


FIG. 2.4: *Nappe d'éthanol pour deux angles d'impact: (a)  $2\alpha = 117^\circ$ , (b)  $2\alpha = 89^\circ$ . L'échelle spatiale est la même sur chaque image, ainsi que le diamètre des jets (1.05 mm) et la vitesse (1.8 m/s).*

L'influence de l'angle de collision sur la forme que prend la nappe est présentée sur la figure 2.4. Nous observons sur ces images que plus l'angle d'impact est faible et plus la nappe prend une forme allongée. Le rapport de la longueur  $H$  de la nappe et de sa largeur  $L$ , passe de 2.1 à 2.8 lorsque l'angle diminue de  $117^\circ$  à  $89^\circ$ .

Pour un angle de collision fixé, l'influence du diamètre  $d_j$  et de la vitesse  $u_j$  est présentée sur la figure 2.5: l'expansion de la nappe dépend de la vitesse et du diamètre des jets. L'angle d'impact est ici fixé à  $89^\circ$ . Pour des vitesses équivalentes, les images (a) et (b) montrent que plus le diamètre est

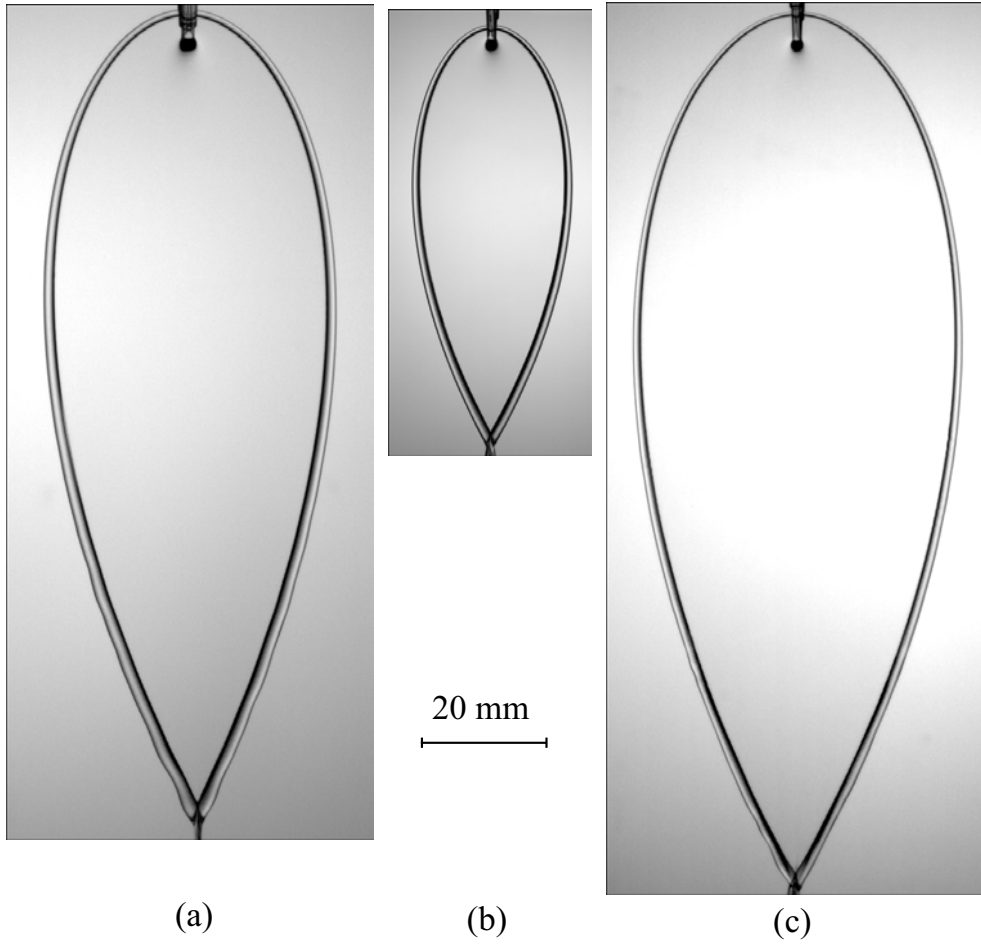


FIG. 2.5: Influence du diamètre ainsi que de la vitesse des jets sur l'expansion spatiale de la nappe d'éthanol,  $2\alpha = 89^\circ$  (a):  $d_j = 1.42 \text{ mm}$ ,  $u_j = 1.8 \text{ m/s}$ , (b):  $d_j = 1.05 \text{ mm}$ ,  $u_j = 1.8 \text{ m/s}$ , (c):  $d_j = 1.05 \text{ mm}$ ,  $u_j = 2.6 \text{ m/s}$ , l'échelle spatiale est la même sur chaque image.

grand et plus la longueur  $H$  de la nappe est grande. Pour le cas présenté sur cette figure, la longueur est doublée lorsque  $d_j$  varie de 1.06 à 1.42 mm. De même, la taille augmente avec la vitesse pour un diamètre donné comme le montrent les images (b) et (c), la longueur est doublée lorsque la vitesse est multipliée par 1.4. Par contre, nous remarquons que le rapport  $H/L$  ne varie quasiment pas sur ces trois images où l'angle de collision est fixé. Il est en moyenne égal à 2.8.

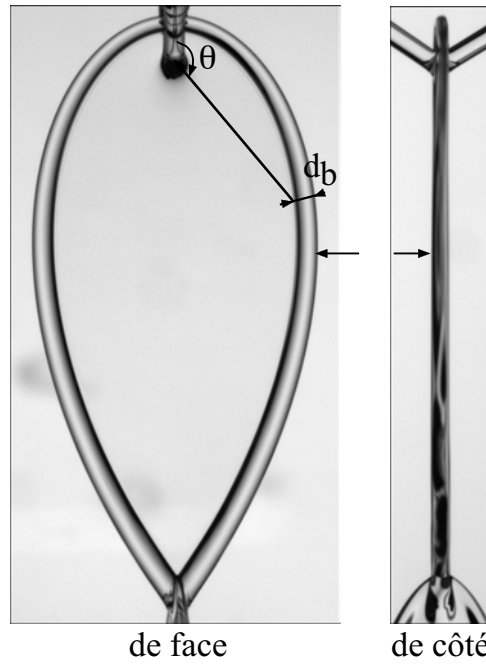


FIG. 2.6: *Visualisations de la taille du bourrelet de face et de côté.*

La figure 2.6 présente une vue de face ainsi qu'une vue de côté de la nappe. Le diamètre  $d_b$  du bourrelet dans la direction perpendiculaire au bord est mesuré en fonction de la position angulaire  $\theta$ . Les mesures sont effectuées à partir des vues de face de la nappe. La mesure du diamètre par le côté est moins précise car le bord opposé peut gêner la visualisation du premier. Cette mesure est également plus contraignante car la calibration évolue avec  $\theta$ . Seul le diamètre au niveau de la largeur maximale de la nappe, indiquée par les flèches noires, est mesuré pour les deux points de vue. Les deux diamètres mesurés sont au plus différents de 15%. Dans la suite, la section est supposée circulaire.

La figure 2.7 montre l'évolution de  $d_b$  en fonction de  $\theta$  pour trois angles d'impact. Le diamètre des jets est fixé à 1.05 mm et la vitesse d'injection à 2.3 m/s. La taille du bourrelet augmente avec la position angulaire. Pour un

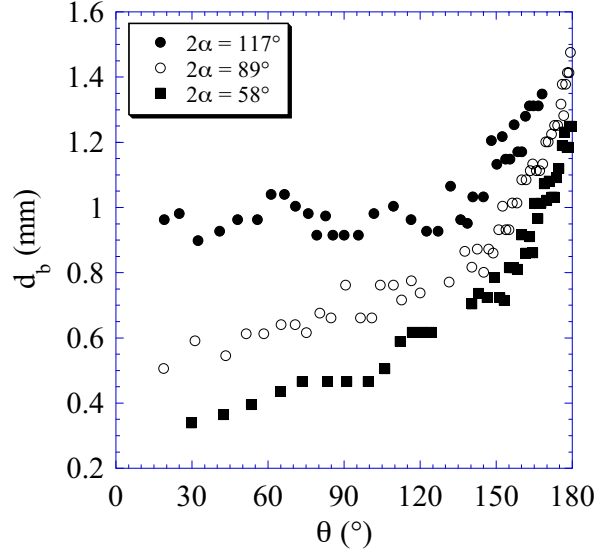


FIG. 2.7: Evolution angulaire de la taille du bord pour trois conditions d'angle d'impact  $2\alpha$  :  $\bullet$   $58^\circ$ ,  $\circ$   $89^\circ$ ,  $\blacksquare$   $117^\circ$ , la vitesse des jets est fixée à  $2.3 \text{ m/s}$ , le diamètre à  $1.05 \text{ mm}$ .

angle  $\theta$  donné, plus l'angle de collision est grand et plus  $d_b$  est grand.

Pour le même diamètre de jet et le même angle d'impact, l'influence de la vitesse est présentée sur la figure 2.8. L'évolution de la taille avec  $\theta$  est identique et les valeurs absolues semblent être indépendantes de  $u_j$ . L'écart entre les mesures pour différents  $u_j$  est compris dans l'incertitude de mesure.

L'influence du diamètre  $d_j$  est montrée sur la figure 2.9. Si la taille du bourrelet est divisée par le diamètre des jets, alors les points expérimentaux se mettent sur une même courbe. La taille du bord varie ainsi comme le diamètre  $d_j$ . Sur ce graphique où les vitesses d'injection sont différentes, nous avons utilisé la propriété observée précédemment, à savoir que  $d_b$  est indépendant de  $u_j$ .

En conclusion, nous observons que la taille du bord augmente avec la position angulaire, que cette augmentation dépend de l'angle d'impact ainsi que du diamètre des jets, mais qu'elle est indépendante de la vitesse d'injection.



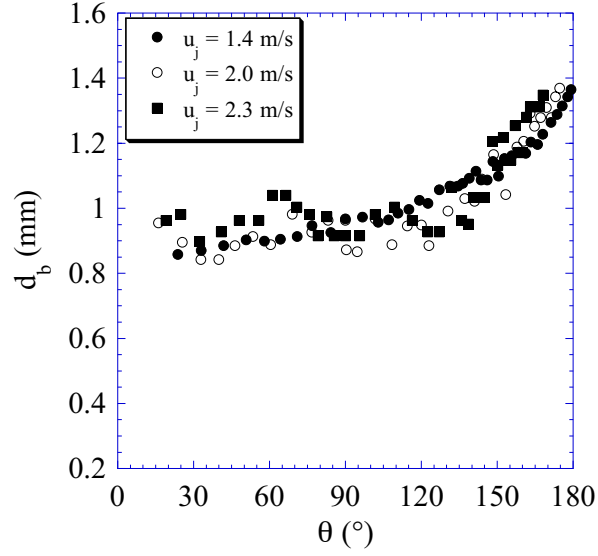


FIG. 2.8: *Evolution angulaire de la taille du bord pour trois conditions de vitesses de jet  $u_j$ ,  $\bullet$  1.4 m/s,  $\circ$  2.0 m/s,  $\blacksquare$  2.3 m/s, l'angle d'impact est de  $117^\circ$ ,  $d_j = 1.05$  mm.*

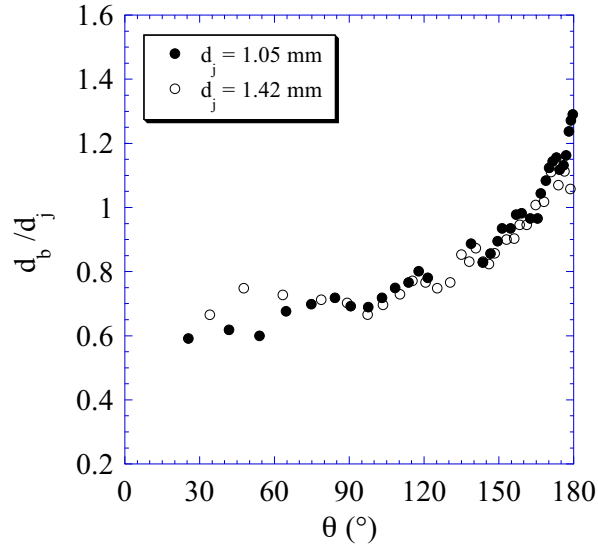


FIG. 2.9: *Evolution angulaire de la taille du bord rapportée au diamètre des jets pour deux diamètres, 1.05 mm et 1.42 mm. La vitesse est de 1.8 m/s pour le premier et de 1.4 m/s pour le deuxième,  $2\alpha = 89^\circ$ .*

### 2.2.2 Perturbation de l'état de base

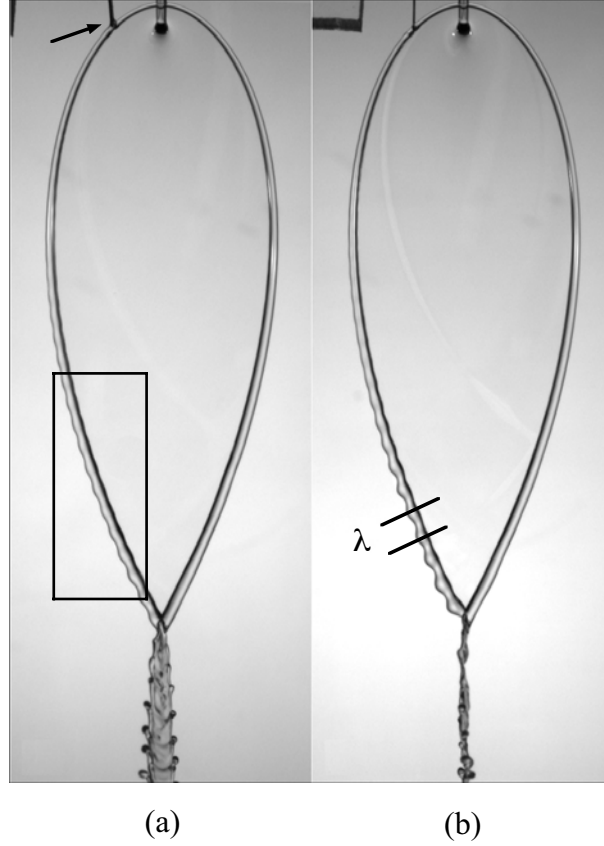


FIG. 2.10: *Perturbation du bourrelet à l'aide de deux fils de diamètres différents,  $400\ \mu\text{m}$  pour l'image (a) et  $200\ \mu\text{m}$  pour l'image (b). Les conditions d'impact sont:  $u_j=2.1\ \text{m/s}$ ,  $d_j=1.05\ \text{mm}$  et  $2\alpha=90^\circ$ . Le rectangle noir correspond à la fenêtre de mesure de la longueur d'onde.*

Le bord est à présent perturbé à l'aide de fils en tungstène de diamètres  $400\ \mu\text{m}$  (fil1) et  $200\ \mu\text{m}$  (fil2). L'utilisation de deux diamètres permet de vérifier si la taille de l'objet perturbateur influence la réponse de la nappe. Le fil est approché vers le bord dans la partie supérieure de la nappe à l'aide d'une plaquette Microcontrôle permettant de faibles déplacements,  $100\ \mu\text{m}$  par tour. Le fil est déplacé jusqu'au mouillage de telle sorte que la forme initiale de la nappe ne soit pas modifiée. L'axe du fil est dans le plan de la nappe et son extrémité est positionnée au centre du bourrelet.

La figure 2.10 présente l'effet de la perturbation sur le bord pour les mêmes conditions d'impact mais avec deux fils différents. Le fil est indiqué par une flèche noire sur l'image (a). Il apparaît des ondulations périodiques du bourrelet dont l'amplitude augmente avec  $\theta$ . Ces ondulations ne sont observées que du côté perturbé. Ce motif n'est pas stationnaire: les mo-

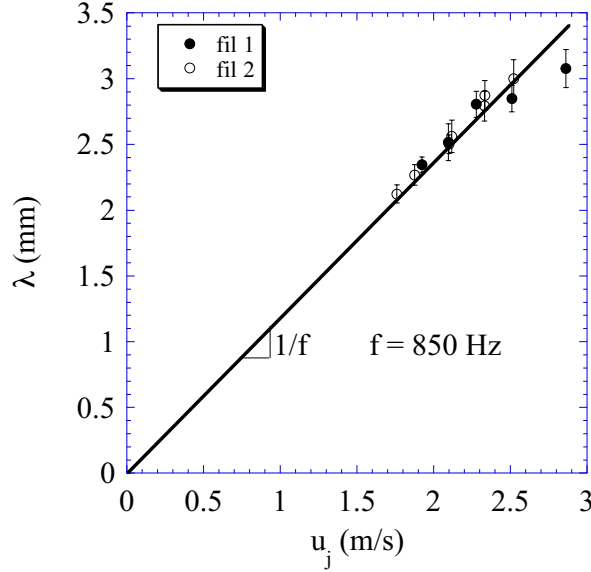


FIG. 2.11: Variation de la longueur d'onde en fonction de la vitesse des jets pour les deux fils,  $d_j=1.05 \text{ mm}$  et  $2\alpha = 90^\circ$ . L'inverse de la pente du trait plein correspond à une fréquence de 850 Hz.

dulations se propagent vers la pointe de la nappe. La longueur d'onde est mesurée pour des grands angles  $\theta$ , et moyennée sur plusieurs ondulations. La fenêtre de mesure est indiquée sur l'image (a).

Une étude systématique de la longueur d'onde  $\lambda$  en fonction de la vitesse des jets a été réalisée pour les deux fils. L'ensemble des mesures est présenté sur la figure 2.11.  $\lambda$  augmente linéairement avec  $u_j$ . Ceci implique qu'il existe une fréquence fixée par le système qui correspond à l'inverse de la pente du trait plein tracé sur le graphique. Cette fréquence est, dans le cas présent, de l'ordre de 850 Hz. L'origine de cette fréquence est étudiée dans la section suivante.

Nous constatons également que la longueur d'onde est indépendante de la taille du fil utilisé. Les modulations du bord ne correspondent pas au sillage du fil puisque la fréquence est ici constante. En effet, l'écoulement derrière un barreau présente des structures périodiques dont la fréquence  $f$  est fixée par la taille du barreau  $d$  et la vitesse  $u$  de l'écoulement en amont,  $f \propto u/d$ , et devrait donc conduire à une longueur d'onde  $\lambda$  indépendante de  $u$ ,  $\lambda \propto u/f \propto d$ .

La position du fil perturbateur est déplacée vers des angles  $\theta$  plus faibles sur les images de la figure 2.12. Nous observons que le bord se déstabilise plus tôt par rapport aux cas de la figure 2.10. La modulation du bord s'amplifie jusqu'à la formation périodique de gouttes. Les trois clichés sont issus de la même expérience. La différence du temps d'acquisition de ces images est de l'ordre de la seconde. Le lieu d'éjection des gouttes, indiqué par une flèche

noire, varie malgré des conditions de perturbation et d'injection identiques. Ceci signifie que, soit l'amplitude de la perturbation n'est pas constante, soit les caractéristiques de l'écoulement dans le bourrelet ou bien dans la nappe fluctuent. Nous remarquons également que lorsque de la masse est éjectée, le bord libre se déplace vers l'intérieur de la nappe.

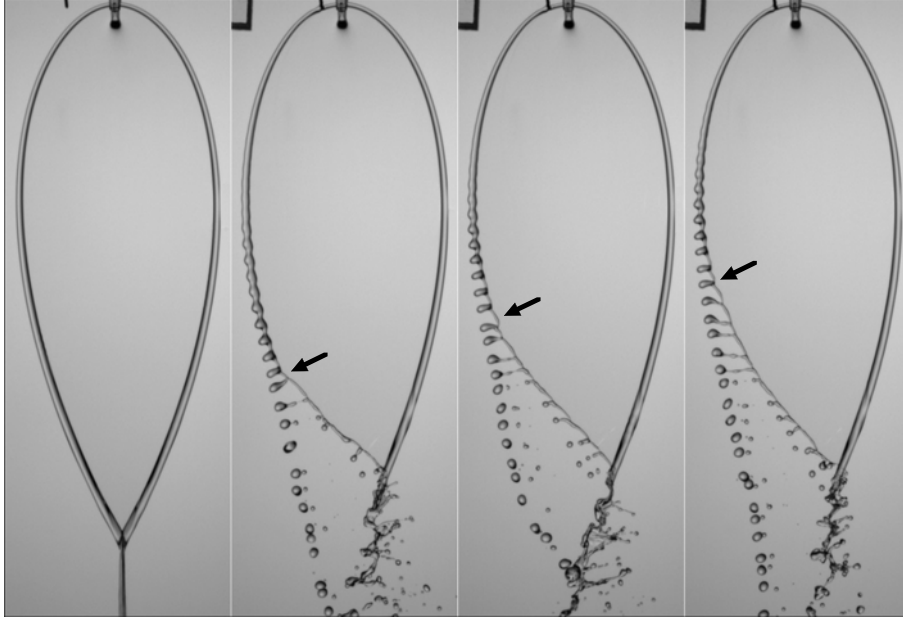


FIG. 2.12: Variation du lieu d'éjection des gouttes, indiqué par une flèche noire, pour les mêmes conditions d'injection et de perturbation,  $2\alpha = 90^\circ$ ,  $u_j = 2.1 \text{ m/s}$ ,  $d_j = 1.05 \text{ mm}$ .

Lorsqu'il existe une différence de vitesse entre les deux jets, la nappe n'est plus formée dans le plan médian des jets mais s'incline, figure 2.13. La nappe tend à s'orienter dans la direction du jet le plus rapide. Au-delà d'un écart critique de la vitesse, le bord de la nappe se déstabilise et se brise en gouttes, comme le montre la figure 2.14. La perturbation du bord se situe à son origine ( $\theta = 0$ ). Ceci est bien visible sur la première image où la forme du bourrelet à proximité des jets n'est plus cylindrique mais présente des plissements. La formation des gouttes est périodique mais pas forcément symétrique gauche/droite. Ceci a été observé par Heidmann *et al* en 1957 [36] et plus récemment par Hasha et Bush en 2002 [34].

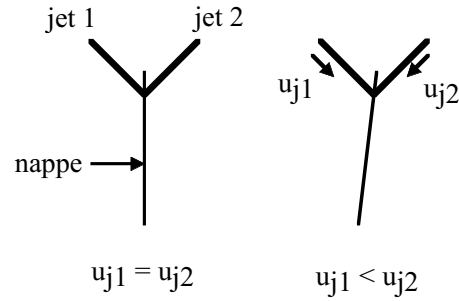


FIG. 2.13: La nappe est formée dans le plan médian des jets incidents si les vitesses sont équivalentes, ou bien dévie de ce plan si les vitesses sont différentes.

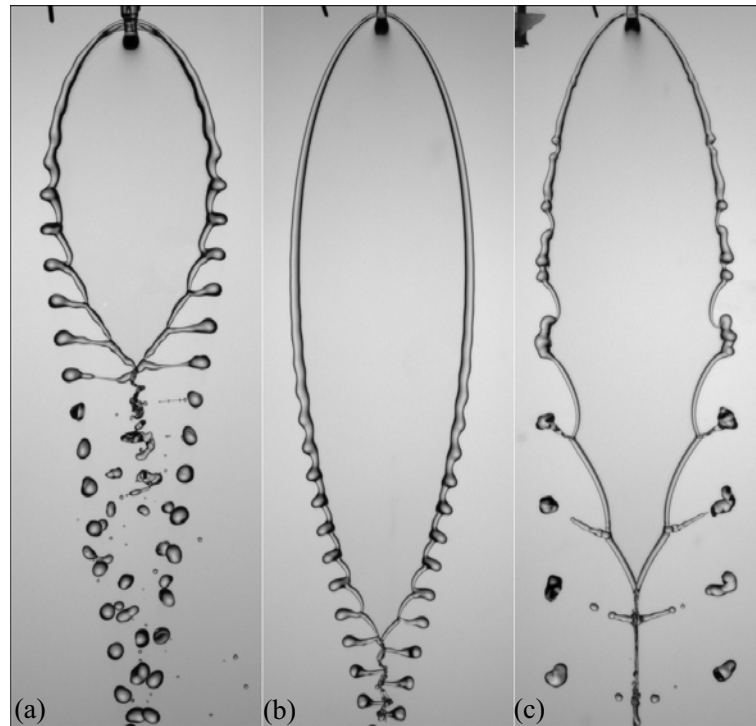


FIG. 2.14: Atomisation périodique d'une nappe d'éthanol en présence d'une différence de vitesse entre les deux jets, (a) :  $2\alpha = 90^\circ$ ,  $d_j = 1.05 \text{ mm}$ , (b) :  $2\alpha = 60^\circ$ ,  $d_j = 1.05 \text{ mm}$ , (c) :  $2\alpha = 60^\circ$ ,  $d_j = 1.42 \text{ mm}$ .

### 2.2.3 Modulations d'épaisseur

Les clichés de la nappe vue de face et éclairée par transmission permettent de définir les caractéristiques de son bord mais pas de la nappe elle-même. La visualisation du champ d'épaisseur de la nappe peut être obtenue par une méthode interférométrique. L'intérêt de cette méthode est d'être non intrusive.

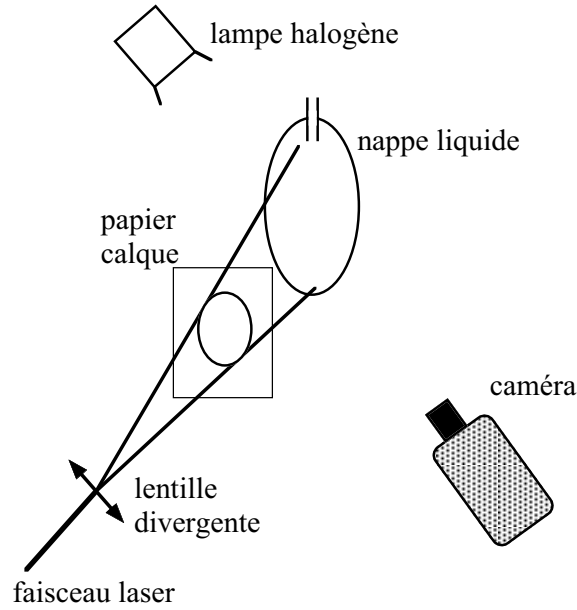


FIG. 2.15: *Dispositif expérimental permettant de visualiser le champ d'épaisseur de la nappe.*

Le dispositif expérimental permettant de visualiser le champ d'épaisseur de la nappe liquide est schématisé sur la figure 2.15. La nappe est éclairée à travers un papier calque par un laser argon dont la longueur d'onde est réglée à 488 nm. La figure d'interférence est ensuite filmée par une caméra numérique. Ce dispositif correspond à celui utilisé par Dombrowski, Hasson et Ward [20] lors de leurs expériences avec des gicleurs à orifice rectangulaire. Une lampe halogène est placée derrière la nappe afin de distinguer son bord. L'angle d'impact des jets liquides est fixé à  $2\alpha = 90^\circ$  pour toute la série d'expériences d'interférométrie.

La figure 2.16-a présente un exemple d'image obtenue à partir du dispositif interférométrique. La figure d'interférence nous informe sur le gradient d'épaisseur. À chaque bande claire ou sombre correspond une valeur de l'épaisseur. Entre deux franges de même couleur, l'épaisseur varie d'une valeur constante  $\Delta h$  qui dépend de la longueur d'onde  $\lambda$  du laser, de l'angle d'incidence  $i$ , de l'indice optique  $n$  du liquide :  $\Delta h = \lambda / 2n \cos i$ . Comme

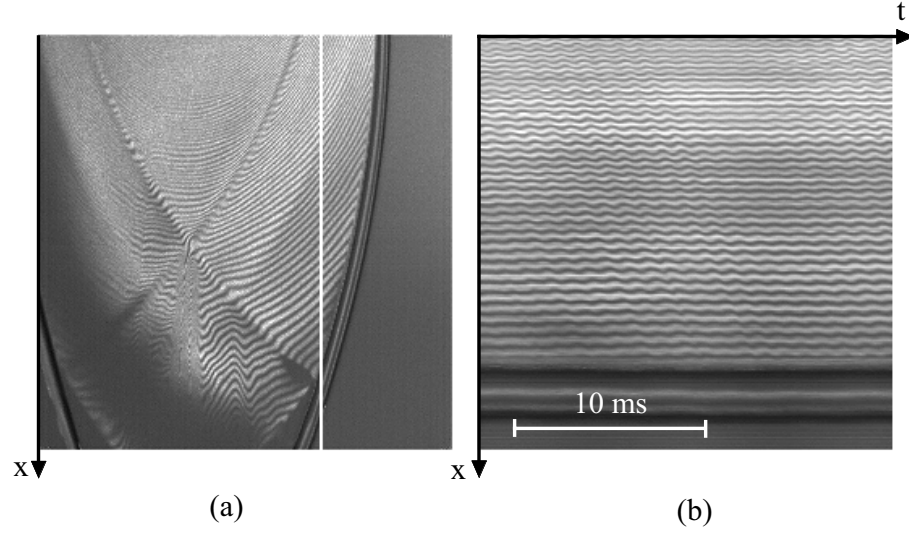


FIG. 2.16: (a) Instantané du champ d'épaisseur révélé par le laser. (b) Diagramme spatio-temporel d'après une ligne verticale (ligne blanche) sélectionnée sur des images successives telles que (a),  $2\alpha = 90^\circ$ ,  $d_j = 1.05$  mm,  $u_j = 2.2$  m/s.

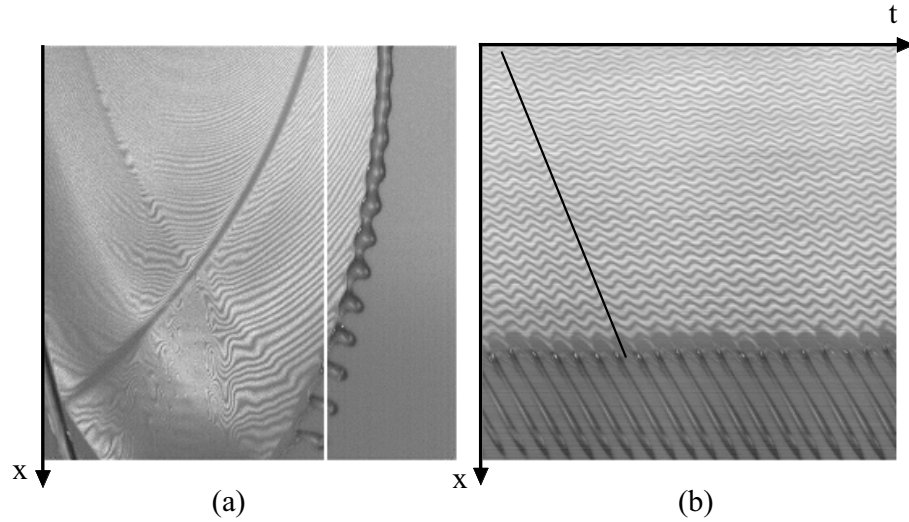


FIG. 2.17: Même procédé que pour la figure 2.16 dans les mêmes conditions d'injection mais en perturbant le bord avec un fil.

l'indique la relation (B.10), l'épaisseur de la nappe décroît avec la distance radiale  $r$  centrée au niveau de l'impact des deux jets. L'interfrange augmente ainsi avec  $r$  comme le montre la figure 2.16-a. Il s'agit ici du cas de base non perturbé. L'image 2.16-b est un diagramme spatio-temporel construit à par-

tir d'une ligne verticale sélectionnée sur une suite d'images. L'espace est selon la verticale et le temps se lit de gauche à droite, selon l'horizontale. Nous constatons que, quelle que soit la position, les interfranges oscillent à la même fréquence. Cette fréquence est de l'ordre de 800 Hz. Si la vitesse d'injection  $u_j$ , ou la taille des jets  $d_j$ , sont modifiées, alors la fréquence d'oscillation des franges est inchangée. Il existe donc une fréquence propre des modulations d'épaisseur de la nappe indépendante des conditions d'injection. Celle-ci est à rapprocher de la fréquence de passage des perturbations du bord observée précédemment. La suite logique est de perturber le bord et de visualiser le champ d'épaisseur.

La figure 2.17-a présente le champ d'épaisseur lorsque le bord est déstabilisé à l'aide d'un fil. La fréquence d'oscillation des interfranges reste inchangée et la fréquence de passage des perturbations du bord lui est égale. Les modulations du bord ont la même fréquence que l'onde mise en évidence par la déformation de la figure d'interférence, et dont la nature reste à définir.

Il existe deux types d'onde se propageant sur une lame liquide d'épaisseur  $h$  : un mode sinueux, correspondant à un déplacement en phase des deux interfaces, et un mode variqueux, correspondant à des modulations d'épaisseur. Une variation de l'épaisseur de la nappe induit une variation du gradient d'épaisseur et déforme la figure d'interférence. Un déplacement en phase des deux interfaces ne change pas l'épaisseur mais modifie l'angle d'incidence du laser. L'interfrange est modifiée. Le système d'interférométrie permet ainsi de visualiser les deux types d'ondes sans toutefois pouvoir les distinguer. Les vitesses de ces ondes sont différentes. Dans le cas stable, sans amplification, leur vitesse intrinsèque est [92]:

$$\text{mode sinueux : } v_s = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho h}} \quad (2.1)$$

$$\text{mode variqueux : } v_v = \sqrt{\frac{\sigma h}{2\rho}} k \quad (2.2)$$

Seul le mode variqueux est dispersif puisque la vitesse dépend du nombre d'onde  $k$ .

L'onde perturbe le réseau d'interfrange lors de sa propagation. Une phase de l'onde peut être suivie sur le diagramme en repérant les creux, ou bien les crêtes, successifs selon  $x$ . Ce suivi est repéré sur la figure 2.17-b par la ligne noire, la vitesse de propagation de l'onde est donc constante. Le diagramme permet de déterminer la projection de la vitesse selon  $x$ . La mesure de la vitesse de propagation de l'onde est mesurée selon  $\theta = 180^\circ$  qui correspond ainsi à la valeur absolue de la vitesse. Elle est reportée sur le graphique de la figure 2.18 en fonction de la vitesse d'injection.



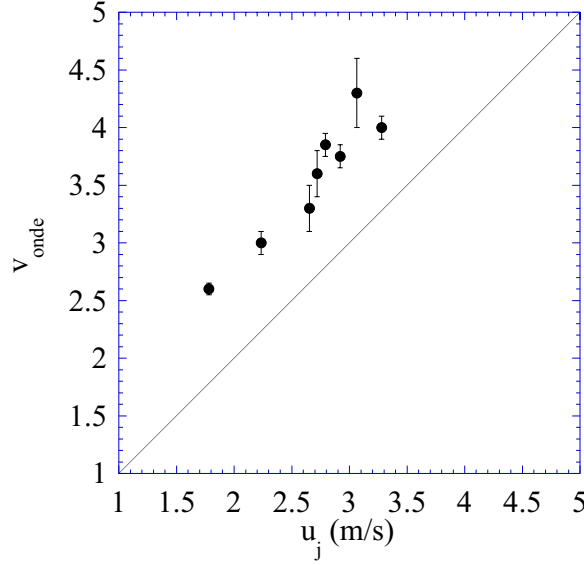


FIG. 2.18: Vitesse de l'onde d'épaisseur mesurée à  $\theta = 180^\circ$  en fonction de la vitesse d'injection.

La vitesse de l'onde est une fonction linéaire de la vitesse d'injection. Elle est en moyenne plus élevée de 30%. Comme l'ont remarqué Choo et Kang [9], la présence d'un profil de vitesse dans les jets induit une distribution angulaire de vitesse dans la nappe. La vitesse augmente avec  $\theta$ . Des mesures de la vitesse d'écoulement sont présentées en annexe B, et montrent que la vitesse proche de  $\theta = 180^\circ$  est de l'ordre de 1.3 fois  $u_j$ . Ces ondes se propagent ainsi à la vitesse du liquide.

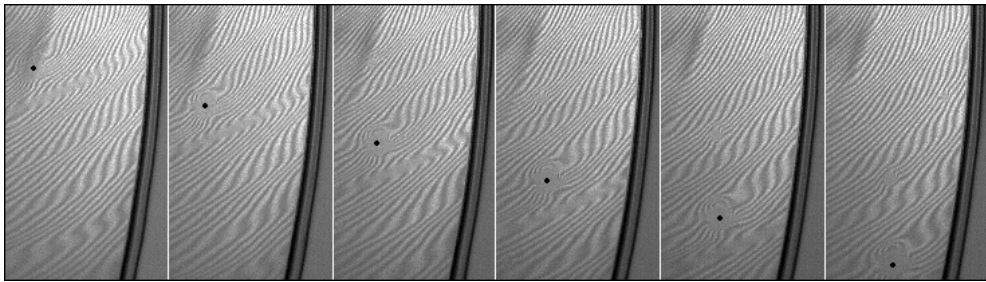


FIG. 2.19: Suivi d'une particule en présence de modulations d'épaisseur imposées.

La longueur d'onde est de l'ordre du millimètre. Sachant que l'épaisseur varie comme  $d_j^2/r$ , que la taille des jets est millimétrique et que celle des nappes est centimétrique, l'épaisseur est de l'ordre de la dizaine de micromètres ce qui nous donne des vitesses de l'ordre du centimètre par seconde

pour le mode variqueux et de l'ordre du mètre par seconde pour le mode sinueux. Etant donné qu'il faut ajouter la vitesse de convection due à l'écoulement et que la vitesse mesurée de l'onde est équivalente à la vitesse locale du liquide qui est de l'ordre du mètre par seconde, nous pouvons conclure qu'il s'agit là d'une onde variqueuse.

Le suivi d'une particule en présence du réseau d'interférences présenté sur la figure 2.19 confirme ces mesures puisque la particule se déplace à la même vitesse qu'une modulation d'épaisseur. La particule est indiquée par un point noir. Sa présence modifie le champ d'épaisseur localement, mais sa position par rapport aux perturbations globales ne change pas.

Le dispositif interférométrique nous a permis de révéler l'existence d'ondes d'épaisseur se propageant sur la nappe. Le fait que la fréquence de ces ondes corresponde à la fréquence des modulations du bourrelet étudiées au paragraphe 2.2.2 laisse penser qu'il existe un couplage entre l'épaisseur de la nappe et la déstabilisation du bourrelet. L'existence d'une fréquence indépendante des conditions d'injection nous a mené à introduire une perturbation extérieure de fréquence connue.

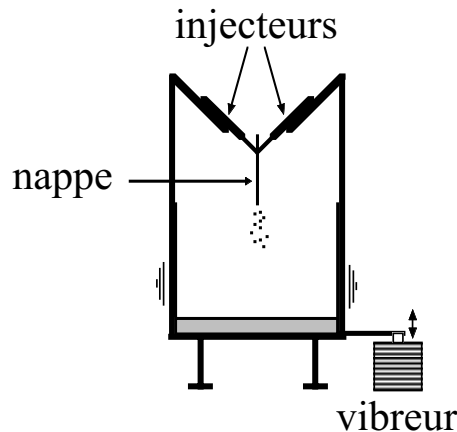


FIG. 2.20: *Vibration de la structure de l'expérience à une fréquence donnée à l'aide d'un vibreur.*

Un vibreur relié à la base de la structure de l'expérience, figure 2.20, permet de générer une perturbation monochromatique. La vibration se propage dans l'ensemble de la structure qui rentre en résonance pour des fréquences proches de 800 Hz. Les injecteurs vibrent à la fréquence imposée. L'influence de cette perturbation sur les jets et reportée sur figure 2.21. Le jet oscille latéralement à la fréquence du vibreur. Sur cette suite d'images, la fréquence imposée correspond à la fréquence de résonance de la structure. L'amplitude initiale du vibreur est maximale afin de visualiser les oscillations du jet. En pratique, l'amplitude est plus faible.

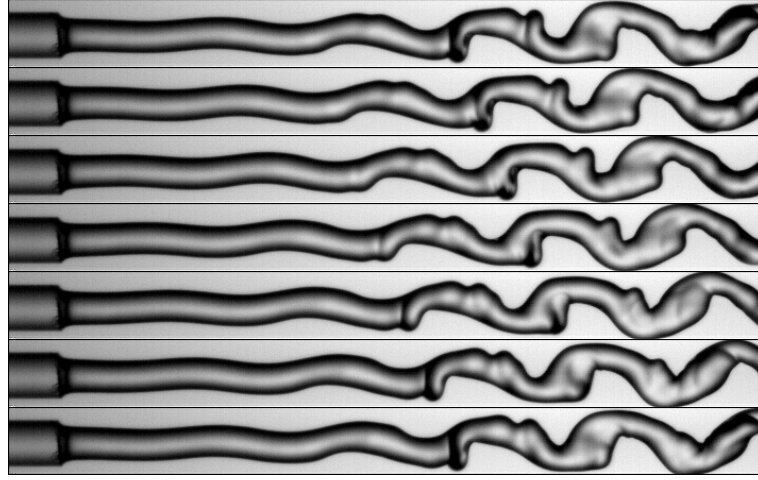


FIG. 2.21: *Oscillation du jet de 1.05 mm lorsque la structure supportant l'expérience vibre.*

L'effet de cette perturbation sur le champ d'épaisseur est présenté sur la figure 2.22. Nous observons sur l'image (a) un train d'ondes d'épaisseur pulsant à la fréquence imposée. Le bord est ensuite perturbé à l'aide d'un fil sur les images (b) et (c). La modulation du bord se synchronise sur la fréquence des ondes d'épaisseur. L'amplitude de la perturbation est augmentée sur l'image (c). Nous observons un train de gouttes de même fréquence que les modulations d'épaisseur.

Il existe un deuxième train d'ondes visible au centre de la nappe et repéré par une alternance de bandes sombres et claires. La fréquence de passage de ces ondes est égale à celle imposée. En revanche, la longueur d'onde diminue au cours de la propagation. Elle diminue quasiment de moitié sur la taille de l'image correspondant à 4 cm. Considérons un mode sinueux qui, dans le référentiel du liquide, se propage vers les jets. La vitesse d'écoulement est plus grande que la célérité des ondes qui sont ainsi advectées vers le bord. D'après l'équation (2.1), la vitesse intrinsèque du mode sinueux augmente avec  $r$  puisque l'épaisseur diminue. La fréquence des ondes étant constante, la longueur d'onde diminue. La vibration des jets excite simultanément une onde sinieuse et une onde variqueuse.

L'influence de la fréquence sur les modulations de l'épaisseur et la déstabilisation du bourrelet est présentée sur la figure 2.23. Pour les hautes fréquences, ici 1500 Hz sur l'image (a), les modulations du bord ne sont plus périodiques. La longueur d'onde moyenne est plus petite que la taille du bord  $d_b$  mais la taille des gouttes reste de l'ordre de grandeur de  $d_b$ . Pour des fréquences plus faibles, 1000 Hz sur l'image (b) et 600 Hz sur l'image (c), l'émission des gouttes est périodique de fréquence égale à celle imposée. Pour

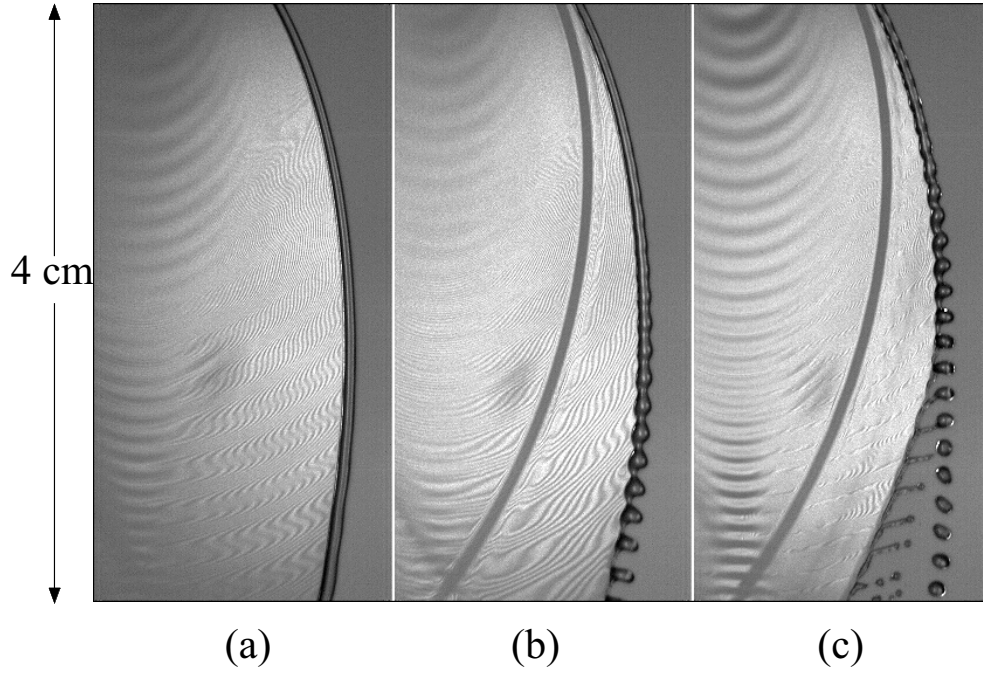


FIG. 2.22: *Effet d'une perturbation extérieure de 1000 Hz sur le champ d'épaisseur de l'état de base (a), et en présence d'une perturbation du bord pour deux amplitudes de la vibration (b), (c),  $d_j = 1.05$  mm,  $u_j = 3.5$  m/s,  $2\alpha = 90^\circ$ .*

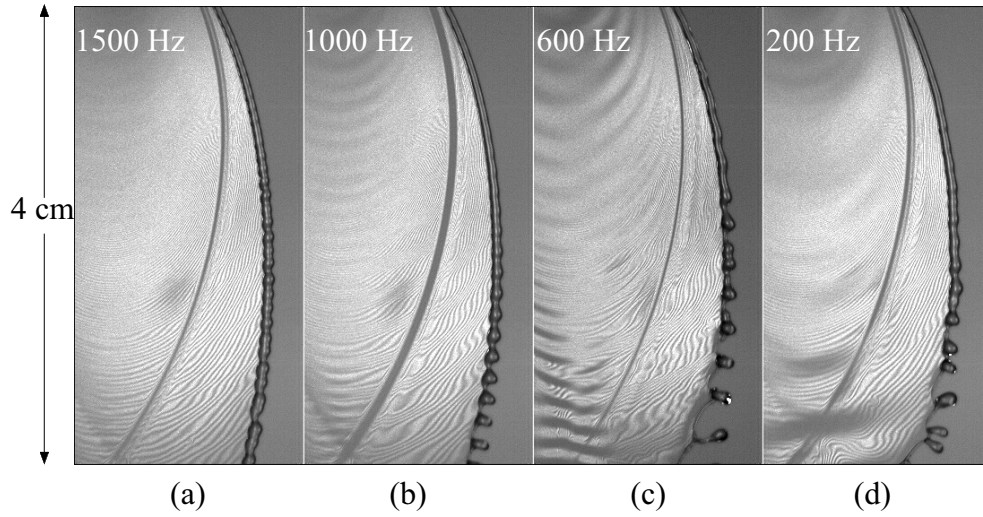


FIG. 2.23: *Vibration de la structure pour différentes fréquences, les conditions d'injection sont identiques,  $d_j = 1.05$  mm,  $u_j = 3.5$  m/s,  $2\alpha = 90^\circ$ .*

une perturbation à 600 Hz, la longueur d'onde est plus grande que pour 1000 Hz, la taille des gouttes est ainsi augmentée. A plus basse fréquence, 200 Hz sur l'image (d), la longueur d'onde initiale correspond à la fréquence imposée mais il apparaît des modulations intermédiaires et l'atomisation n'est plus aussi régulière que précédemment.

Quoi qu'il en soit, l'ordre de grandeur de la taille des gouttes semble être fixé par la taille du bord qui est donnée par la taille des injecteurs. Il existe tout de même une gamme de fréquences pour laquelle l'atomisation est contrôlée. Le fait qu'il existe cette gamme de fréquences, où le bord développe une seule longueur d'onde, suggère que l'instabilité du bourrelet admet une courbe de dispersion présentant un maximum. Une perturbation va ainsi être plus amplifiée si la fréquence imposée correspond au maximum du taux de croissance. Par contre, si la fréquence de la perturbation est trop éloignée du maximum, des modes subharmoniques vont être amplifiés au détriment du mode sollicité.

### 2.2.4 Atomisation

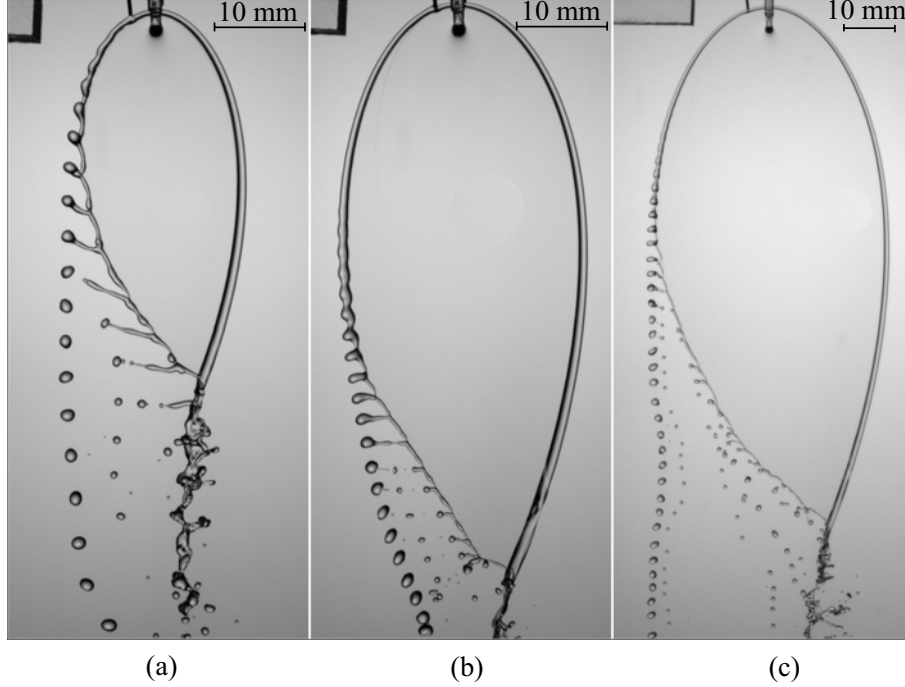


FIG. 2.24: Atomisation provoquée d'une nappe d'éthanol pour trois vitesses d'injection données : (a) 1.7 m/s, (b) 2.1 m/s, (c) 2.7 m/s, dans les trois cas  $2\alpha = 90^\circ$  et  $d_j = 1.05$  mm.

L'atomisation est étudiée sans vibration imposée. Le bord est perturbé plus en amont de sorte que l'amplification de la perturbation conduise à la fragmentation du bourrelet comme le montre la figure 2.24. L'amplitude de la modulation du bord croît jusqu'à la naissance d'un ligament se terminant par une goutte de l'ordre de grandeur de la taille du bourrelet. Le ligament se brise en gouttelettes sous l'effet de la tension superficielle [82, 76]. Il se casse généralement en une goutte principale, une goutte secondaire, et une ou deux gouttes satellites qui ont un volume négligeable devant les deux autres gouttes, figure 2.26. La résolution spatiale ne permettant pas d'obtenir une bonne précision sur la taille de ces gouttes satellites, elles sont écartées lors de l'analyse de l'atomisation du bord. Le nombre total de gouttes par ligament est en moyenne égal à deux.

Pour des vitesses élevées, comme sur la figure 2.24-c ou bien la figure 2.25, ce scénario peut se répéter et donner lieu à des gouttes plus petites. Comme l'ont observé Marmottant et Villermaux [61], le temps de brisure du ligament étiré est donné par le temps de Plateau-Rayleigh basé sur la taille de la protubérance initiale  $d_0$ , c'est-à-dire  $\sqrt{\rho d_0^3 / \sigma}$ , indépendamment

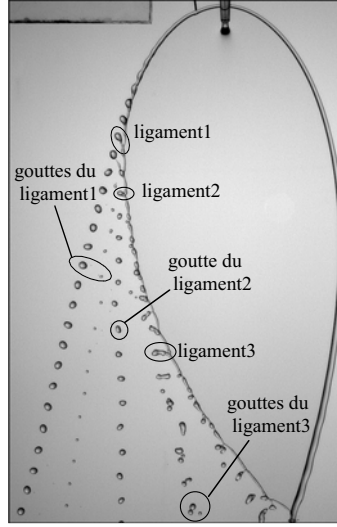


FIG. 2.25: *Atomisation en cascade d'une nappe liquide,  $2\alpha = 90^\circ$ ,  $d_j = 1.42$  mm,  $u_j = 2.35$  m/s.*

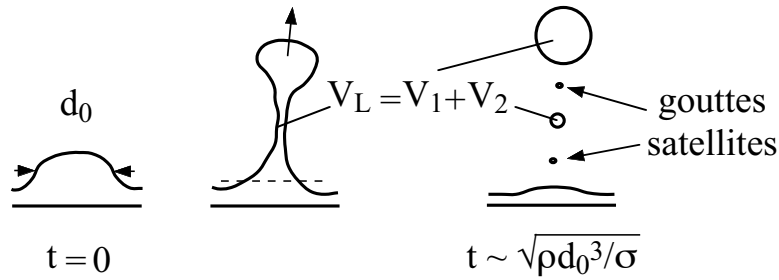


FIG. 2.26: *Formation et brisure d'un ligament à partir du bourrelet de la nappe.*

du taux d'étirement. Ce processus est schématisé sur la figure 2.26. Le ligament secondaire ayant une base plus petite, il n'a pas le temps d'être étiré et ne forme qu'une seule goutte comme le montre la figure 2.25.

Seules les gouttes issues du ligament primaire ont été analysées. Le volume emporté par le ligament est calculé à partir de la somme des volumes des gouttes après brisure de ce dernier, figure 2.26. Le volume d'une goutte est déduit de la mesure de l'aire qu'occupe celle-ci sur l'image. Cette aire est rapportée à celle générée par la projection d'une sphère sur un plan. La figure 2.27 présente le volume du ligament  $V_L$  en fonction du volume construit avec la longueur d'onde  $\lambda$  de la perturbation et le diamètre  $d_b$  du bourrelet mesuré juste avant la formation du ligament,  $\pi\lambda d_b^2/4$ . Ces grandeurs sont

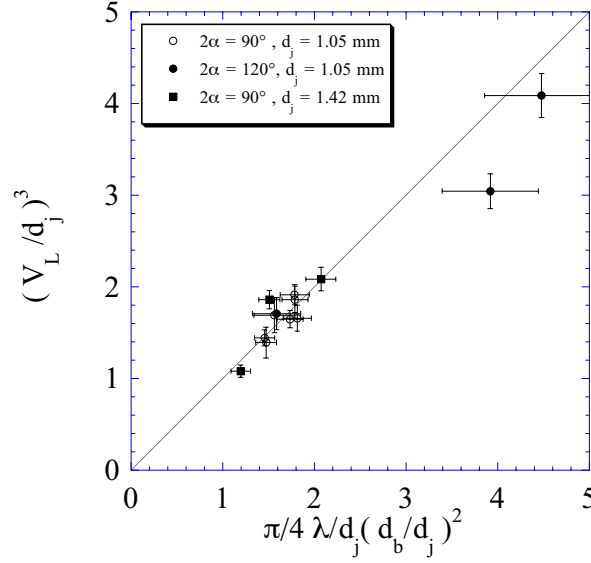


FIG. 2.27: *Volume emporté par le ligament en fonction de la longueur d'onde et de la section du bord.*

adimensionnées par le diamètre  $d_j$  afin de comparer les résultats obtenus pour deux diamètres d'injection différents, 1.05 et 1.42 mm. Pour un angle d'impact et un diamètre des jets donnés, les points expérimentaux sur le graphique correspondent à des valeurs de la vitesse d'injection différentes. Cette étude montre qu'il y a correspondance entre les deux volumes :

$$V_L = \frac{\pi}{4} \lambda d_b^2 \quad (2.3)$$

Il est à noter, qu'en moyenne, 90 % de la masse est emportée par la première goutte.

Pour conclure sur les observations expérimentales du processus d'atomisation des nappes formées par la collision de jets obliques, dans une bande de fréquences réduite, une modulation périodique du champ d'épaisseur conduit à une formation de gouttes périodique. La fréquence d'éjection des gouttes correspond à la fréquence des variations d'épaisseur. A cette fréquence est associée une longueur d'onde des modulations de la taille du bord qui est de l'ordre de grandeur du diamètre du bord. Dans ce régime, la quasi-totalité du volume liquide éjecté est emportée par une goutte. Ce volume dépend de la longueur d'onde et de la section du bord.

Si la longueur d'onde est plus petite ou bien beaucoup plus grande que le diamètre du bord, alors l'atomisation n'est plus régulière. La taille des gouttes reste cependant de l'ordre de grandeur de la taille du bourrelet. La taille du bourrelet, et par conséquent le diamètre des jets, est ainsi une échelle spatiale de coupure vis à vis de la taille des gouttes.



## 2.3 Nappe fragmentée

L'utilisation de l'eau ne permet pas d'obtenir des nappes lisses comme celles étudiées dans la section précédente avec l'éthanol. Des gouttes sont émises à la périphérie de la nappe pour toutes les conditions d'injection. Nous nous intéressons ici à la caractérisation de l'atomisation de la nappe. Cela comprend la position angulaire d'éjection des premières gouttes, la taille moyenne des gouttes émises avant la pointe de la nappe ( $\theta \in [0, 180^\circ]$ ), ainsi que la distribution des tailles dans le spray et le rendement de l'atomisation correspondant à la proportion du volume fragmenté avant la pointe de la nappe.

Lors de cette étude, le diamètre des jets est maintenu constant,  $d_j = 1.05$  mm. Les vitesses varient de 2 à 4.6 m/s et l'angle de collision de  $72$  à  $117^\circ$ .

### 2.3.1 Angle d'éjection

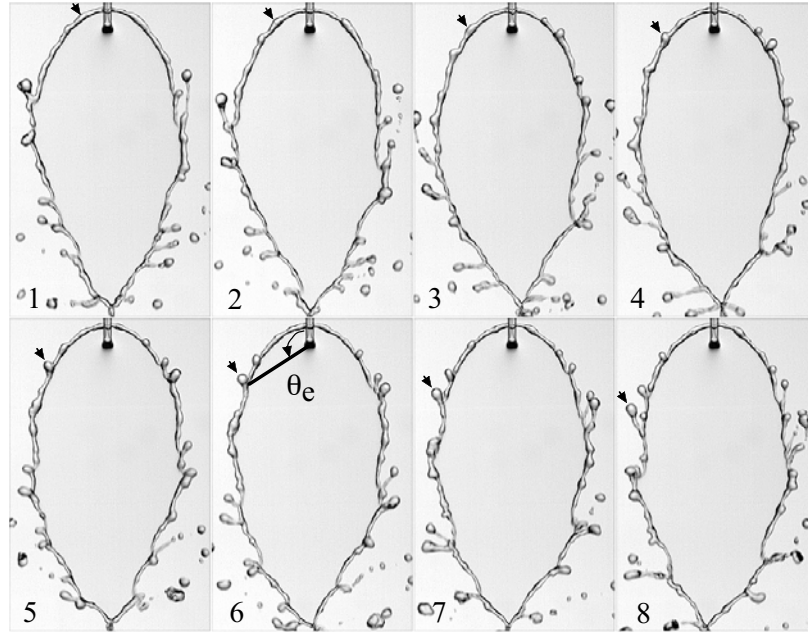


FIG. 2.28: *Evolution d'une perturbation du bord indiquée par une flèche noire, chaque image est séparée de 1.4 ms,  $2\alpha = 89^\circ$  et  $d_j = 1.05$  mm,  $u_j = 3.0$  m/s.*

Dans le régime étudié, c'est à dire lorsque la nappe reste plane, les gouttes sont émises dans le plan de la nappe, mais le lieu de formation des premières gouttes dépend des conditions du choc des deux jets. La figure 2.28 présente une série temporelle de l'atomisation d'une nappe d'eau. Une perturbation du bourrelet est indiquée par une flèche noire. La perturbation se

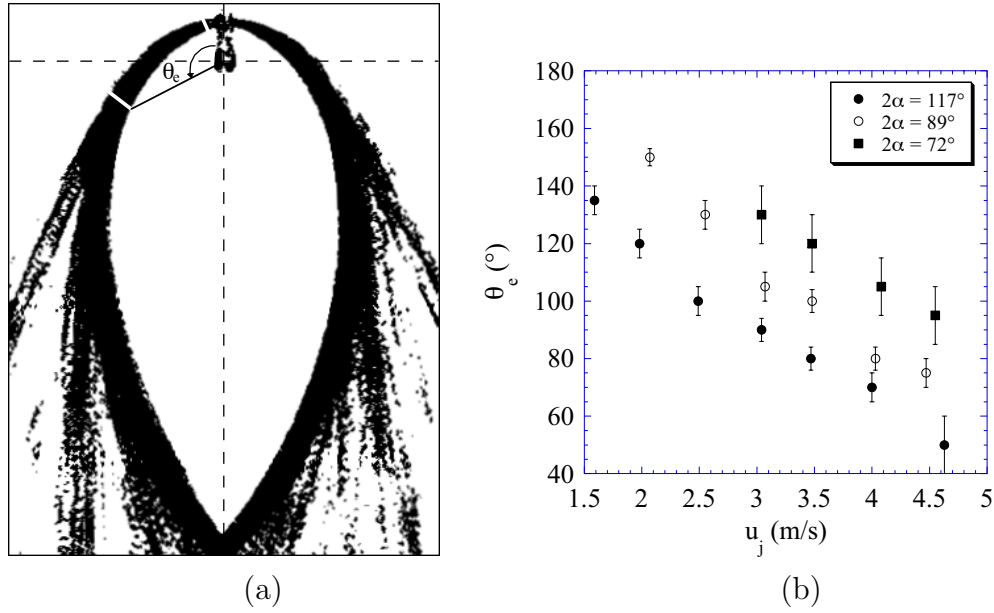


FIG. 2.29: (a) Principe de l'évaluation de l'angle d'éjection  $\theta_e$ , l'image est une moyenne des clichés de la figure 2.28. (b) Comportement de l'angle d'éjection en fonction de la vitesse pour les trois conditions d'angle d'impact.

déplace vers les  $\theta$  croissants et s'amplifie jusqu'à la formation d'une goutte raccrochée à la nappe par l'intermédiaire d'un ligament. La trajectoire de la perturbation est initialement courbée et correspond à la forme du bord, puis elle acquiert une trajectoire rectiligne lorsqu'elle sature sous la forme d'une goutte. L'angle d'éjection  $\theta_e$  est défini comme étant la position angulaire pour laquelle la perturbation est désolidarisée de la nappe, c'est-à-dire lorsque sa trajectoire devient rectiligne. Cette situation correspond à l'image 6 de la figure 2.28. L'angle  $\theta_e$  est déterminé à partir d'une moyenne d'une suite d'images telles que celles de la figure 2.28. Le principe de mesure est présenté sur la figure 2.29-a. L'image moyennée est rendue binaire après avoir appliqué un seuil sur les 256 niveaux de gris. Les pixels noirs correspondent à la zone occupée par le bourrelet et les gouttes. L'épaisseur initiale du bourrelet à proximité des jets est prise comme référence. Elle est indiquée par un trait blanc sur la figure 2.29-a. L'angle d'éjection  $\theta_e$  correspond à la position angulaire pour laquelle la longueur du trait noir est doublée. Ce critère est déterminé à partir de suivis temporel de plusieurs perturbations. Il permet ensuite un traitement systématique des images moyennées pour différentes conditions d'injection et de collision.

Une étude de cet angle est présentée sur la figure 2.29-b. Chaque angle est mesuré à partir d'au-moins 4 images moyennées. Quel que soit l'angle d'impact, l'angle d'éjection diminue lorsque la vitesse des jets augmente. De plus, pour une vitesse donnée,  $\theta_e$  est d'autant plus grand que l'angle d'impact est faible.

### 2.3.2 Taille des gouttes

Le principe de mesure des tailles de gouttes est décrit dans l'annexe C. L'analyse se porte sur les gouttes éjectées avant la rencontre des deux bords en  $\theta = 180^\circ$ . Les gouttes issues de l'apex sont en général plus volumineuses et proviennent d'un mécanisme d'atomisation différent. Dans ce cas là, le processus est similaire à celui de l'impact de deux jets pour des faibles nombres de Weber. Cette situation sera discutée dans la partie 5.2. Une zone morte en aval de l'apex a donc été définie lors du traitement des données grâce aux coordonnées des gouttes récupérées lors du traitement des images. Cette zone est présentée sur la figure 2.30.

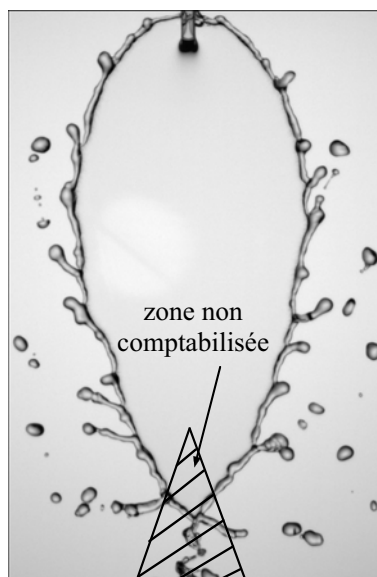


FIG. 2.30: Zone en aval de l'apex écartée lors du traitement des images permettant de déterminer la taille des gouttes.

Intéressons nous d'abord aux comportements des deux premiers moments de la distribution des tailles que sont la moyenne et l'écart type. Le graphique 2.31-a regroupe les moyennes obtenues lors des expériences menées avec trois angles de collision. La taille moyenne des gouttes varie autour du diamètre des jets,  $d_j = 1.05$  mm. Pour un angle d'impact donné, la taille diminue faiblement lorsque la vitesse augmente. La variation est de l'ordre de 30 % pour la plage de vitesses explorée, de 2 à 4.6 m/s. Cette variation est à rapprocher avec celle de l'écart type des distributions reporté sur le graphique 2.31-b. Mise à part pour la vitesse de 2.5 m/s et l'angle de  $88^\circ$ , l'écart type diminue lentement en fonction de la vitesse, et sa variation est du même ordre de grandeur que celle de la moyenne. Pour une vitesse donnée, plus l'angle d'impact est important et plus ces deux grandeurs sont élevées.

La distribution des tailles comprend 1 500 gouttes pour les plus basses

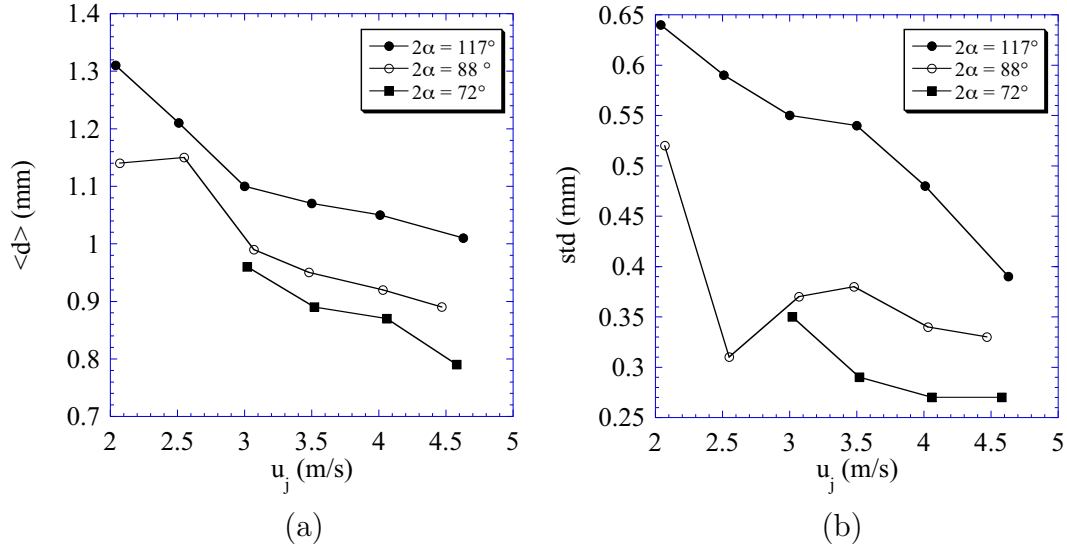


FIG. 2.31: (a) Diamètre moyen des gouttes  $\langle d \rangle$  en fonction de la vitesse pour les trois angles d'impact. (b) Ecart type des distributions des tailles de gouttes.

vitesses, et jusqu'à 5 000 gouttes pour les plus élevées. Plus la vitesse des jets est grande et plus le flux de gouttes est important. L'analyse se fait sur un nombre d'images plus grand pour les petites vitesses. Malgré cela, il existe une différence statistique et les distributions pour les petites vitesses sont moins bien définies. La figure 2.32 présente l'ensemble des densités de probabilité (pdf) obtenues pour trois angles d'impact ( $2\alpha = 117, 88$  et  $72^\circ$ ) et différentes vitesses. Les densités de probabilité du diamètre des gouttes sont reportées sur les graphiques de la colonne de gauche et celles du diamètre rapporté à la moyenne sont données par les graphiques de la colonne de droite. Les pdf présentent un pic correspondant à des tailles de l'ordre du millimètre. Il existe un pic secondaire de plus faible amplitude correspondant à des diamètres quasiment équivalents à la moitié de ceux du pic principal. Il peut s'agir de la signature de l'atomisation en cascade observée dans le cas de l'éthanol, figure 2.25.

Lorsque les pdf de la taille des gouttes rapportée à la moyenne sont comparées pour différentes vitesses, nous voyons sur la figure 2.32 que les distributions tendent vers une courbe unique au delà de 3 m/s. Dans ces conditions, la connaissance de l'évolution de la taille moyenne en fonction de la vitesse d'injection suffit pour déterminer la distribution des tailles dans le spray.

Si maintenant les pdf du diamètre normalisé par la taille moyenne sont tracées en échelle semi-logarithmique, figure 2.33, nous voyons que les distributions décroissent de façon exponentielle pour les grands diamètres. Cette décroissance ne dépend pas de la vitesse. Par contre, l'argument varie d'un

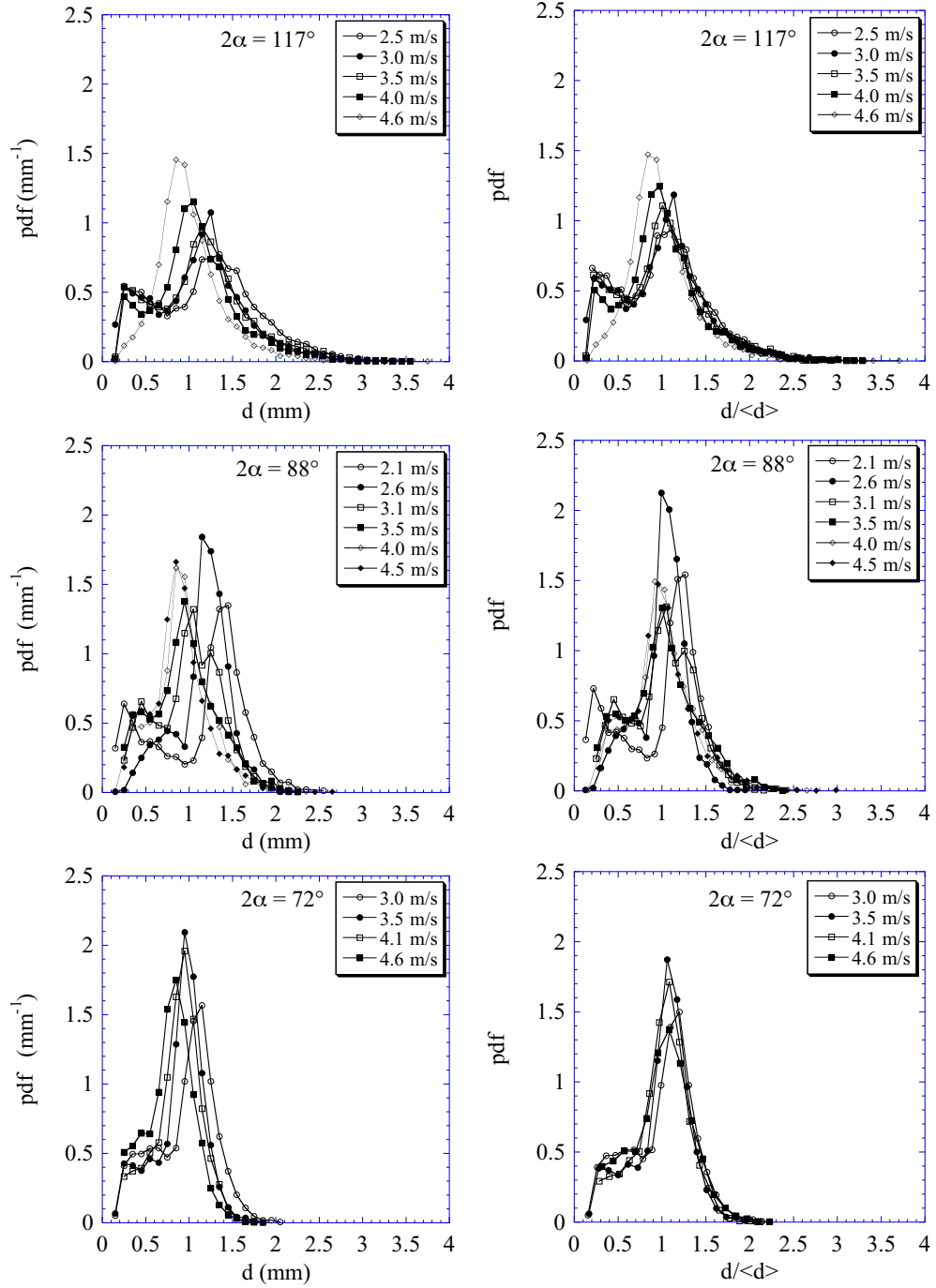


FIG. 2.32: Colonne de gauche: densité de probabilité du diamètre  $d$  des gouttes pour trois angles d'impact et plusieurs vitesses de jets indiquées sur les graphiques. Colonne de droite: densité de probabilité du diamètre des gouttes rapporté à la moyenne  $\langle d \rangle$ . Les conditions d'impact sont les mêmes que celles des graphiques se faisant face.

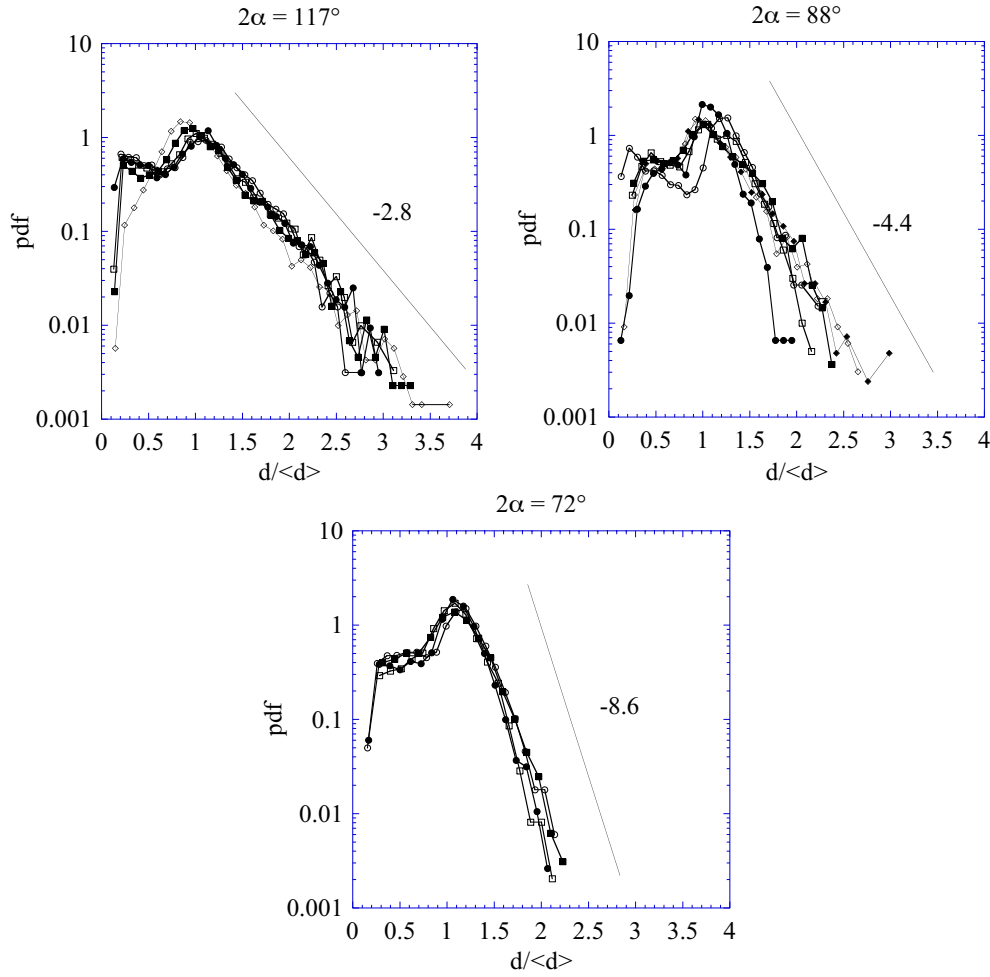


FIG. 2.33: Pdf du diamètre normalisé par la moyenne en échelle semi-logarithmique pour les trois angles d'impact.

angle d'impact à l'autre. L'argument moyen est indiqué sur chaque graphique. Sa valeur est triplée lors du passage de l'angle minimal à l'angle maximal. Plus l'angle d'impact est grand et plus la distribution des tailles de gouttes est large. Ceci est certainement dû à la dynamique de la brisure des ligaments formés à l'extrémité de la nappe. D'après Villermaux, Marmottant et Duplat [98], la distribution des tailles de gouttes issues de la brisure d'un ligament dépend de son état de surface initial. Dans la limite où le ligament est parfaitement cylindrique, cela conduit à une seule taille. Plus le ligament est initialement perturbé, c'est-à-dire plus le rapport de l'écart type des modulations du diamètre et du diamètre moyen augmente, plus la distribution des tailles de gouttes s'élargit. La compréhension de l'évolution de l'argument en fonction de l'angle d'impact nécessite une étude détaillée de la brisure des ligaments.

### 2.3.3 Rendement de l'atomisation

Nous nous sommes également intéressés au rendement de l'atomisation. Le rendement correspond au rapport de la quantité de liquide éjecté par unité de temps à la périphérie de la nappe avant l'apex et du débit des injecteurs. Soit  $Q_{apex}$  le débit mesuré au niveau de l'apex,  $Q_j$  le débit total des deux jets et  $R$  le rendement, alors  $R$  est défini par :

$$R = \frac{Q_j - Q_{apex}}{Q_j} \quad (2.4)$$

Le débit à l'apex est mesuré à l'aide d'un récipient placé au niveau de la focalisation des deux bords de la nappe et dont l'ouverture est ajustée pour collecter uniquement le liquide issue d'une faible zone englobant l'apex.

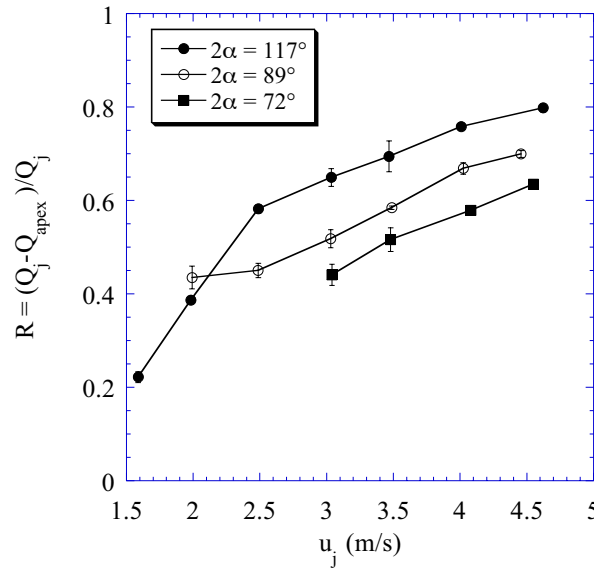


FIG. 2.34: Rendement de l'atomisation en fonction de la vitesse des jets pour les trois angles d'impact, l'erreur sur la mesure est représentée par les barres verticales.

La figure 2.34 rassemble les résultats obtenus pour toutes les conditions d'impact étudiées. Quel que soit l'angle d'impact, le rendement de l'atomisation de la nappe augmente avec la vitesse des jets. L'atomisation est plus efficace pour les grands angles d'impact.

Finalement, pour un angle donné, plus la vitesse d'injection est importante plus la taille des gouttes est faible et le rendement élevé. Pour une vitesse fixée, l'augmentation de l'angle d'impact entraîne un accroissement du volume des gouttes et une atomisation plus efficace.

### 2.3.4 Origine des modulations d'épaisseur

Il reste maintenant à déterminer pourquoi, dans le cas de l'eau, les nappes sont naturellement atomisées. Pour cela, il faut prendre en considération les conditions d'injection présentées dans l'annexe B. Le jet développe une instabilité de cisaillement observée sur la figure 2.35. L'épaisseur de la nappe varie comme le carré du diamètre des jets. Des modulations de la taille des jets devraient donc induire des variations d'épaisseur. La fréquence élevée de ces ondes, plusieurs milliers de Hertz, induit des longueurs d'onde inférieures au millimètre et donc des gradients d'épaisseur élevés. Ceci rend impossible la visualisation des modulations d'épaisseur par interférométrie. Nous avons vu dans la partie 2.2.3, qu'une perturbation périodique des jets générerait deux trains d'ondes antisymétriques et symétriques se propageant sur la nappe. Les fréquences de ces trains d'ondes sont identiques et égales à la fréquence imposée. Les ondes sinueuses sont mises en évidence par l'ombre que font leur crêtes. Un exemple est présenté sur la figure 2.36-a. La fréquence des modulations d'épaisseur est déduite de celle des ondes sinueuses.

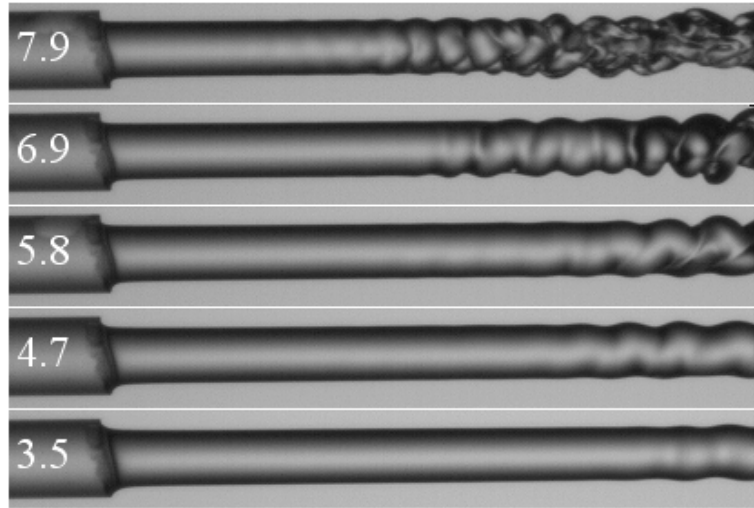


FIG. 2.35: *Instabilité de cisaillement développée à la sortie de la pipette pour différentes vitesses dans le cas de l'eau. Les vitesses sont indiquées sur la gauche en m/s, le diamètre du jet est de 1.05 mm.*

La figure 2.36-b présente des diagrammes spatio-temporels réalisés à partir d'une ligne verticale sur la nappe, matérialisée par une ligne blanche sur l'image (a), et placée dans le prolongement des jets indiqués par une flèche noire. La durée correspondant à trois périodes  $T$  des ondes est indiquée par deux lignes verticales sur la figure 2.36-b pour chaque cas de vitesse. La fréquence équivalente est présentée en fonction de la vitesse d'injection sur la figure 2.37. La fréquence  $f_p$  du mode préféré du jet est également présentée



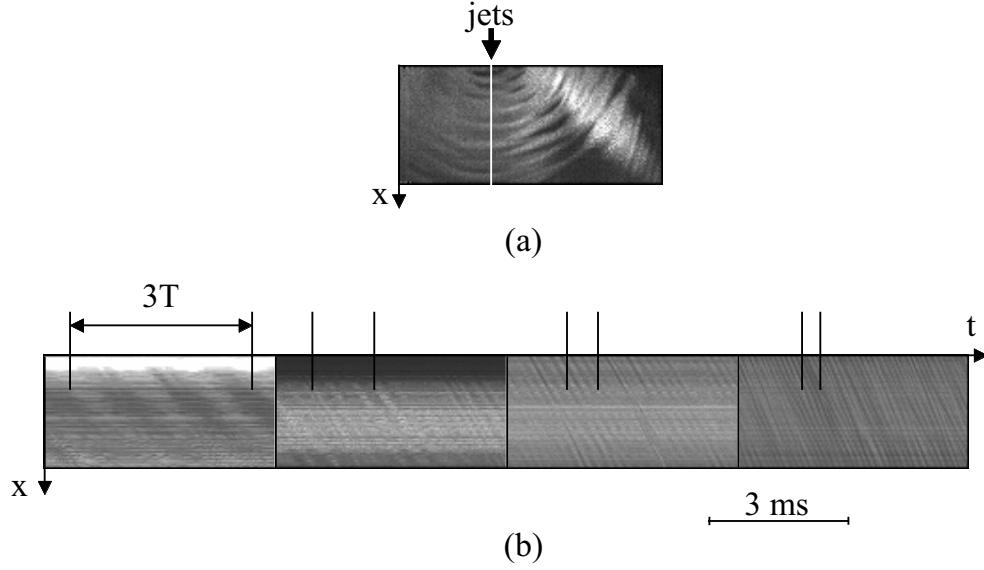


FIG. 2.36: (a) Instantané de l'état de surface de la nappe d'eau proche des jets indiqués par la flèche noire, pour  $u_j = 6.4$  m/s,  $d_j = 1.05$  mm et  $2\alpha = 90^\circ$ . (b) Diagrammes spatio-temporels construit à partir d'une ligne verticale d'une suite d'images telles que l'image (a), mettant en évidence les trains d'ondes du mode sinueux pour différentes vitesses. De gauche à droite :  $u_j = 3, 3.8, 4.8$  et  $6.4$  m/s. L'espacement entre les deux barres verticales correspond à trois périodes  $T$  du passage des ondes.

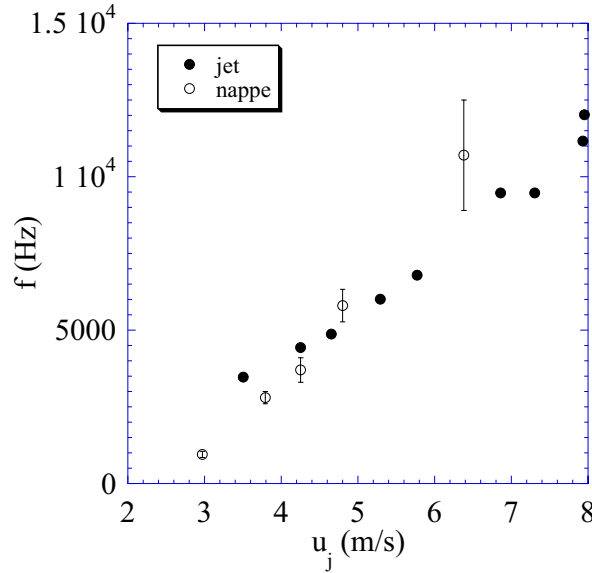


FIG. 2.37: Comparaison de la fréquence du mode préféré du jet,  $\bullet$ , et de la fréquence des ondes sinueuses,  $\circ$ , en fonction de la vitesse d'injection.

(annexe B). Nous observons que la fréquence des ondes sur la nappe est de l'ordre de grandeur de celle du mode préféré du jet ( $f_p \propto u_j^{3/2}$ ). En revanche elle est trop élevée pour sélectionner une taille de goutte, le diamètre du bord tenant ici le rôle d'un filtre.

Etant donné que la tension de surface de l'eau est plus grande que celle de l'éthanol et que la dimension de la nappe varie comme le nombre de Weber, il faut, avec de l'eau, une vitesse 1.5 fois plus grande pour obtenir une nappe ayant la même taille que celle obtenue avec de l'éthanol. Les perturbations au niveau des jets d'eau sont donc plus importantes puisqu'elle croissent avec la vitesse. Ceci entraîne des amplitudes de modulation d'épaisseur de la nappe plus fortes qui déstabilisent à leur tour le bourrelet. Les nombres de Reynolds des jets dans le cas de l'eau sont supérieurs à 2000, et inférieurs à 2000 dans le cas de l'éthanol. L'état de l'écoulement dans les jets s'écarte de l'état laminaire. Une façon d'obtenir des nappes non fragmentées serait d'utiliser des liquides plus visqueux. La viscosité retarderait le développement de l'instabilité primaire des jets, diminuerait les fluctuations de vitesse à l'intérieur des injecteurs, et atténuerait ainsi les modulations d'épaisseur dans la nappe induites par des variations de la section et la vitesse des jets.

## 2.4 Modélisation de l'état de base

### 2.4.1 Modèle

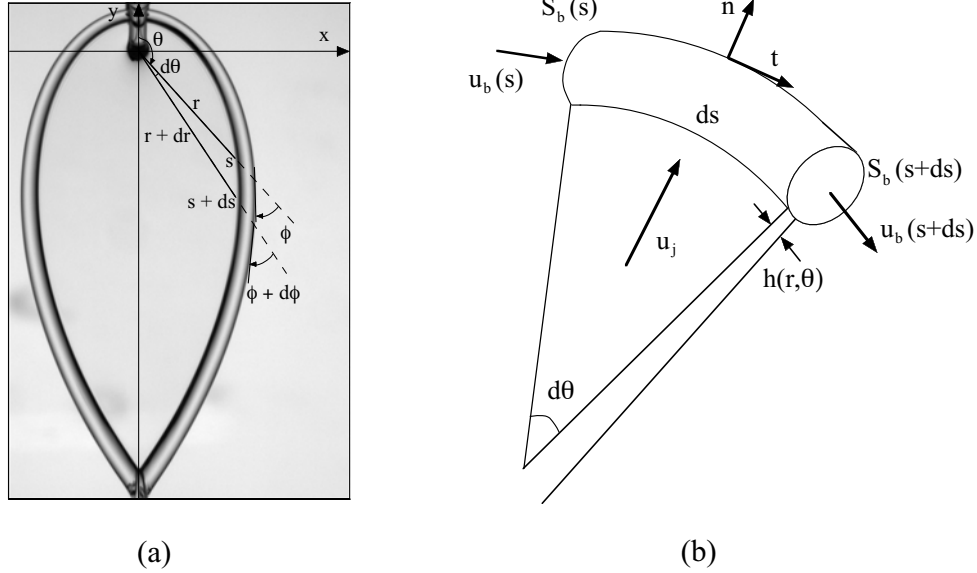


FIG. 2.38: (a) Présentation des systèmes de coordonnées utilisés pour déterminer la forme des nappes. (b) Élément de volume servant à déterminer les lois de conservation dans le bourrelet.

La démarche pour déterminer la forme de la nappe est inspirée des travaux de Taylor sur la forme des cusps d'une nappe axisymétrique [93]. Le système de coordonnées est présenté sur la figure 2.38-a. L'angle  $\phi$  correspond à l'angle entre un rayon et la tangente au bord à l'abscisse curviligne  $s$  comptée nulle en  $\theta = 0$ . La forme de la nappe est déterminée par l'évolution de  $r$  en fonction de la position angulaire  $\theta$ . Le schéma 2.38-b introduit les deux autres inconnues du problème que sont la section normale  $S_b$  du bord et la vitesse moyenne  $u_b$  à l'intérieur du bourrelet. Il existe une relation géométrique entre  $\phi$  et les coordonnées polaires et curvilignes :

$$\sin \phi = \frac{r d\theta}{ds} \quad \text{et} \quad \tan \phi = \frac{r d\theta}{dr} \quad (2.5)$$

Les lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement dans le bourrelet vont nous permettre d'obtenir les quatre inconnues  $r$ ,  $\phi$ ,  $S_b$  et  $u_b$  à partir de  $u_j$ ,  $\theta$  et  $h(r, \theta)$ . Ces lois sont établies sur un petit arc de cercle  $d\theta$ . L'épaisseur de la nappe dépend de la taille des jets, de l'angle d'impact ainsi que des positions radiale et angulaire. La distribution de l'épaisseur a

été calculée par Hasson et Peck en 1964 [35], et se met sous la forme :

$$\frac{h}{d_j} = \frac{d_j}{4r} \frac{\sin^3 \alpha}{(1 + \cos \theta \cos \alpha)^2} \quad (2.6)$$

Ce calcul est repris dans l'annexe B. La conservation de l'énergie lors du choc des deux jets entraîne que la vitesse dans la nappe est identique à celle des jets.

Nous faisons l'hypothèse que l'épaisseur ne varie pas sur la portion du bord définie par  $d\theta$ . Dans l'élément du bourrelet défini par  $d\theta$  (2.38-b), la conservation de la masse s'écrit :

$$(\rho u_b S_b)_{s+ds} = (\rho u_b S_b)_s + \rho u_j \sin \phi \, h ds \quad (2.7)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du liquide. La conservation de la quantité de mouvement tangentielle au bord se met sous la forme :

$$(\rho u_b^2 S_b)_{s+ds} = (\rho u_b^2 S_b)_s + \rho u_j^2 \sin \phi \cos \phi \, h ds \quad (2.8)$$

Et enfin, la conservation de la quantité de mouvement normale au bord :

$$\rho \frac{u_b^2}{R_c} S_b ds = 2\sigma ds + \rho u_j^2 \sin^2 \phi \, h ds \quad (2.9)$$

$\sigma$  est la tension de surface du liquide, et  $R_c$  le rayon de courbure dans le plan de la nappe de la portion considérée. Le facteur 2 qui apparaît devant le terme de tension superficielle de l'équation 2.9 est dû à l'existence de deux interfaces liquide/air raccordées au bord. Le terme de gauche de l'équation 2.9 représente la force centrifuge que subit le liquide s'écoulant le long du bord courbé. La direction de l'écoulement à l'intérieur du bord est tangente à ce dernier. La vitesse voit sa direction par rapport à un repère fixe changée d'un angle de  $d\theta + d\phi$  sur une distance  $ds$ . Le rayon de courbure est donc :

$$R_c = \frac{ds}{d\theta + d\phi} \quad (2.10)$$

En utilisant l'équation 2.5, les trois relations de conservation deviennent :

$$\frac{d(U_b S_b)}{d\theta} = u_j h r \quad (2.11)$$

$$\frac{d(U_b^2 S_b)}{d\theta} = u_j^2 \cos \phi \, h r \quad (2.12)$$

$$U_b^2 S_b \left(1 + \frac{d\phi}{d\theta}\right) \sin \phi = \frac{2\sigma r}{\rho} - u_j^2 \sin^2 \phi \, h r \quad (2.13)$$

Il est plus simple de manipuler des équations sans dimension. Les échelles choisies sont le diamètre des jets  $d_j$  pour l'espace et le rapport  $d_j/u_j$  pour le

temps. Les variables adimensionnées sont indiquées par un tilde. Le système sans dimension à résoudre devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d(\tilde{U}_b \tilde{S}_b)}{d\theta} = \tilde{h} \tilde{r} \\ \frac{d(\tilde{U}_b^2 \tilde{S}_b)}{d\theta} = \cos \phi \tilde{h} \tilde{r} \\ \tilde{U}_b^2 \tilde{S}_b (1 + \frac{d\phi}{d\theta}) \sin \phi = \frac{2\tilde{r}}{We} - \sin^2 \phi \tilde{h} \tilde{r} \\ \frac{d\tilde{r}}{\tilde{r}} = \frac{d\theta}{\tan \phi} \end{array} \right. \quad (2.14)$$

Le nombre de Weber est défini par  $We = \rho d_j u_j^2 / \sigma$ . Pour un profil de vitesse de type “bouchon” dans les jets, l'épaisseur  $h$  est donnée par la relation 2.6 dont la forme sans dimension est :

$$\tilde{h}(\theta, \tilde{r}) = \frac{\sin^3 \alpha}{4\tilde{r}(1 + \cos \alpha \cos \theta)^2} \quad (2.15)$$

Le système (2.14) devient :

$$(I) \left\{ \begin{array}{l} \frac{d(\tilde{U}_b \tilde{S}_b)}{d\theta} = \frac{\sin^3 \alpha}{4(1 + \cos \alpha \cos \theta)^2} \\ \frac{d(\tilde{U}_b^2 \tilde{S}_b)}{d\theta} = \cos \phi \frac{\sin^3 \alpha}{4(1 + \cos \alpha \cos \theta)^2} \\ \tilde{U}_b^2 \tilde{S}_b (1 + \frac{d\phi}{d\theta}) \sin \phi = \frac{2\tilde{r}}{We} - \sin^2 \phi \frac{\sin^3 \alpha}{4(1 + \cos \alpha \cos \theta)^2} \\ \frac{d\tilde{r}}{\tilde{r}} = \frac{d\theta}{\tan \phi} \end{array} \right. \quad (2.16)$$

La résolution de ce système se fait numériquement à l'aide de Matlab. Le calcul est initialisé pour  $\theta = 0$ . Pour des angles faibles, la force centrifuge est négligée puisque la masse du bourrelet est très faible. Proche de  $\theta = 0$  le système d'équations à résoudre devient :

$$(II) \left\{ \begin{array}{l} \tilde{U}_b \tilde{S}_b = \frac{\sin^3 \alpha}{4(1 + \cos \alpha)^2} \theta + \tilde{U}_{b0} \tilde{S}_{b0} \\ \frac{d(\tilde{U}_b \theta)}{d\theta} = \cos \phi \\ \frac{2\tilde{r}}{We} = \sin^2 \phi \frac{\sin^3 \alpha}{4(1 + \cos \alpha)^2} \\ \frac{d\tilde{r}}{\tilde{r}} = \frac{d\theta}{\tan \phi} \end{array} \right. \quad (2.17)$$

$\tilde{U}_{b0}$  et  $\tilde{S}_{b0}$  sont les valeurs initiales de la vitesse et de la section en  $\theta = 0$ . Le système (II) admet une solution analytique en  $\theta = 0$  :

$$\theta = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \tilde{r} = \tilde{r}_0 = \frac{We \sin^3 \alpha}{8(1 + \cos \alpha)^2} \\ \phi = \frac{\pi}{2} \\ \tilde{S}_b = \tilde{S}_{b0} \\ \tilde{U}_b = 0 \end{array} \right. \quad (2.18)$$

La position  $\tilde{r}_0$  du bord libre en  $\theta = 0$  correspond à l'équilibre des forces d'inertie et de tension de surface décrit par la troisième équation du système (II). Dit autrement, la vitesse de rétraction du bord est égale à la vitesse du liquide en  $\tilde{r}_0$ . Les lignes de courant sont perpendiculaire au bord,  $\phi = \frac{\pi}{2}$ . La masse s'accumule dans le bourrelet mais il n'y a rien pour l'évacuer, la vitesse moyenne dans le bourrelet est nulle,  $U_b = \cos \phi = 0$ . Numériquement, il faut partir d'une position radiale légèrement en retrait de  $\tilde{r}_0$  de sorte que la vitesse  $\tilde{U}_b$  ne soit pas nulle. Les conditions initiales sont :

$$\theta = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \tilde{r} = \tilde{r}_0(1 - \varepsilon_0) \\ \phi = \arcsin(\sqrt{1 - \varepsilon_0}) \\ \tilde{S}_b = \tilde{h}_0^2 \\ \tilde{U}_b = \cos \phi = \sqrt{\varepsilon_0} \end{array} \right. \quad \text{avec } \varepsilon_0 \ll 1 \quad (2.19)$$

La section initiale du bourrelet est supposée être de l'ordre de grandeur du carré de l'épaisseur locale  $\tilde{h}_0 = \sin^3 \alpha / (4(1 - \varepsilon_0)(1 + \cos \alpha)^2)$ . La figure 2.39 présente les évolutions de  $\tilde{S}_b$ , (a), et de  $\tilde{U}_b$ , (b), en fonction de  $\theta$  ainsi que la forme de la nappe sur le graphique (c) pour un angle de collision  $2\alpha = 90^\circ$ . D'après la troisième équation du système (I),  $r$  varie comme  $d_j We$ . Les coordonnées cartésiennes  $x$  et  $y$  sont donc adimensionnées par  $d_j We$  sur le graphique (c). Les caractéristiques de la nappe sont présentées pour différentes valeur du paramètre  $\varepsilon_0$ , il varie de 0.5 à  $10^{-4}$ . La valeur de

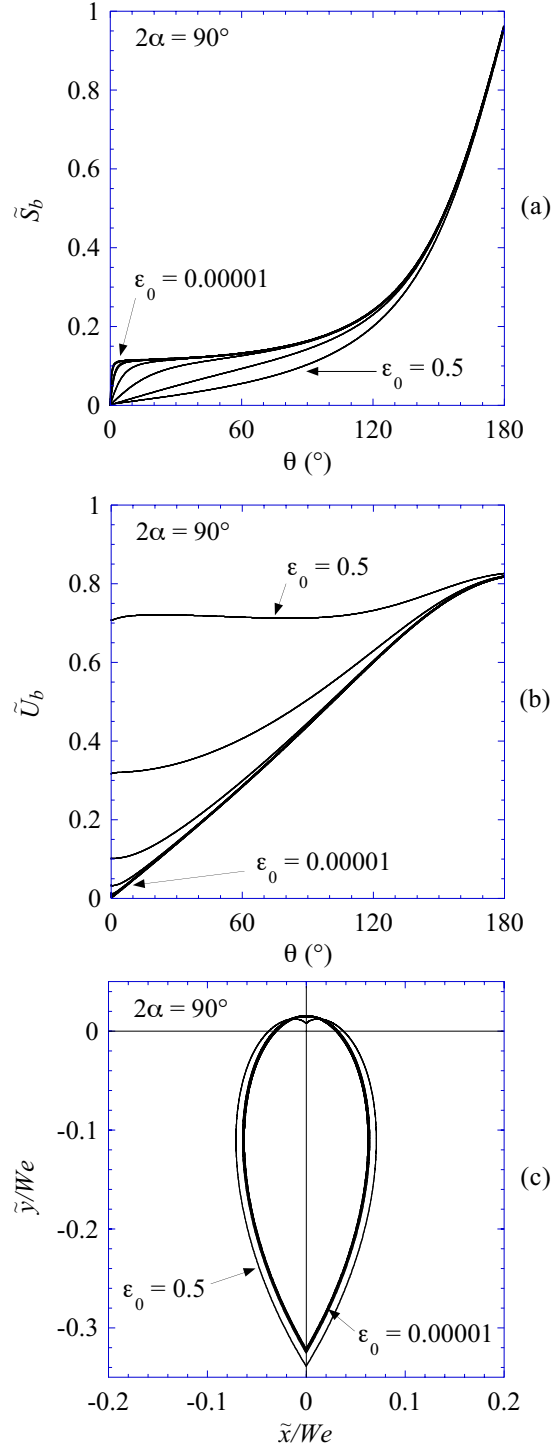


FIG. 2.39: Caractéristiques de la nappe formée par la collision de deux jets à  $2\alpha = 90^\circ$  pour différentes valeurs de  $\varepsilon_0$ : (a) Evolution de la section du bourrelet  $\tilde{S}_b$  en fonction de  $\theta$ . (b) Evolution de la vitesse moyenne dans le bourrelet  $\tilde{U}_b$  en fonction de  $\theta$ . (c) Forme de la nappe adimensionnée par  $d_j We$ .

$\varepsilon_0$  est ajustée afin que les caractéristiques de la nappe,  $\tilde{S}_b$ ,  $\tilde{U}_b$  ainsi que la forme de la nappe convergent pour des valeurs de  $\varepsilon_0$  supérieures ou égales à  $10^{-4}$ . Cette valeur est donc retenue pour initialiser la résolution numérique du système d'équations (I). Dans la suite, les prédictions du modèles sont comparées aux mesures expérimentales obtenues avec de l'éthanol.

### 2.4.2 Forme

Une comparaison entre le contour expérimental et celui obtenu à partir de la résolution du système (I) est présentée sur la figure 2.40 pour trois angles d'impact. La forme théorique coïncide avec l'expérience pour des angles  $\theta$  inférieur à  $90^\circ$ . Puis la taille prédite par le modèle devient plus petite que celle observée.

La gravité peut être une des causes de cet écart. Dans l'expérience, la gravité est dirigée selon l'axe  $y$  vers les  $y$  négatifs, figure 2.38-a. L'ordre de grandeur de la force due à la gravité agissant au niveau d'une portion  $ds$  du bord est égal à  $\rho g S_b ds$ . Elle est à comparer à la force de rétraction capillaire qui est  $2\sigma ds$ . D'après la figure 2.39-a, la section du bourrelet est inférieure à  $d_j^2$ . Le rapport des deux forces est donc inférieur à  $\rho g d_j^2 / 2\sigma$ , qui est de l'ordre de  $10^{-1}$  pour les liquides et les diamètres d'injection utilisés. L'effet de la gravité est donc écarté.

La différence entre prédiction et mesure peut être liée à l'hypothèse d'un profil de vitesse uniforme à l'intérieur des jets incidents. Il est montré dans l'annexe B que les jets possèdent un profil de vitesse de type parabolique, qui se traduit par une distribution angulaire de vitesse dans la nappe comme l'ont mesuré Choo et Kang [9]. Le profil de vitesse dans les jets doit également modifier la distribution d'épaisseur de la nappe. Ne connaissant pas les distributions angulaires analytiques de la vitesse et de l'épaisseur, nous ne pouvons pas vérifier cet argument. Expérimentalement, Choo et Kang observent une augmentation de la vitesse avec  $\theta$ . Ceci devrait augmenter la force d'inertie du liquide au niveau du bourrelet et devrait donc agrandir la nappe.

Des contours expérimentaux de nappes pour différents nombres de Weber sont superposés sur la figure 2.41. Il s'agit de la limite entre la nappe et le bourrelet récupérée à partir d'images telles que celles des figures 2.4 et 2.5. Les coordonnées du bord sont adimensionnées par  $d_j We$ . Le nombre de Weber varie de 90 à 324 pour deux diamètres de jet, 1.05 et 1.42 mm. Les traits pleins correspondent aux nappes formées à partir des premiers injecteurs et à partir des seconds pour les traits en pointillés. Les expériences montrent que les nappes sont effectivement autosimilaires en  $d_j We$ .



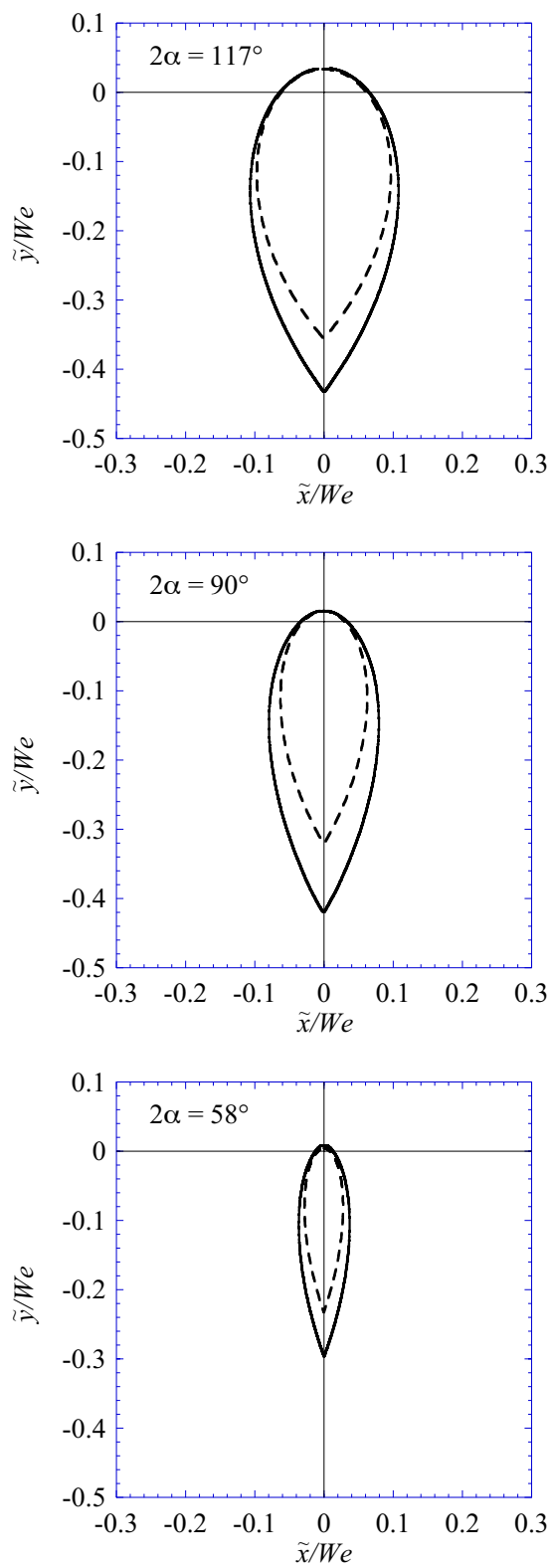


FIG. 2.40: Comparaison entre le contour expérimental, en trait plein, et le contour théorique, en trait pointillé, pour trois angles d'impact,  $117^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $58^\circ$ .

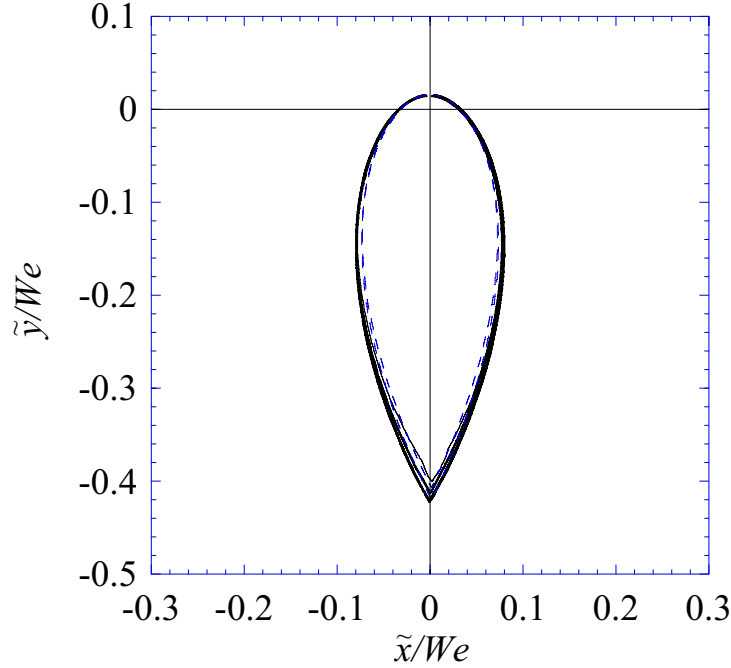


FIG. 2.41: Contours adimensionnées par  $d_j We$ , les contours en trait plein correspondent aux injecteurs de 1.05 mm et pour des  $We$  compris entre 106 et 324, les traits pointillés correspondent aux injecteurs de 1.42 mm pour des  $We$  de 90 et 160,  $2\alpha = 90^\circ$ .

La résolution de (I) sans tenir compte de la force centrifuge revient à déterminer la forme de la nappe avec un bord sans masse. Cette forme résulte d'un équilibre entre tension de surface et force d'inertie. L'angle que fait le bord avec les lignes de courant est donné par :

$$\phi = \arcsin\left(\sqrt{\frac{2\sigma}{\rho h u_j^2}}\right) = \arcsin\left(\frac{v_s}{u_j}\right) \quad (2.20)$$

Comme l'a montré Taylor, [93],  $v_s$  correspond à la vitesse d'un bord libre rattaché à une nappe d'épaisseur  $h$ , sa direction est normale au bourrelet. Il s'agit également de la vitesse de propagation d'ondes antisymétriques,  $\phi$  est donc l'équivalent d'un angle de Mach, [92].

Si l'épaisseur d'une lame liquide est constante,  $\phi$  l'est aussi. Ceci signifie que le bord est rectiligne et qu'il n'y a effectivement pas d'effet centrifuge. On peut ici interpréter la position du bord comme étant le lieu où la vitesse du liquide est égale à la projection de la vitesse du bord selon les lignes de courant. Dans ce cas, la nappe prend la forme d'un V dont l'angle est égale à  $2\phi$ . Un exemple est présenté sur la figure B.12.

Dans notre cas, la variation angulaire de l'épaisseur entraîne une variation

de l'angle  $\phi$  et une courbure du bord libre. A cause de la courbure, la position du bord n'est plus donnée par (2.4.2) mais par le système d'équation (I). Par analogie avec la lame d'épaisseur constante, cela signifie que la vitesse du bourrelet dépend de la courbure.

Une onde stationnaire est observée expérimentalement sur la figure 2.42. La solution de (2.4.2) est indiquée en pointillés sur l'image de droite ainsi que la solution de (I) représentée en trait plein. Cette caractéristique peut être considérée comme étant la position d'un bourrelet sans masse. Le bord libre d'une nappe stable qui se brise en gouttes doit donc se situer entre ces deux limites. Ceci est bien confirmée par l'expérience comme le montre la figure 2.24 qui présente trois nappes d'éthanol dont le bourrelet est perturbé à l'aide d'un fil .

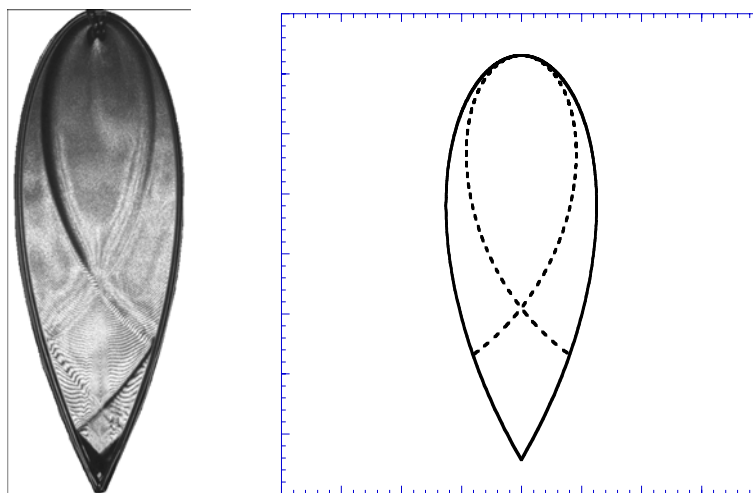


FIG. 2.42: *Angle de Mach observé expérimentalement, à gauche, et théoriquement, à droite en pointillés.*

### 2.4.3 Bord

Les deux autres inconnues du système sont la dimension du bord et la vitesse d'écoulement dans le bourrelet. L'évolution du diamètre  $d_b$  du bourrelet adimensionné par le diamètre  $d_j$ , en fonction de la position angulaire  $\theta$  est présentée sur la figure 2.43-a pour des angles de collision  $2\alpha$  compris entre 30 et 150°. Le diamètre du bord initialement égal à l'épaisseur locale de la

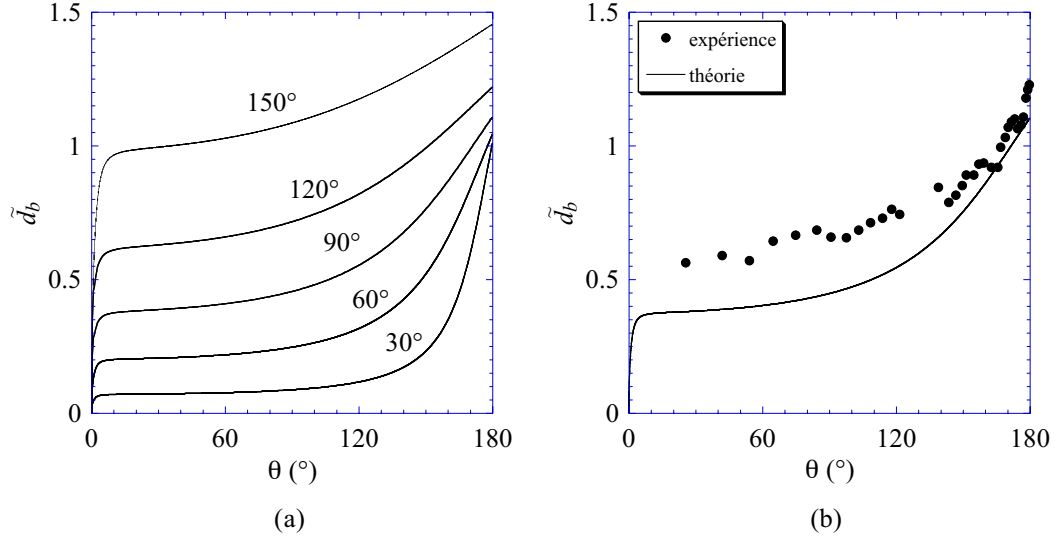


FIG. 2.43: (a) Prédiction du modèle de l'évolution du diamètre du bord en fonction de  $\theta$  pour des angles d'impact  $2\alpha$  compris entre 30 et 150°. (b) Comparaison entre le diamètre du bord mesuré (●) et celui prédit par le système (I) (—),  $2\alpha = 89^\circ$ .

nappe  $\tilde{h}_0$  atteint un plateau pour un angle  $\theta$  inférieur à 10°. Pour de faibles angles d'impact, ce plateau est présent jusqu'à 120° puis la taille augmente rapidement avec  $\theta$ . Ceci n'est pas observé pour des angles d'impact plus grands pour lesquels l'augmentation après le plateau est plus faible. La taille du bord est indépendante de la vitesse et ne dépend que du diamètre des jets ainsi que de l'angle de collision. Le diamètre est de l'ordre de grandeur de celui des jets et sa valeur augmente avec  $\alpha$ . Ces prédictions sont compatibles avec les observations expérimentales exposées dans la partie 2.2.1. La figure 2.43-b présente une comparaison entre le modèle et l'expérience pour un angle de collision  $2\alpha = 89^\circ$ . L'évolution est bonne, c'est à dire qu'il y a un plateau suivi d'une croissance du bourrelet, mais les valeurs absolues ne coïncident pas. Ceci peut être dû au fait que nous ne connaissons pas exactement les distributions de la vitesse et de l'épaisseur de la nappe.

La figure 2.44-a présente l'évolution angulaire de la vitesse d'écoulement dans le bourrelet adimensionnée par la vitesse des jets, pour des angles de collision  $2\alpha$  compris entre 30 et 150°. La vitesse augmente de façon quasi-

linéaire avec  $\theta$  puis sa croissance ralentit à l'approche des grands angles. Cette vitesse atteint quasiment la vitesse d'injection pour les faibles angles d'impact. La comparaison avec une mesure indirecte de cette vitesse est présentée sur la figure 2.44-b. Il s'agit de la vitesse d'éjection des gouttes mesurée dans le cas de l'eau,  $\theta$  correspond à l'angle d'éjection. La vitesse augmente avec la position angulaire mais elle ne ralentit pas aux grands angles. Cette différence est cohérente avec l'augmentation de la vitesse dans la nappe avec  $\theta$  observée par Choo et Kang [9].

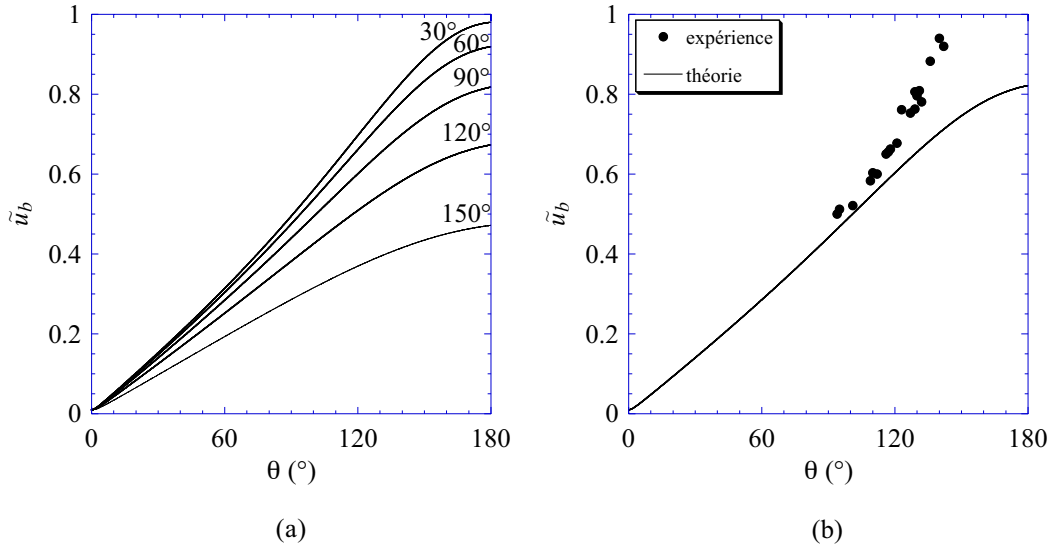


FIG. 2.44: (a) Prédiction du modèle de l'évolution de la vitesse moyenne dans le bourrelet en fonction de  $\theta$  pour des angles d'impact  $2\alpha$  compris entre 30 et 150°. (b) Comparaison entre la vitesse d'éjection des gouttes (•) et la vitesse dans le bourrelet prédite par (I) (—),  $2\alpha = 88^\circ$ .

## 2.5 Formation des gouttes

### 2.5.1 Angle d'éjection

La formation des gouttes à la périphérie de la nappe peut être vu comme le résultat d'une instabilité centrifuge. Ce processus est invoqué par Einsenklam [24] pour rendre compte de la formation de ligaments régulièrement espacés à l'extrémité d'un tube ou bien d'un disque tournant sur lesquels s'écoule un film liquide, figures 1.5 et 1.6. Le bord de la nappe étant courbé, le liquide dans le bourrelet subit une accélération  $\gamma = U_b^2/R_c$  dans le plan de la nappe dirigée vers le liquide.  $R_c$  est le rayon de courbure du bord libre donné par la relation (2.10). Cette configuration est donc instable au sens de Rayleigh-Taylor. La relation de dispersion pour deux milieux semi-infinis s'écrit :

$$\omega_{RT}^2 = \gamma k \left[ \left( \frac{k}{k_c} \right)^2 - 1 \right] \quad (2.21)$$

où  $k_c = \sqrt{\rho\gamma/\sigma}$  est le nombre d'onde marginal en dessous duquel le système est instable.

La formation des gouttes peut être également vue comme la brisure du bourrelet via l'instabilité capillaire d'un cylindre liquide. La relation de dispersion de l'instabilité de Plateau-Rayleigh du bourrelet est :

$$\omega_{PR}^2 = \frac{\sigma}{\rho r_b^3} \frac{kr_b I_1(kr_b)}{I_0(kr_b)} (1 - kr_b^2) \quad (2.22)$$

où  $r_b$  est le rayon du bourrelet et  $I_m$  est la fonction de Bessel modifiée du premier genre d'ordre  $m$ . Le système est instable lorsque  $\omega_{PR}$  est imaginaire, c'est-à-dire lorsque  $kr_b < 1$ .

Etant donné que les propriétés du bourrelet dépendent de la position angulaire, il est nécessaire de calculer le gain de chaque instabilité. Le gain correspond à l'intégration du taux de croissance au cours du temps. Dans le cas présent, une perturbation est convectée à la vitesse du liquide dans le bourrelet. Le temps  $t$  dépend de la coordonnée angulaire :

$$t(\theta) = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{s(\theta')}{U_b(\theta')} d\theta' \quad (2.23)$$

Les gains  $S_{RT}$  et  $S_{PR}$  s'écrivent :

$$S_{RT}(\theta, k) = \int_{\theta_0}^{\theta} \omega_{RT} \frac{s(\theta')}{U_b(\theta')} d\theta' \quad (2.24)$$

$$(2.25)$$

$$S_{PR}(\theta, k) = \int_{\theta_0}^{\theta} \omega_{PR} \frac{s(\theta')}{U_b(\theta')} d\theta' \quad (2.26)$$

L'intégration débute pour un angle  $\theta_0$  différent de 0. Ceci nous permet de sortir de la zone du point de stagnation où la section ainsi que la vitesse du bourrelet sont proches de 0, figures 2.43-a et 2.44-a. D'après la figure 2.43-a, le modèle prédit une augmentation rapide de la taille du bourrelet pour des angles faibles puis la présence d'un plateau. Expérimentalement, la taille initiale du bourrelet est proche de la valeur du plateau. Etant donné que le taux de croissance maximal de l'instabilité de Plateau-Rayleigh varie comme  $d_b^{-3/2}$ , le taux calculé est biaisé pour les  $\theta$  petits.

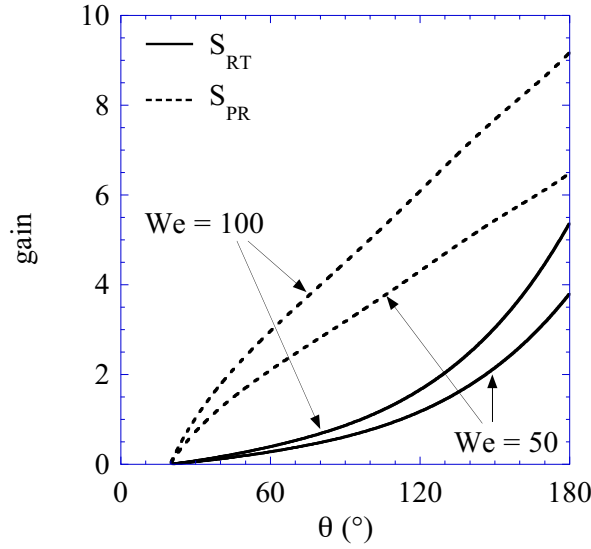


FIG. 2.45: Gains des instabilités de Rayleigh-Taylor (trait plein) et de Plateau-Rayleigh (trait pointillé) du bourrelet en fonction de  $\theta$  pour deux nombres de Weber, 50 et 100,  $2\alpha = 90^\circ$ .

La figure 2.45 présente le gain maximal pour chaque instabilité. Les gains sont calculés à partir de  $\theta = 20^\circ$ , cette valeur sera justifiée par la suite. Deux nombre de Weber sont considérés. Dans chaque cas le gain de l'instabilité croît lorsque  $We$  augmente. Quels que soient la position azimutale  $\theta$  et le nombre de Weber, le gain de l'instabilité de Plateau-Rayleigh du bourrelet est le plus élevé. Les effets purement capillaires sont ainsi plus importants que la déstabilisation due à la centrifugation du liquide s'écoulant sur le bord de la nappe. Clark et Dombrowski [12] proposent un scénario couplant les deux instabilités. Dans leur analyse de stabilité, ils imposent que la jonction entre la limite de la nappe et le bourrelet ne soient pas déformée, ce qui exclu le développement d'un mode axisymétrique. Mais cette hypothèse n'est pas en accord avec le développement de l'instabilité du bourrelet observé lors de nos expériences, comme par exemple sur la figure 2.24. Cette approche n'est donc pas retenue.

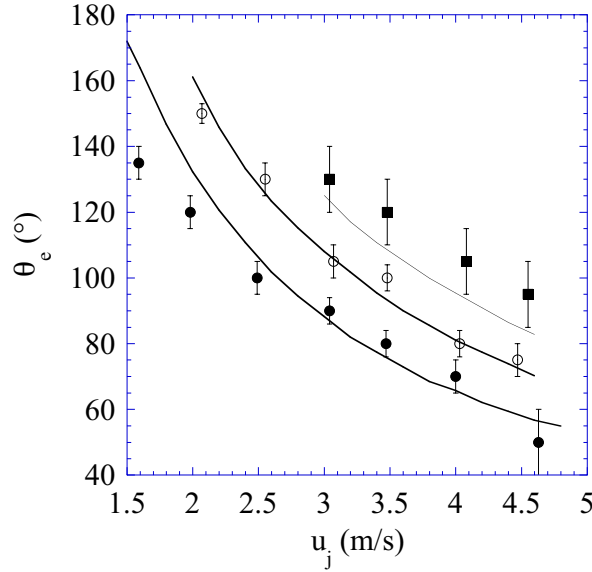


FIG. 2.46: Evolution de l'angle d'éjection  $\theta_e$  en fonction de la vitesse d'injection dans le cas de l'eau pour  $d_j = 1.05\text{mm}$ , le trait plein représente l'évolution prédite par le modèle pour un gain critique de 6.2.

Nous faisons l'hypothèse que la formation des gouttes est réalisée lorsque le gain atteint une valeur critique. Ceci nous permet de déterminer l'angle d'éjection  $\theta_e$  des premières gouttes. Nous supposons que les perturbations initiales du bourrelet sont en moyenne équivalentes quelles que soient les conditions d'injection et de collision. Le gain critique est ainsi considéré constant. La figure 2.46 présente une comparaison entre les prédictions du modèle sur l'angle d'éjection et les mesures. L'angle initial  $\theta_0$  est d'abord ajusté pour que l'angle théorique suive la même évolution que l'angle expérimental, puis le gain est fixé pour que les valeurs absolues correspondent. L'angle théorique est défini pour  $\theta_0 = 20^\circ$  et pour un gain critique égal à 6.2 quelles que soient les conditions expérimentales.



### 2.5.2 Taille des gouttes

Nous avons vu dans la partie 2.4 que la taille du bourrelet dépend seulement du diamètre des jets  $d_j$  et de l'angle de collision  $\alpha$ . Si la fragmentation du bord est expliquée par un argument d'instabilité de type Plateau-Rayleigh, alors la taille moyenne  $\langle d \rangle$  des gouttes doit varier comme la taille du bord  $d_b$  au niveau de l'éjection des gouttes. La figure 2.47 présente l'évolution de  $\langle \tilde{d} \rangle$  avec  $\theta_e$  dans le cas de l'eau parallèlement à l'évolution de  $\tilde{d}_b$  avec  $\theta$  dans le cas de l'éthanol, pour le même diamètre d'injection et pour deux angles d'impact. Les deux tailles augmentent avec  $\theta$  dans un rapport qui est en moyenne égal à 1.2 pour les deux angles de collision. Plus le nombre de Weber est grand et moins il faut de temps pour que l'instabilité se développe. La formation des gouttes se fait donc à des angles  $\theta$  de plus en plus faibles lorsque  $We$  augmente. Etant donné que le diamètre du bourrelet diminue avec  $\theta$ , la taille des gouttes diminue quand  $We$  croît. Ceci explique la décroissance du diamètre moyen de gouttes avec la vitesse d'injection présentée sur la figure 2.31-a.

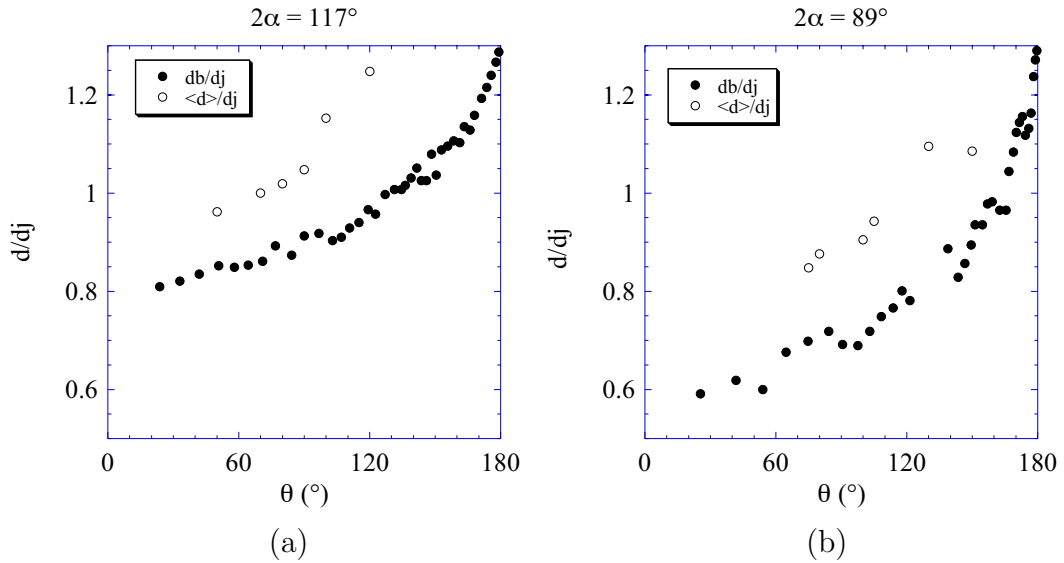


FIG. 2.47: *Evolutions du diamètre du bord en fonction de  $\theta$  (●) ainsi que du diamètre moyen des gouttes en fonction de  $\theta_e$  (○) pour deux angles d'impact : (a)  $2\alpha = 117^\circ$ , (b)  $2\alpha = 89^\circ$ .*

La figure 2.48 présente une série temporelle de la formation des gouttes à l'extrémité d'une nappe d'eau. Une perturbation du bourrelet est indiquée sur les images 1 à 4 par une croix noire. La perturbation n'est pas symétrique et le pincement du bord se produit en amont. Ce pincement est indiqué par une flèche noire sur l'image 3. Nous avons vu dans la partie 2.4 que la position du bord résulte entre autres d'une compétition entre la force capillaire et la force centrifuge. Puisque de la masse est perdue lors de l'éjection des

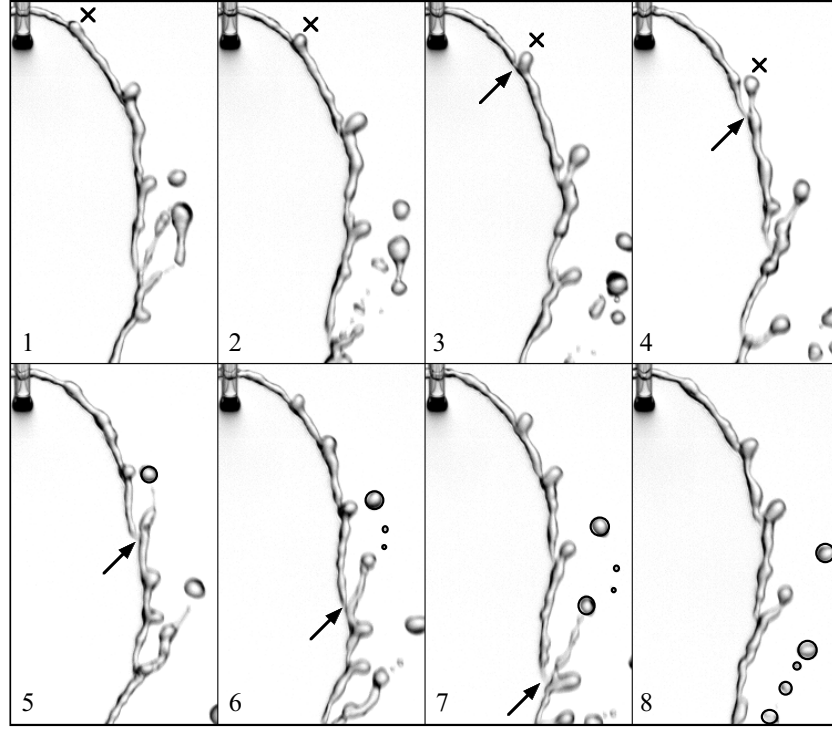


FIG. 2.48: *Formation de gouttes à partir de ligaments dans le cas de l'eau,  $d_j = 1.05$  mm,  $u_j = 3$  m/s,  $2\alpha = 89^\circ$ . Le pas de temps entre chaque image est de 1.3 ms.*

gouttes, la force centrifuge diminue et la position d'équilibre du bord libre au niveau du pincement se trouve en retrait par rapport à celle du bord sans perte de masse. La position du bord libre avec moins de masse est repérée par une flèche noire sur les images 5 à 7. Il s'en suit que le bourrelet est désolidarisé de l'extrémité de la nappe et forme un ligament qui se brise en gouttes. Les gouttes issues de la perturbation indiquée par la croix noire sur les images 1 à 4 sont repérées par un cercle noir sur les images de 5 à 8. Les ligaments ne sont pas initialement parfaitement cylindriques et leur fragmentation donne lieu à une distribution des tailles de gouttes [61].

La figure 2.49 présente une comparaison de la morphologie de la nappe dans le cas de l'éthanol et dans le cas de l'eau pour deux nombres de Weber, 95 et 180. L'angle d'impact est fixé à  $2\alpha = 89^\circ$ , et le diamètre des jets à 1.05 mm. Les nappes d'eau sont plus petites que celles d'éthanol car de la masse est éjectée à leur périphérie. Même aux grands angles  $\theta$ , la taille du bourrelet de la nappe fragmentée n'atteint pas celle de l'état de base. Cette taille semble être fixée par l'angle d'éjection des premières gouttes qui sont formées plus tôt lorsque le nombre de Weber est plus grand, comme l'indique aussi la figure 2.47.

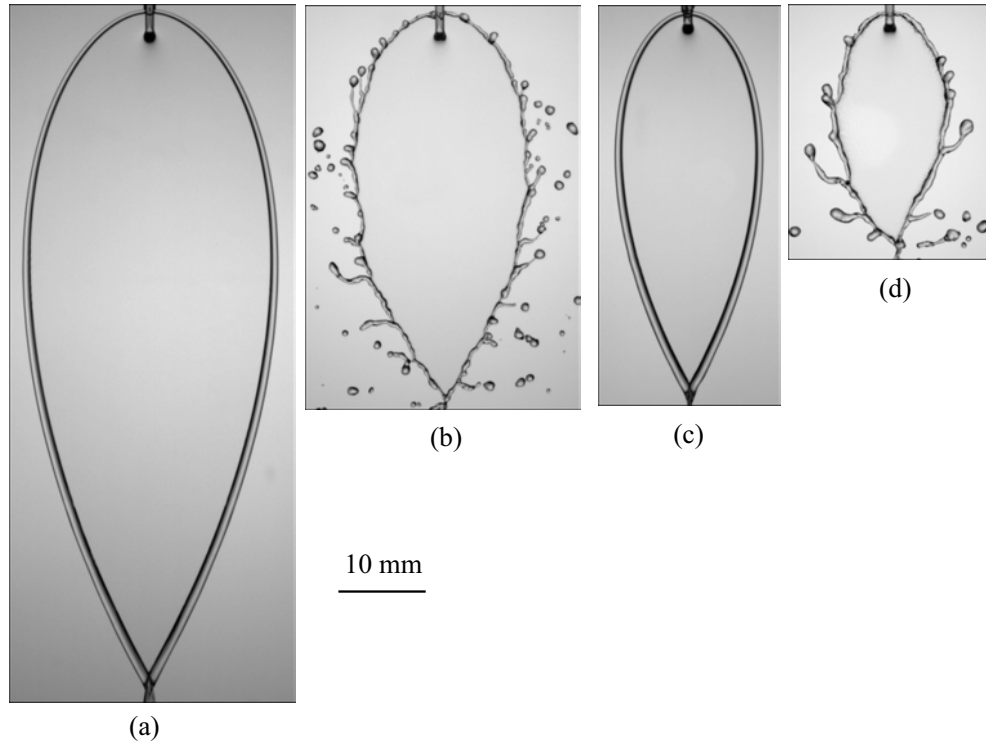


FIG. 2.49: *Nappes formées à partir de la collision de deux jets de 1.05 mm de diamètre et faisant un angle  $2\alpha = 89^\circ$ . Les liquides utilisés sont de l'éthanol pour les images (a) et (c), et de l'eau pour les images (b) et (d). Les nombres de Weber des jets sont égaux à 180 pour (a) et (b), et à 95 pour (c) et (d).*

Une modulation périodique d'épaisseur de la nappe induit une déstabilisation du bord de la nappe périodique, partie 2.2.3. La fréquence  $f$  de la perturbation du bourrelet correspond à la fréquence des modulations d'épaisseur. Un mécanisme de couplage entre la nappe et la déstabilisation du bourrelet est proposé dans le paragraphe suivant.

### 2.5.3 Couplage bord/nappe

Un montage expérimental permettant de visualiser le champ d'épaisseur lors de l'éclatement d'un film de savon a été élaboré. Le but étant de constater s'il existe ou non un couplage entre la forme du bord libre du film et le champ d'épaisseur. Le dispositif est présenté sur la figure 2.50. Un film de savon est formé sur un cadre placé verticalement. Le film est éclairé par un laser argon de longueur d'onde 488 nm à travers du papier calque. Un écran opaque est placé au dessus du diffuseur afin de n'éclairer qu'une partie du film. Ceci est nécessaire car le bourrelet, se formant au niveau du bord libre du film lorsque ce dernier éclate, diffuse la lumière laser et empêche la visualisation du bord. Cette zone est éclairée à l'aide d'un spot à travers un écran diffuseur. L'ouverture du film est ensuite filmée à l'aide d'une caméra rapide.

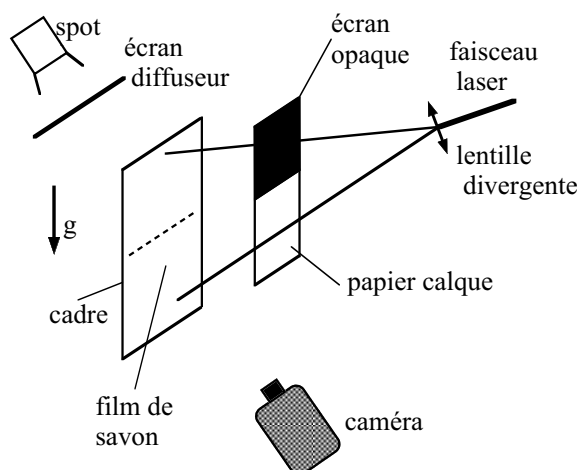


FIG. 2.50: *Dispositif expérimental permettant de visualiser le champ d'épaisseur d'un film de savon vertical et les modulations d'épaisseur induites par l'ouverture du film.*

La figure 2.51 présente une séquence temporelle de l'ouverture du film de savon. La partie supérieure du film est éclairée par le spot en rétro-éclairage, et la partie inférieure par le laser en réflexion. Le film étant vertical, un gradient d'épaisseur se met en place. Ce gradient est révélé par l'alternance de bandes d'interférences sombres et claires présentes sur l'image 1 correspondant à l'état de base. Le film est ensuite percé par le haut. Les ordres d'interférences évoluent sur les images suivantes, montrant un changement d'épaisseur avant l'arrivée du bord. La flèche noire sur les images 1 et 2 indique le déplacement d'une bande sombre vers le bas. Le gradient d'épaisseur diminue puisqu'il y a moins de bandes d'interférences. Nous observons sur la gauche des images 5 et 6 une fine bande verticale de couleur opposée à celle

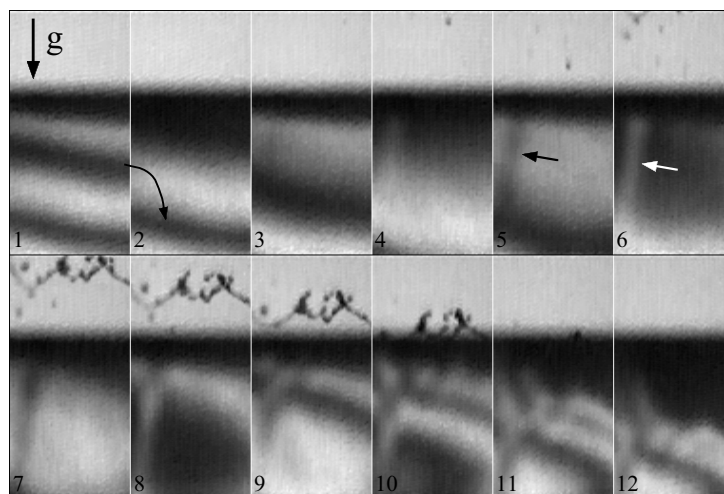
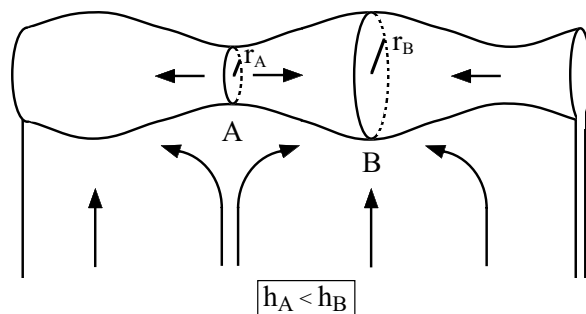
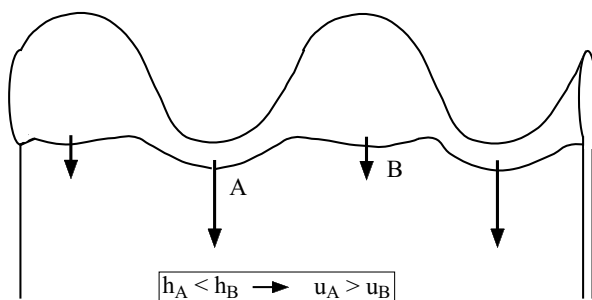


FIG. 2.51: Visualisation du bord de l'ouverture d'un film de savon ainsi que du champ d'épaisseur perturbé en aval du front.

de la large bande horizontale. Cette bande verticale est indiquée par une flèche sur chaque image. Elle montre une variation transverse d'épaisseur, puisqu'une bande sombre ou claire correspond à une région de même épaisseur. Le front, qui prend une forme en dents de scie, est visible sur l'image 7. La variation transverse d'épaisseur correspond à un creux du bord, là où sa vitesse est la plus forte. Les bandes d'interférences prennent ensuite la forme du bord, ce qui signifie que les modulations de la position du bord correspondent aux variations d'épaisseur de la nappe. Le développement analytique de cette instabilité couplant le bord et la nappe reste à étudier, mais un mécanisme est proposé.

Considérons une nappe d'épaisseur  $h$  à l'intérieur de laquelle un écoulement uniforme de vitesse  $u$  est établi. Le bord a une vitesse égale à  $u - \sqrt{2\sigma/\rho h}$ . Le bord libre, supposé initialement cylindrique, est perturbé de façon axisymétrique, figure 2.52. Etant donné qu'il existe un écoulement le long de l'axe du bourrelet dû aux dépressions capillaires, les lignes de courant dans la nappe sont défléchies afin de satisfaire la continuité des vitesses. Il y a ainsi un amincissement de la nappe au niveau des pincements et une accumulation de masse au niveau des renflements dans une zone proche du bord. L'alimentation du cylindre retarde le développement de l'instabilité capillaire puisque le rayon moyen augmente. Mais, le débit étant plus fort en  $A$  qu'en  $B$ , la perturbation initiale est amplifiée.

L'existence d'une variation transverse d'épaisseur induit une modulation de vitesse de rétraction du bord. La vitesse en  $A$  est plus élevée qu'en  $B$ . Le bourrelet subit une déformation non-axisymétrique schématisée sur la figure 2.53.

FIG. 2.52: *Couplage entre le bord et la nappe.*FIG. 2.53: *Modulation transverse de vitesse de rétraction du bord.*

La déstabilisation du bourrelet entraîne ainsi une modulation transverse du champ d'épaisseur, illustrée par les images 5 à 12 de la figure 2.51, qui a son tour modifie la vitesse de rétraction du bord libre qui prend une forme en dents de scie observée sur les images 7, 8 et 9.

La figure 2.54 montre une série temporelle de la formation des gouttes à partir d'une nappe issue de la collision de deux jets, en présence d'une modulation d'épaisseur périodique. Il existe un écoulement moyen dans le bourrelet dont la vitesse est plus faible que la vitesse dans la nappe, figure 2.44. Un point sur le bord se déplaçant à la vitesse moyenne, repéré par une croix blanche sur la figure 2.54, voit donc passer des modulations périodiques d'épaisseur. Deux variations d'épaisseur successives sont indiquées par un segment noir. Les modulations imposées lors des expériences ne sont pas assez fortes pour déstabiliser le bord. Il faut donc perturber le bord en amont. Les ondulations du bourrelet se calent sur les variations d'épaisseur via le couplage décrit précédemment.

Le fait que les perturbations du bord n'aient pas la même vitesse que les modulations d'épaisseur, n'empêche pas la formation des gouttes, mais la

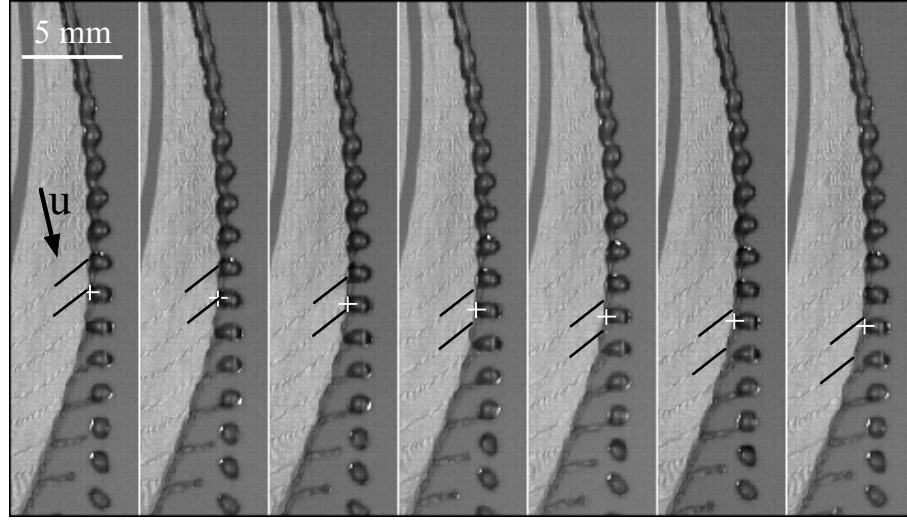


FIG. 2.54: Formation régulière de gouttes d'éthanol due à une modulation périodique de l'épaisseur de la nappe,  $d_j = 1.05 \text{ mm}$ ,  $u_j = 3.5 \text{ m/s}$ ,  $2\alpha = 90^\circ$ .

retarde. Même si un maximum d'épaisseur est en phase avec un pincement du bourrelet, l'épaisseur est diminuée. La région de pincement sera donc toujours moins alimentée que la région de renflement.

La position du bord libre de la nappe dans cette géométrie dépend aussi de la masse du bourrelet. L'effet centrifuge est ainsi moins efficace au niveau des pincements. Le bord se déplace vers l'intérieur de la nappe laissant sur place des gouttes raccordées par l'intermédiaire d'un ligament, figure 2.54.

Le mécanisme proposé de formation de gouttes s'appuie sur l'instabilité de Plateau-Rayleigh du bourrelet. Par conservation du volume, la taille moyenne des gouttes  $\langle d \rangle$  dépend de la longueur d'onde  $\lambda$  la plus amplifiée ainsi que du diamètre du bourrelet  $d_b$ ,  $\langle d \rangle \sim (\lambda d_b^2)^{1/3}$ . Il est possible de contrôler la taille des gouttes en excitant une longueur d'onde instable par le biais de modulations d'épaisseur de la nappe. Mais la gamme des longueurs d'onde susceptibles d'être amplifiées dépend de la relation de dispersion de l'instabilité. Le taux de croissance  $\omega_i$  de l'instabilité d'un cylindre liquide de rayon  $r$  est donné par la relation (2.22). Le cylindre est instable pour des nombre d'ondes  $k$  tels que  $kr < 1$ , c'est-à-dire pour des longueurs d'onde plus grandes que le périmètre du cylindre. Le taux de croissance adimensionné par le temps capillaire  $(\rho r^3 / \sigma)^{1/2}$  est présenté sur la figure 2.55 en fonction de  $kr$ . Cette courbe admet un maximum pour  $kr = 0.697$  correspondant à une longueur d'onde  $\lambda_m = 9.01r$ . En imposant une longueur d'onde largement supérieure à  $\lambda_m$ , il se peut que des modes subharmoniques, ayant un taux d'amplification plus élevé, soient sélectionnés. Finalement, la longueur d'onde la plus amplifiée est comprise dans un voisinage de  $\lambda_m$ . C'est ce qu'il

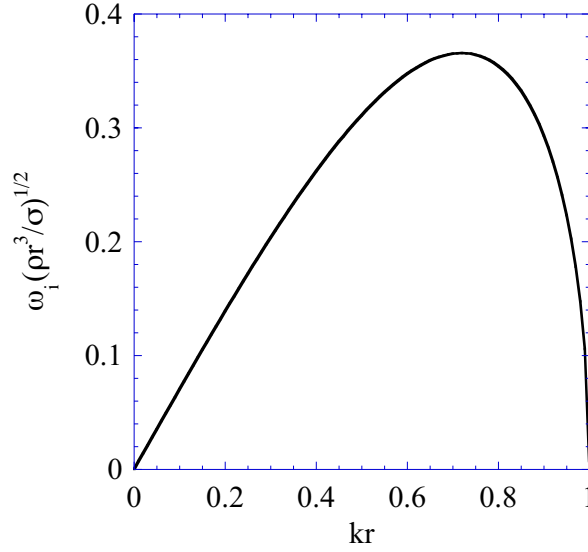


FIG. 2.55: Taux de croissance de l'instabilité de Plateau-Rayleigh d'un cylindre liquide de rayon  $r$ .

se produit lors de la déstabilisation du bourrelet de la nappe en présence d'une modulation d'épaisseur lorsque la fréquence  $f$  de la perturbation est trop basse, figure 2.23-d. Dans le cas de l'eau, la fréquence des modulations est très élevée et conduit à des longueurs d'onde plus petites que la taille du bourrelet. La longueur d'onde sélectionnée correspond donc à  $\lambda_m$  qui varie comme la taille du bourrelet. La taille des gouttes varie ainsi comme le diamètre du bourrelet évalué au niveau du lieu d'éjection des premières gouttes, figure 2.47.

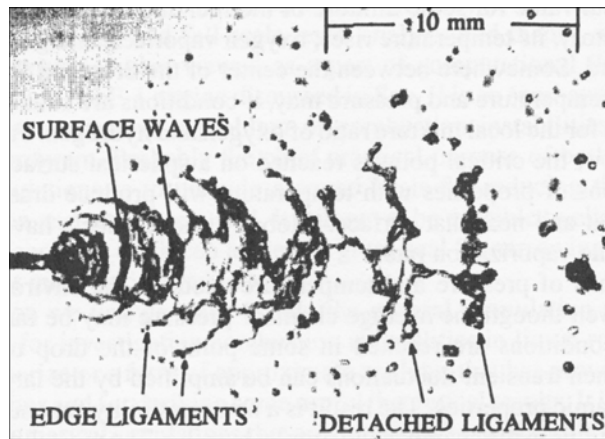


FIG. 2.56: Nappe d'eau formée par l'impact de deux jets turbulents présentant une fragmentation périodique sous forme de ligaments dans la direction transverse à l'écoulement, d'après Ryan et al [81].



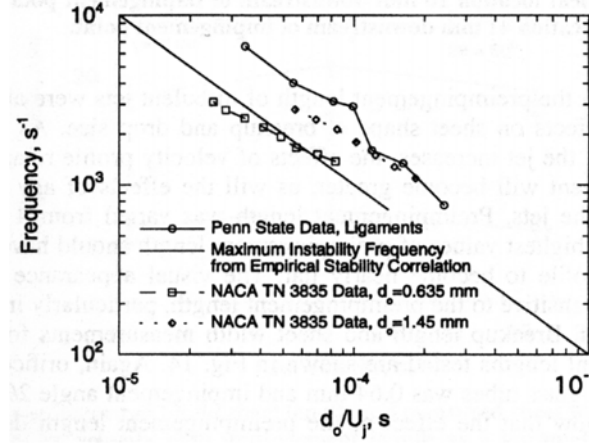


FIG. 2.57: *Evolution de la fréquence d'atomisation en fonction du rapport du diamètre des jets et de la vitesses d'injection, d'après Anderson et al [1].*

Si l'amplitude des perturbations d'épaisseur est importante, comme dans le cas de nappes formées par des jets turbulents, figure 2.56, alors la nappe est découpée en bandelettes périodiques se rassemblant sous forme de ligaments. Heidman *et al* [36] mesurent la fréquence de passage des ligaments et obtiennent une relation linéaire avec la vitesse d'injection. Les mesures de Anderson, Ryan et Santoro [1], portant sur la distance entre chaque ligament pour plusieurs tailles de jets, montrent que cette longueur d'onde normalisée par le diamètre des jets est indépendante de la vitesse d'injection. Leurs mesures portant sur la fréquence d'atomisation sont reportées sur la figure 2.57. D'après leurs observations, il existe un régime d'atomisation pulsée à une fréquence qui varie comme  $u_j/d_j$ . Cette fréquence correspond à la fréquence caractéristique de la turbulence dans les jets.

L'épaisseur de la nappe dépendant de la taille des jets (2.6), une modulation périodique de la section des jets entraîne ainsi une modulation périodique de l'épaisseur. De plus, nous verrons au chapitre 3 qu'une modulation de la vitesse dans la nappe induit un rassemblement cinématique de la masse conduisant à des variations longitudinales d'épaisseur. Le découpage de la nappe se produit au niveau des zones de faible épaisseur puisque la vitesse de rétraction  $c$  du bord est plus importante ( $c = (2\sigma/\rho h)^{1/2}$ ). Le schéma 2.58 illustre ce scénario de fragmentation périodique due aux conditions d'injection. La fréquence de formation des ligaments transverses observés sur la figure 2.56 correspond ainsi à la fréquence des modulations longitudinales d'épaisseur qui est proportionnelle à la fréquence caractéristique des perturbations présentes dans les jets liées aux conditions turbulentes d'injection. Il existe une relation de proportionnalité entre la fréquence de l'instabilité de combustion et la fréquence d'atomisation correspondant à la fréquence turbulente caractéristique des jets, figure 2.57. L'existence d'une atomisa-

tion pulsée conduisant à une instabilité de combustion est ainsi liée aux conditions d'injection. Les modulations de la taille des jets responsables des variations d'épaisseur de la nappe peuvent être forcées par des fluctuations de pression [67] conduisant ainsi à un couplage entre l'atomisation, la combustion et l'acoustique dans la chambre.

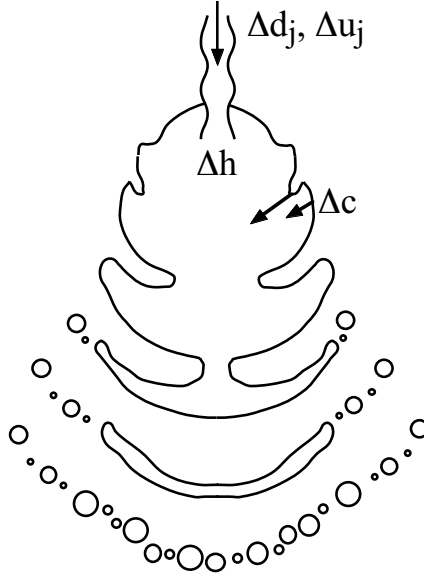


FIG. 2.58: *Scénario de fragmentation périodique.*

Si la vitesse d'écoulement dans la nappe est augmentée, une instabilité de cisaillement se développe et conduit à des oscillations en phase des deux interfaces. Dans ce régime, la taille des gouttes est bien plus petite que la taille des jets. Nous verrons que l'atomisation de la nappe est également due à des variations d'épaisseur. L'étude de l'instabilité de cisaillement responsable du nouveau régime d'atomisation est présentée dans le prochain chapitre.

## Chapitre 3

# Instabilité de cisaillement d'une nappe liquide

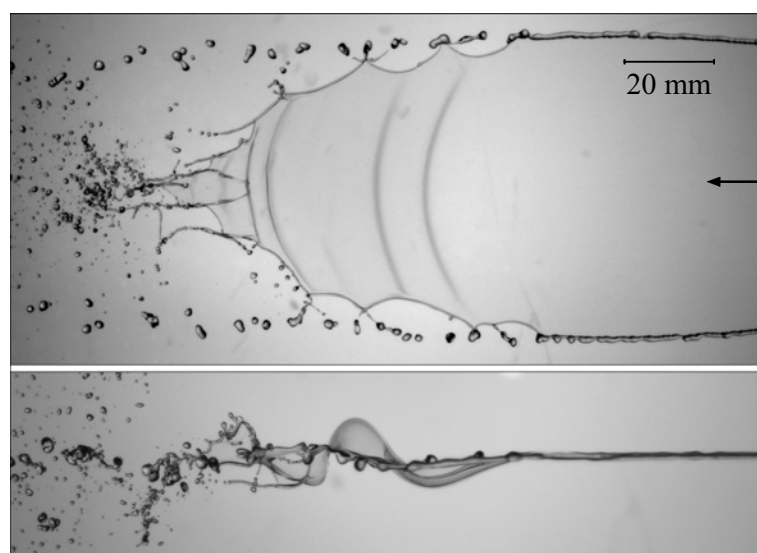


FIG. 3.1: *Instabilité de type Kelvin-Helmholtz d'une nappe liquide formée par la collision à  $60^\circ$  de deux jets d'éthanol, de diamètre 1.42 mm et de vitesse 4 m/s.*

La figure 3.1 présente une vue de face ainsi qu'une vue de profil d'une nappe produite par l'impact de deux jets à  $2\alpha = 60^\circ$ . Il s'agit de jets d'éthanol de diamètre 1.42 mm et de vitesse 4 m/s, situés à une quarantaine de millimètres à droite des images. Nous observons sur ces images que la nappe est bordée d'un bourrelet qui forme des gouttes qui sont, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, de l'ordre du diamètre des jets. Dans la partie gauche des images, la nappe se déstabilise et bat tel un drapeau. Les ondulations de la surface induisent une fragmentation transverse de la

nappe. La taille résultante des gouttes est bien plus petite. Il est nécessaire de caractériser ces ondulations avant de définir leur rôle dans le processus d'atomisation.

Ce chapitre présente l'étude de l'instabilité de cisaillement de l'interface liquide/air. L'étude expérimentale d'une nappe axisymétrique est d'abord présentée. Cette nappe est formée par l'impact normal d'un jet liquide sur un cylindre. Par symétrie, cette configuration est équivalente à deux jets se faisant face ( $2\alpha = 180^\circ$ ). Cette étude est suivie de l'analyse linéaire de l'instabilité en modes de Fourier. Les prédictions de cette analyse sont ensuite confrontées aux expériences.

### 3.1 Observations

#### 3.1.1 Formation de la nappe

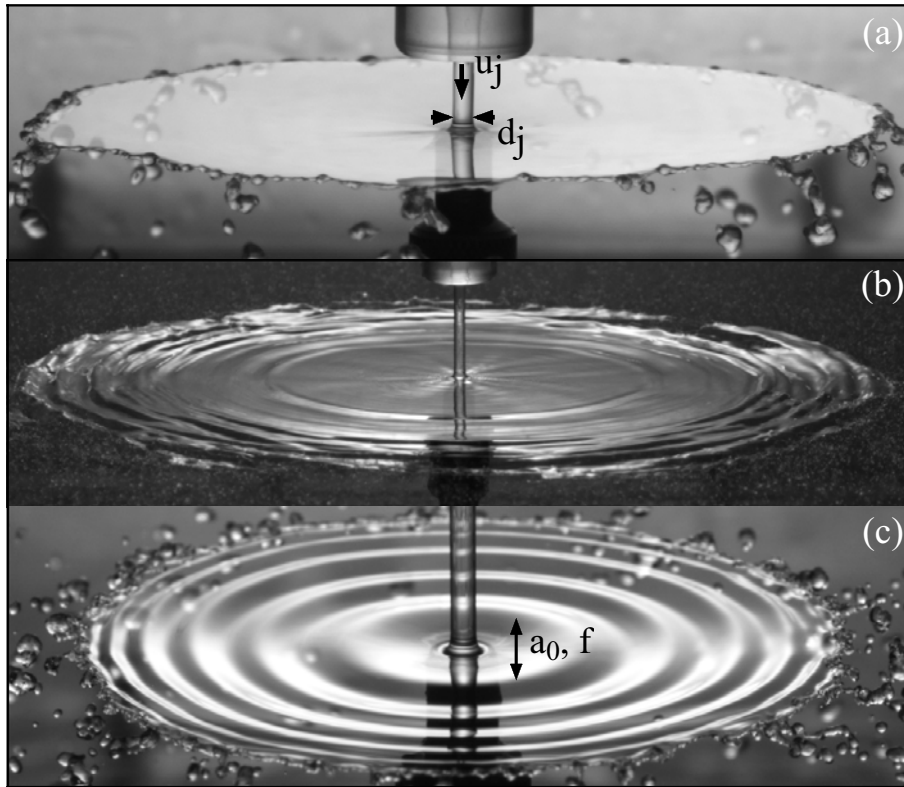


FIG. 3.2: *Différents régimes d'une nappe d'eau axisymétrique, le diamètre du jet  $d_j$  est égal à 3 mm sur chaque image: (a) régime lisse ( $We < 1000$ ), (b) régime drapeau ( $We > 1000$ ), (c) régime lisse soumis à des oscillations contrôlées.*

La nappe est formée par l'impact d'un jet liquide laminaire sur la section droite d'un cylindre solide. Des exemples sont présentés sur la figure 3.2. On observe sur cette figure un régime lisse, correspondant à une surface plane de la nappe (a), et un régime drapeau pour lequel il existe des ondes se propageant à la surface de la nappe (b). La transition entre ces deux régimes dépend du nombre de Weber du jet,  $We = \rho d_j u_j^2 / \sigma$ . Le nombre de Weber de transition entre les deux régimes est de l'ordre de 1000 dans la configuration eau/air [97].

Afin de comprendre les mécanismes d'atomisation dans le régime drapeau, nous avons mimé ce comportement en imposant des oscillations contrôlées à la nappe dans le régime lisse, figure 3.2-c. Cette perturbation est assurée par un vibreur sur lequel est fixé le cylindre d'impact. L'oscillation se fait verticalement selon l'axe commun du cylindre et du jet. La fréquence  $f$  et l'amplitude  $a_0$  de la perturbation sont donc contrôlées indépendamment. Le liquide utilisé est de l'eau, et le diamètre  $d_j$  de l'injecteur est fixé à 3 mm. La vitesse  $u_j$  d'injection maximale est de 5 m/s afin de se placer dans le régime lisse. Les caractéristiques de la nappe sont détaillées dans l'annexe B: nous montrons que la géométrie axisymétrique induit une décroissance de l'épaisseur de la nappe avec la distance au centre, et une vitesse constante dans la nappe égale à la vitesse d'injection.

### 3.1.2 Etat de surface



FIG. 3.3: Réseau d'ondes stationnaires observé sur la nappe vibrée pour un temps de pose équivalent à une observation à l'œil nu (1/30 s).

Lorsque la nappe lisse est vibrée, un réseau d'ondes stationnaires est visible à l'œil nu, figure 3.3. Ce réseau correspond à l'alternance de bandes

concentriques sombres et claires. Nous observons que son pas diminue près du bord. L'interfrange dépend de la vitesse d'injection ainsi que de la fréquence du vibreur : elle augmente avec la vitesse et diminue avec la fréquence.

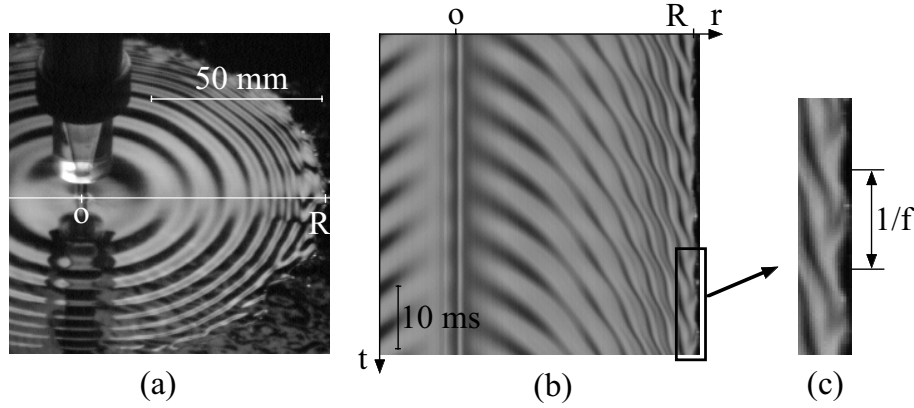


FIG. 3.4: (a) Instantané de la nappe soumise à des oscillations de 130 Hz. (b) Diagramme spatio-temporel construit à partir d'une suite d'images telles que (a), où la ligne horizontale sélectionnée est marquée en blanc. (c) Détail du bord, les échelles spatiale et temporelle sont multipliées par 2.

Si maintenant la nappe vibrée est visualisée à l'aide de la caméra rapide, nous n'observons plus de réseau stationnaire mais des ondes concentriques qui se propagent du centre vers le bord. Un instantané de la nappe est présenté sur la figure 3.4-a, le temps de pose correspond à 0.22 ms. La propagation de ces ondes est mise en évidence par le diagramme spatio-temporel de la figure 3.4-b. Ce diagramme est construit à partir de la sélection d'une ligne horizontale commune à une suite d'images telles que 3.4-a. La ligne est sélectionnée selon un rayon de la nappe et marquée en blanc sur l'image 3.4-a. Les courbes noires sont la trace de l'ombre créée par les crêtes des ondes. Les renseignements que nous pouvons tirer d'une telle image sont multiples :

- la longueur d'onde diminue à l'approche du bord.
- la fréquence de passage des ondes est constante le long d'un rayon et égale à celle imposée par le vibreur.
- la trajectoire des ondes sur ce diagramme est courbée. Globalement, la pente de la courbe ne cesse d'augmenter en fonction de la position radiale, ce qui montre que la vitesse des ondes diminue à l'approche du bord.
- Nous remarquons également qu'il existe des faibles oscillations de la trajectoire, ce qui veut dire que l'onde subit alternativement de légères accélérations et décélérations.

La figure 3.4-c est une vue détaillée du bord du diagramme spatio-temporel de la figure 3.4-b, l'échelle temporelle est multipliée par 2. Cette image nous renseigne sur la position de l'extrémité de la nappe au cours du temps. Nous observons une faible ondulation périodique du bord de même période que celle des ondes. Ceci signifie que le bord oscille autour d'une position moyenne  $R$  au cours du temps. Le mouvement est radial et de fréquence égale à celle imposée par le vibreur. Nous verrons que cette oscillation du bord libre est due à des modulations périodiques d'épaisseur.

La figure 3.5 illustre l'état de surface de la nappe pour plusieurs conditions de fréquence d'oscillation. Nous observons sur cette figure que plus la fréquence est grande et plus le nombre d'ondulations se propageant sur la nappe est grand. Le train d'onde perd son caractère axisymétrique à l'approche du bord et ce d'autant plus tôt que la fréquence est élevée.

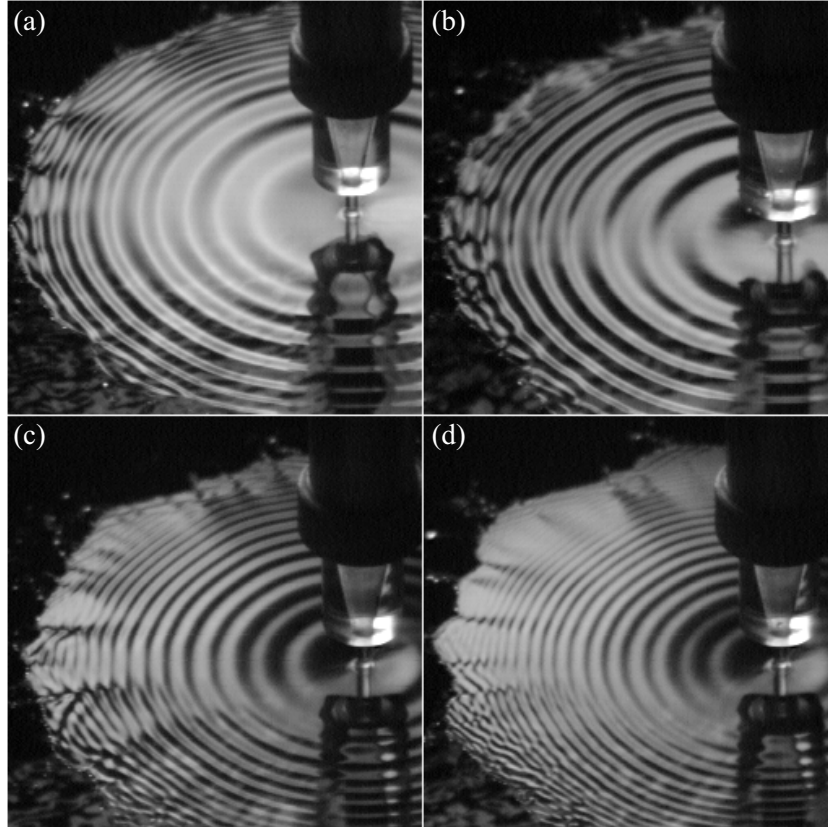


FIG. 3.5: *Instantanés de la surface pour quatre conditions de fréquence de perturbation, (a) 100 Hz, (b) : 160 Hz , (c) 250 Hz et (d) 300 Hz. La vitesse du jet est de 3.5 m/s, le temps de pose de la caméra rapide est égal à 0.22 ms.*

### 3.1.3 Amplitude des ondes

Les images précédentes nous renseignent sur la vitesse des ondes, leur longueur d'onde ainsi que leur fréquence, mais l'amplitude n'est pas accessible à partir de ces clichés. Il est possible de visualiser l'amplitude par l'utilisation d'une tranche laser et l'ajout de fluorescéine dans l'eau. La tranche est perpendiculaire à la nappe selon un rayon (annexe C). Deux instantanés obtenus pour un temps de pose court sont présentés sur la figure 3.6. Le sens de propagation des ondes est indiqué sur la première image. L'oscillation du point d'impact induit un mode sinueux, le mouvement des deux interfaces est en phase.

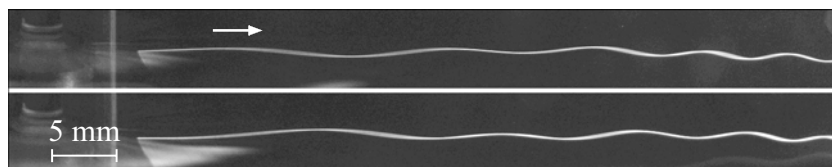


FIG. 3.6: Images de coupes laser le long d'un rayon de la nappe en présence de fluorescéine pour deux instants différents. Le temps de pose de la caméra est de 1 ms,  $u_j = 3.54$  m/s,  $f = 120$  Hz,  $a_0 = 0.08$  mm.

Les images de la figure 3.7 correspondent à un temps de pose 50 fois plus long. Ces clichés rendent compte de l'état moyen de la surface. Nous observons une alternance de ventres et de nœuds. Ce battement signifie qu'il existe un deuxième train d'ondes de longueur d'onde différente. Le battement est de moins en moins symétrique à l'approche du bord lorsque la fréquence augmente. Ce fait est à rapprocher des observations faites sur la physionomie des ondes à proximité de l'extrémité de la nappe, qui perdent leur caractère isotrope. L'amplitude des ventres est quasiment constante dans la zone où les ondes sont concentriques.

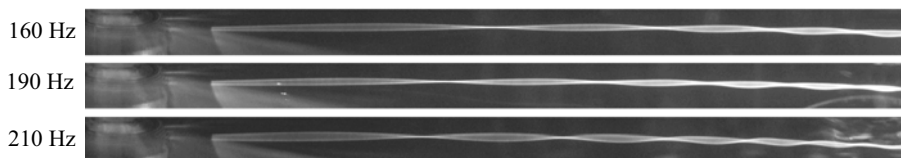
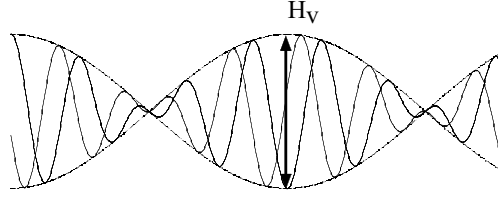


FIG. 3.7: Même type d'images que sur la figure 3.6 mais avec un temps de pose égal à 50 ms. Les fréquences sont, de haut en bas : 160, 190 et 210 Hz, l'amplitude est fixée à  $a_0 = 0.05$  mm,  $u_j = 3.54$  m/s, l'échelle spatiale est la même que celle de la figure 3.6.



FIG. 3.8: *Modulation d'amplitude.*

Pour des ondes linéaires, l'épaisseur des ventres  $H_v$ , présentée sur la figure 3.8, doit correspondre à la somme des déplacements des deux trains d'ondes. Une étude systématique en fonction de la fréquence pour différentes vitesses d'injection est résumée par les graphiques de la figure 3.9.  $H_v$  correspond à la mesure du premier ventre. Cette épaisseur est normalisée par le déplacement initial  $H_0 = 2a_0$ . Pour la plus petite vitesse, 2.8 m/s, la taille du premier ventre ne dépend pas de la fréquence. Elle est en moyenne trois fois plus élevée que le déplacement initial. Pour une vitesse supérieure, 3.5 m/s, le rapport augmente légèrement lorsque la fréquence diminue. Cette augmentation est nettement plus marquée pour des vitesses plus élevées. Le rapport peut atteindre 40 pour la plus grande vitesse. L'amplification semble saturer pour les hautes fréquences. Sur l'ensemble des vitesses, le rapport de saturation est compris entre 3 et 4. La fréquence de saturation augmente avec la vitesse. Si nous comparons l'amplification pour différentes vitesses et une condition de fréquence donnée, figure 3.10, nous voyons qu'elle est constante et de l'ordre de 3 pour une plage de vitesses faibles puis augmente rapidement avec la vitesse.

Si les deux ondes conduisant au réseau stationnaire observé sur la figure 3.7 ont la même amplitude, alors la taille des nœuds doit correspondre à l'épaisseur de la nappe. La figure 3.11 présente l'enveloppe de la surface au niveau du premier ventre pour différentes vitesses d'injection et une fréquence de 120 Hz. Nous observons que la zone des nœuds s'épaissit lorsque  $u_j$  augmente. Cette zone passe d'une dimension qui est de l'ordre de 20 % de celle du ventre  $H_v$  pour les deux premières vitesses, à 70 % de  $H_v$  pour les deux dernières conditions d'injection. Ceci montre que l'une des deux ondes a une amplitude plus grande, et que cette différence dépend de la vitesse d'injection.

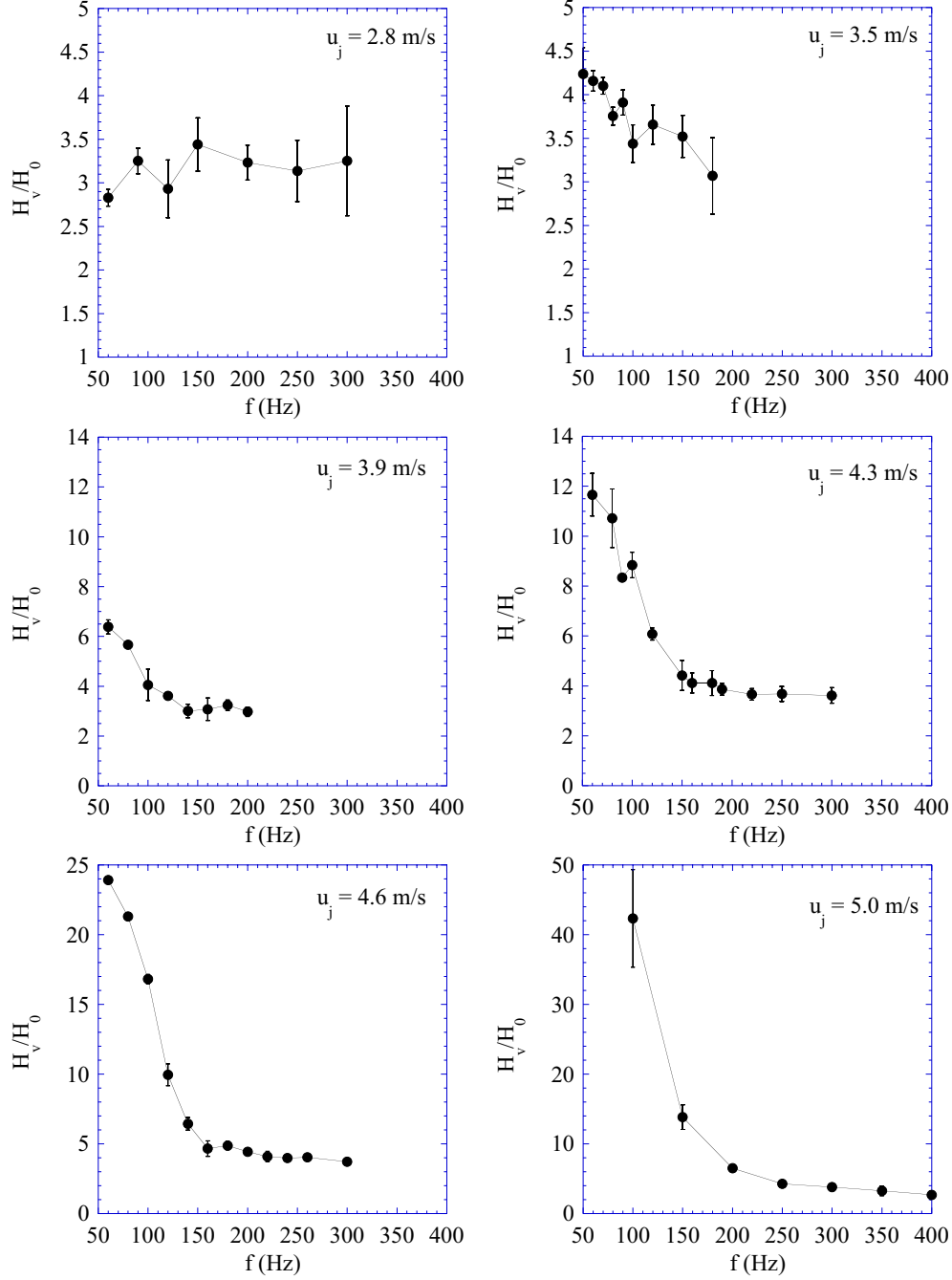


FIG. 3.9: *Épaisseur du premier ventre  $H_v$  rapportée au déplacement du vibreur  $H_0 = 2a_0$  en fonction de la fréquence pour plusieurs vitesses d'injection, 2.8, 3.5, 3.9, 4.3, 4.6 et 5 m/s.*

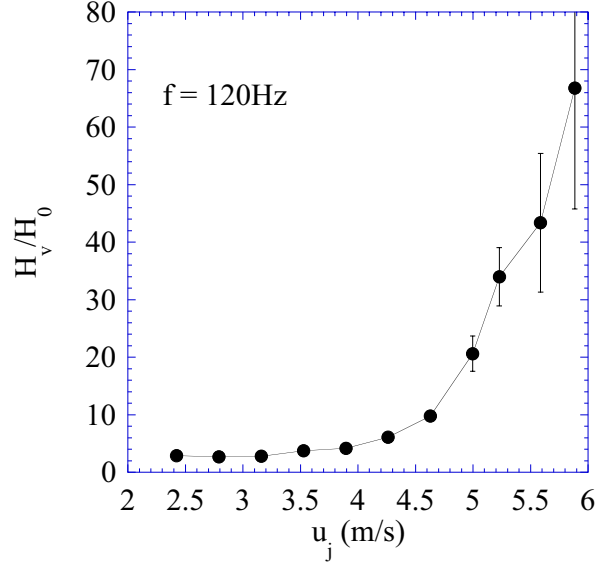


FIG. 3.10: *Épaisseur du premier ventre  $H_v$  rapportée au déplacement du vibreur  $H_0$  en fonction de la vitesse d'injection,  $f = 120$  Hz.*

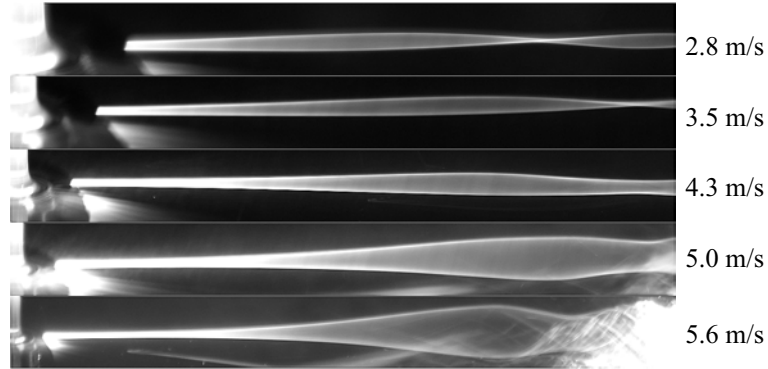


FIG. 3.11: *Augmentation de la taille du premier nœud lorsque la vitesse d'injection augmente pour une condition de fréquence fixée,  $f = 120$  Hz. Le jet se situe sur la gauche des images. L'extrémité de l'image correspond à l'axe du jet, l'échelle spatiale diminue ainsi de haut en bas.*

### 3.2 lame plane

La géométrie axisymétrique impose une variation radiale de l'épaisseur. Afin de s'affranchir des effets de variation d'épaisseur sur le développement de l'instabilité, nous avons reproduit l'étude expérimentale précédente avec un jet plan plutôt qu'un jet cylindrique. La lame d'épaisseur constante est issue d'une fente de 10 cm de large et d'épaisseur contrôlable de 0.1 à 4 mm. Les caractéristiques de l'injecteur sont données dans l'annexe B. Un exemple de la lame correspondant à un jet plan est présenté sur la figure 3.12-a. Ce jet plan est ensuite projeté sur un rectangle de largeur  $d_i = 6$  mm et de 10 cm de long fixé au vibreur, figure 3.12-b.

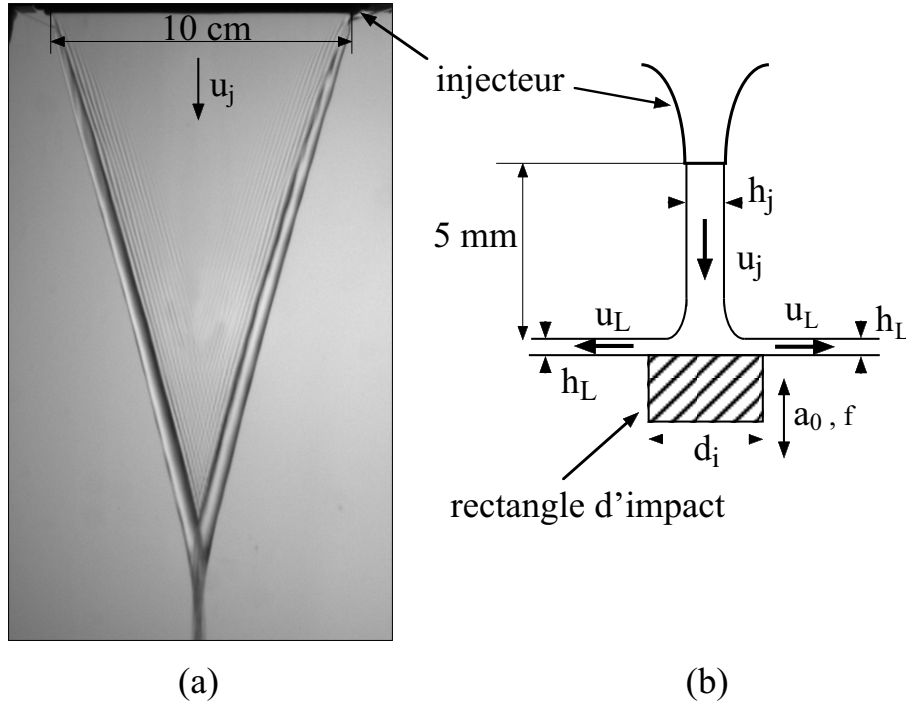


FIG. 3.12: (a) Vue de face d'une lame plane d'épaisseur constante. (b) Vue de profil du choc de la lame liquide sur le rectangle solide oscillant.

L'impact étant symétrique, le jet plan se sépare après le choc en deux lames de même vitesse et de même épaisseur. Ceci est schématisé sur la figure 3.12-b.

### 3.2.1 Ondes

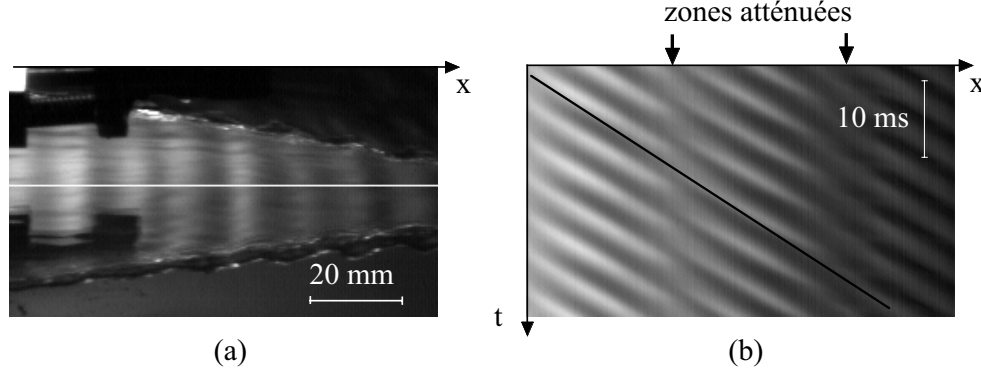


FIG. 3.13: (a) Instantané de l'état de surface de la lame plane soumise à des oscillations. (b) Diagramme spatio-temporel construit à partir d'une suite d'images telles que (a), la ligne horizontale sélectionnée est marquée en blanc.  $u_j = 3.5 \text{ m/s}$ ,  $h_j = 0.48 \text{ mm}$ ,  $f = 200 \text{ Hz}$ ,  $a_0 = 0.04 \text{ mm}$ .

La figure 3.13-a montre un instantané de l'une des deux lames soumises à une perturbation périodique. Nous observons un train d'ondes planes dont la longueur d'onde semble être constante. Un diagramme spatio-temporel construit à partir d'une ligne horizontale est présenté sur la figure 3.13-b. La trajectoire d'une ondulation est déterminée en suivant l'ombre créée par une crête. Cette trajectoire est rectiligne : la vitesse des ondes est constante. La période de passage des ondes se lit verticalement. Elle est égale à celle imposée par le vibreur. Nous remarquons également deux zones où l'ombre créée par les crêtes est moins prononcée. D'après les observations précédentes concernant la figure 3.4, il peut s'agir de nœuds correspondant à la rencontre de deux ondulations de la surface en opposition de phase .

### 3.2.2 Asymétrie et modulation d'épaisseur

La suite d'images de la figure 3.14 rend compte de l'effet de l'amplitude du vibreur sur les ondes. La fréquence d'oscillation est de 70 Hz, la vitesse du jet est égale à 2.7 m/s, son épaisseur vaut 0.6 mm et l'amplitude  $a_0$  prend les valeurs de 0.33, 0.49 et 0.66 mm. L'oscillation du point d'impact entraîne la formation d'ondes sinueuses dont la fréquence correspond à celle du vibreur. Lorsque l'amplitude communiquée à la nappe augmente, les ondes se cambrent et deviennent asymétriques. Parallèlement à ce changement de forme, nous observons une zone s'étendant sur la largeur de la lame où la surface semble plus rugueuse. Cette zone est indiquée sur la figure 3.14-c. La rugosité de cette zone augmente avec l'amplitude du vibreur.

Des images successives de l'oscillation de la lame d'eau en présence de fluorescéine révélée par le laser sont présentées sur la figure 3.15. La tranche laser coupe perpendiculairement la lame selon la direction  $x$  et correspond

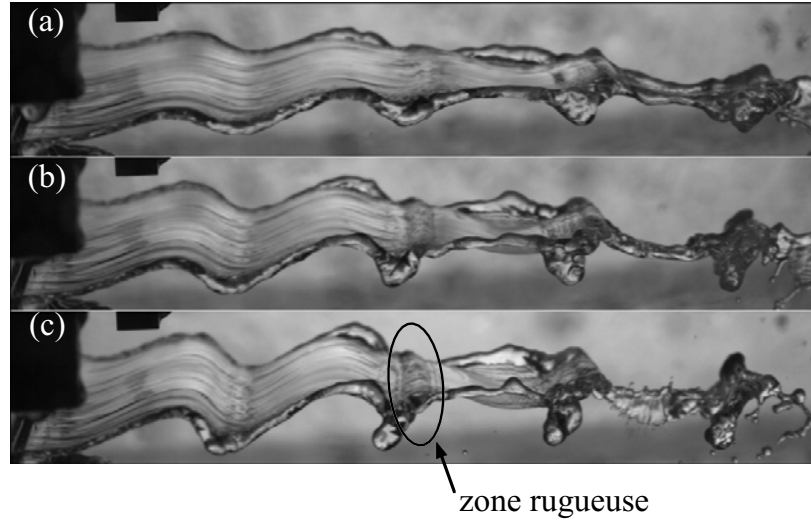


FIG. 3.14: *Instantanés d'une lame liquide soumise à des oscillations périodiques,  $f = 70$  Hz, pour plusieurs amplitudes, (a)  $a_0 = 0.33$  mm, (b) 0.49 mm et (c) 0.66 mm. La vitesse du jet est fixée à 2.7 m/s et son épaisseur à 0.6 mm.*

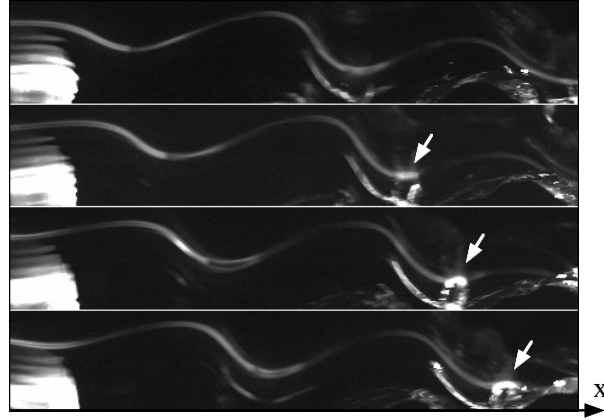


FIG. 3.15: *Images successives séparées de 0.33 ms d'une coupe laser normale à la nappe et selon  $x$ , révélée par l'ajout de fluorescéine dans l'eau. Une accumulation de liquide, indiquée par une flèche blanche, apparaît au cours de la propagation de l'onde. La fréquence du vibreur est ici de 50 Hz, pour une amplitude de 1.13 mm.*

à la ligne blanche sur la figure 3.13-a. Nous voyons apparaître une région dont l'intensité lumineuse augmente. Cette région est indiquée par une flèche blanche sur la figure 3.15. Puisque la fluorescence se fait en volume, il s'agit

d'une zone d'épaississement de la lame liquide. Cette accumulation de masse correspond aux zones où la surface est rugueuse, observées sur la figure 3.14.

Pour comprendre cette accumulation de liquide, il faut s'intéresser aux conditions de l'écoulement dans la nappe en sortie du rectangle d'impact. Plaçons nous dans un régime semi-statique pour lequel le temps mis par une particule fluide pour parcourir la zone d'étalement sur le rectangle d'impact est inférieur au temps caractéristique de l'oscillation du vibreur :  $d_i/2u_j < 1/f$ .  $d_i$  est la largeur du solide d'impact,  $u_j^*$  la vitesse du jet et  $f$  la fréquence d'oscillation du vibreur, figure 3.12-b. Dans ces conditions, la vitesse du solide d'impact est considérée constante et égale à  $a_0\omega \cos(\omega t)$ , avec  $\omega = 2\pi f$ . Dans le référentiel du solide d'impact, la vitesse  $u_j^*$  du jet est donc égale à  $u_j - a_0\omega \cos(\omega t)$ . Si l'énergie est conservée lors du choc, alors la vitesse  $u_L$  dans la lame est égale à la vitesse du jet  $u_j^*$ . Par conservation de la masse, l'épaisseur  $h_L$  de la lame est égale à la moitié de l'épaisseur du jet  $h_j$ . La vitesse  $u_L$  dans la nappe et son épaisseur  $h_L$  en sortie du rectangle d'impact sont :

$$\begin{aligned} u_L &= u_j(1 - \delta \cos(\omega t)) \quad \text{où} \quad \delta = \frac{a_0\omega}{u_j} \\ h_L &= \frac{h_j}{2} \end{aligned}$$

La vitesse dans la nappe dépend du temps, et peut être décrite à l'aide de deux composantes : l'une constante, et l'autre oscillant à la fréquence imposée par le vibreur. Les variations de vitesse d'injection entraînent des modulations d'épaisseur déjà observé par Meier, Klöpper et Grabitz [65] dans le cas d'un jet cylindrique dont l'injection est pulsée. Les auteurs considèrent un fluide non visqueux et ne prennent pas en compte la tension de surface. Ils déterminent la variation de la section d'un jet au cours du temps à partir d'une section quelconque. Dans notre cas, où le jet est plan, lorsque le nombre de Froude basé sur les propriétés du jet,  $Fr = gh_j/u_j^2$ , est suffisamment faible pour pouvoir négliger les effets gravitaires, l'épaisseur  $h$  ainsi que la vitesse  $u$  de la lame se mettent sous la forme :

$$h = h_L \left| \frac{x_p}{x_p - x} \right| \quad (3.1)$$

$$u = u_j(1 - \delta \cos(\omega\tau)) = u_L(\tau) \quad (3.2)$$

$$\text{où} \begin{cases} x_p = \frac{u_j(1 - \delta \cos(\omega\tau))^2}{\delta\omega \sin(\omega\tau)} \\ x = u_j(1 - \delta \cos(\omega\tau))(t - \tau) \end{cases}$$

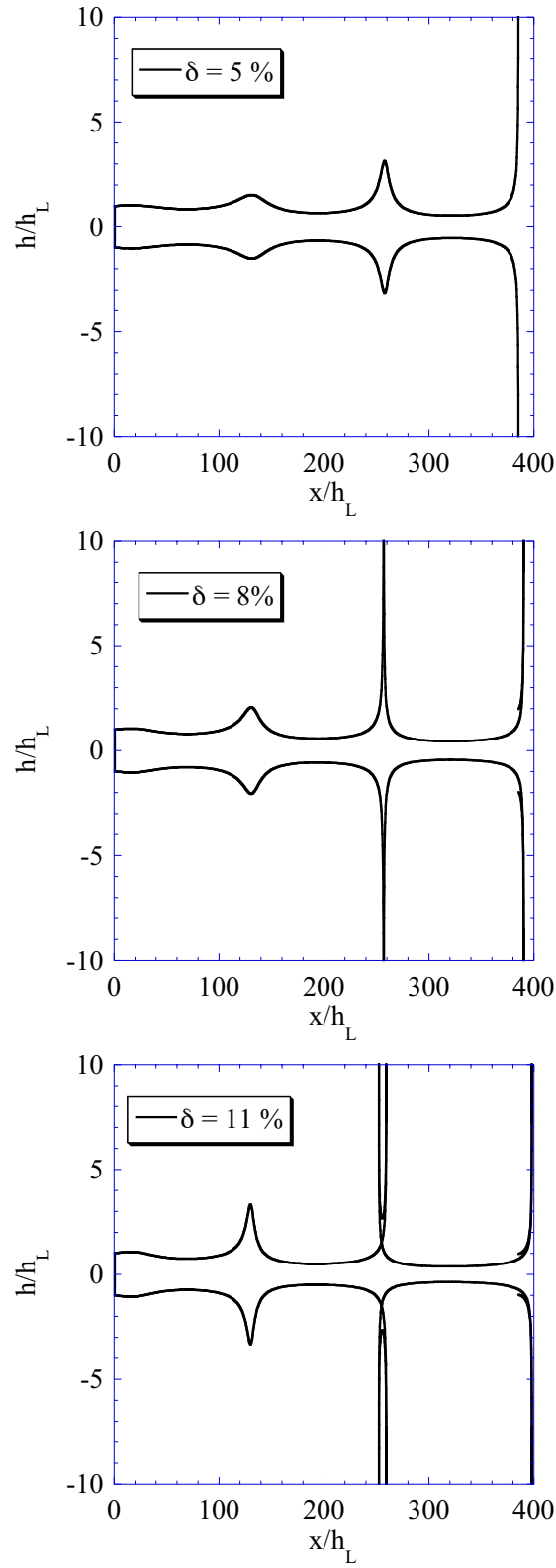


FIG. 3.16: Calcul des modulations d'épaisseur de la lame liquide dues à des oscillations de la vitesse. Les amplitudes de modulation de vitesse correspondent aux conditions d'impact des images de la figure 3.14.



$x$  est la coordonnée spatiale,  $t$  le temps et  $\tau$  correspond au temps de départ des particules fluides lorsqu'elles quittent le rectangle d'impact.

L'épaisseur diverge en  $(x_p - x)^{-1}$  et la vitesse d'une particule fluide ne varie pas au cours de son déplacement. Puisque la vitesse est conservée le long de l'écoulement, la zone d'épaississement correspond à une accumulation de liquide due aux variations initiales de vitesse. Il s'agit d'un rassemblement cinématique de la masse.

Trois exemples sont donnés sur la figure 3.16 pour des amplitudes de modulation de vitesse  $\delta$  correspondant aux conditions des images de la figure 3.14. Des modulations périodiques d'épaisseur se propagent sur la nappe et s'amplifient au cours du temps. Ce modèle très simple rend compte d'une accumulation de masse mais ne prédit pas correctement l'évolution de l'épaisseur, qui ne diverge pas dans notre expérience.

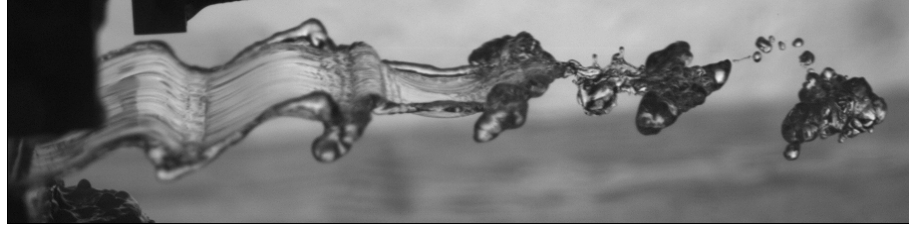


FIG. 3.17: *Brisure périodique d'une lame liquide soumise à des oscillations périodiques,  $f = 70$  Hz,  $a_0 = 0.7$  mm,  $h_j = 0.6$  mm,  $u_j = 2.1$  m/s.*

La vitesse de rétraction du bord libre de la nappe croît lorsque l'épaisseur diminue. Pour une lame d'épaisseur constante, le bord est convecté à la vitesse du liquide et la lame prend la forme d'un V. Des modulations d'épaisseur longitudinales induisent des variations de la vitesse du bord libre et provoquent un découpage transverse de la lame, figure 3.17. Le liquide se rassemble sous la forme d'une grosse goutte à intervalle de temps régulier. Les variations d'épaisseur et de vitesse sont en phase, ce qui amplifie la brisure périodique de la lame. Ce schéma de fragmentation est à rapprocher de l'atomisation périodique des nappes liquides formées par des jets turbulents dont un exemple est illustré sur la figure 2.56.

Ces modulations d'épaisseur sont vraisemblablement, pour les mêmes raisons, présentes dans la nappe axisymétrique perturbée. Elles expliquent les oscillations radiales observées dans la configuration axisymétrique présentées sur la figure 3.4-c. En effet, nous avons vu dans le chapitre 2 que la position du bord libre résulte de l'équilibre entre la force d'inertie du liquide, la tension de surface et éventuellement la force centrifuge si le bord est courbé. Cet équilibre dépend de l'épaisseur de la nappe. Une variation d'épaisseur isotrope et périodique dans le temps doit ainsi entraîner une oscillation temporelle et radiale de la position du bord libre.

### 3.3 Etude de l'instabilité

#### 3.3.1 Analyse linéaire

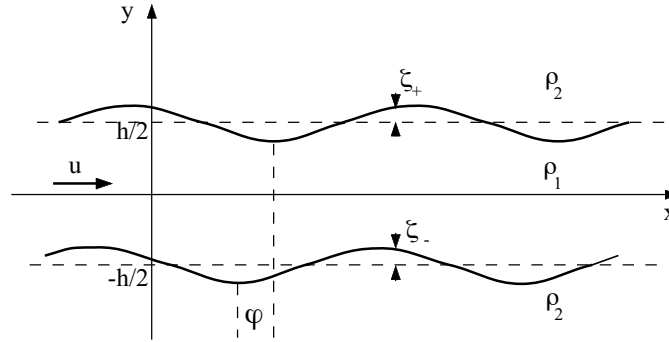


FIG. 3.18: Schéma de l'instabilité de cisaillement d'une nappe liquide d'épaisseur  $h$ .

La présence d'ondes sur la nappe est due au développement d'une instabilité de type Kelvin-Helmholtz. Squire en 1953 [89], York, Stubbs et Tek en 1953 [105] ainsi que Hagerty et Shea en 1955 [32], sont les premiers à s'être intéressés à cette instabilité dans la configuration d'une nappe liquide.

Considérons une nappe liquide plane de densité  $\rho_1$  et d'épaisseur constante  $h$ . Cette lame se propage à la vitesse  $u$  dans un milieu au repos de densité  $\rho_2$ . La vitesse  $u$  est supposée suffisamment grande pour négliger l'effet de la gravité. Les deux fluides sont supposés non visqueux, incompressibles et nous prenons en compte l'existence d'une tension de surface entre les deux fluides. Les écoulements sont considérés irrotationnels, les vitesses dérivent donc d'un potentiel  $\phi_i$ , où  $i = 1, 2$  suivant le fluide considéré.

La nappe est repérée dans le plan  $xy$ , l'axe  $x$  étant confondu avec l'axe de symétrie de la lame liquide, figure 3.18. On introduit une perturbation monochromatique des deux surfaces de fréquence  $\omega$  et de nombre d'onde  $k$ . Cette perturbation est identique pour les deux interfaces et seule une phase  $\varphi$  est laissée libre,  $\zeta_0 e^{i(kx - \omega t + \varphi)}$ . On considère une faible perturbation,  $\zeta_0 k \ll 1$ , qui permet de rendre linéaires les équations du mouvement. Puisque les fluides sont incompressibles, les potentiels de vitesse  $\phi_i$  dans chaque milieu doivent satisfaire l'équation de Laplace :

$$\Delta \phi_i = 0 \quad i = 1, 2 \pm \quad (3.3)$$

Le signe  $+$  fait référence à l'écoulement d'air supérieur et le signe  $-$  à l'écou-

lement inférieur. Le champ de pression est donné par la relation de Bernoulli:

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \frac{u_i^2}{2} + \frac{p_i}{\rho_i} = C^{te} = \frac{\overline{u_i}^2}{2} \quad i = 1, 2\pm \quad (3.4)$$

où  $u_i$  est la vitesse instantanée du liquide  $i$  et  $\overline{u_i}$  sa valeur moyenne. Il faut ajouter à cela une condition cinématique qui traduit le fait que les vitesses des deux fluides normales aux interfaces sont égales à la vitesse normale de chacune des surfaces :

$$\text{en } y = \pm \frac{h}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \zeta_{\pm}}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta_{\pm}}{\partial x} = \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \\ \frac{\partial \zeta_{\pm}}{\partial t} = \frac{\partial \phi_{2\pm}}{\partial y} \end{array} \right. \quad (3.5)$$

L'existence d'une tension de surface introduit un saut de pression à la traversée de l'interface, lié à la courbure de cette dernière :

$$p_{2+} - p_1 = \sigma \frac{\partial^2 \zeta_+}{\partial x^2} \quad \text{en } y = +\frac{h}{2} \quad (3.6)$$

$$p_1 - p_{2-} = \sigma \frac{\partial^2 \zeta_-}{\partial x^2} \quad \text{en } y = -\frac{h}{2} \quad (3.7)$$

Au vu de la forme de la perturbation considérée, la solution cherchée est comme :

$$\phi_i = f_i(y) e^{i(kx - \omega t)} \quad i = 1, 2\pm \quad (3.8)$$

L'ensemble d'équations (3.3) à (3.7) conduit à deux relations entre le nombre d'onde  $k$  à la pulsation  $\omega$  de la perturbation :

$$\varphi = \pi \quad (\omega - ku)^2 \coth\left(\frac{kh}{2}\right) + \alpha \omega^2 = \frac{\sigma k^3}{\rho_1} \quad \text{mode variqueux} \quad (3.9)$$

$$\varphi = 0 \quad (\omega - ku)^2 \tanh\left(\frac{kh}{2}\right) + \alpha \omega^2 = \frac{\sigma k^3}{\rho_1} \quad \text{mode sinueux} \quad (3.10)$$

où  $\alpha = \rho_2/\rho_1$  est le rapport des masses volumiques. La résolution des équations 3.9 et 3.10 permet d'obtenir les relations de dispersion des deux modes :

$$\omega = \frac{uk\Phi(kh/2)}{\Phi(kh/2) + \alpha} \pm \frac{\sqrt{\sigma k^3(\Phi(kh/2) + \alpha)/\rho_1 - \alpha u^2 k^2 \Phi(kh/2)}}{\Phi(kh/2) + \alpha} \quad (3.11)$$

où  $\Phi(kh/2) = \coth(kh/2)$  pour le mode variqueux et  $\Phi(kh/2) = \tanh(kh/2)$  pour le mode sinueux.

Lors de nos expériences, l'épaisseur de la nappe axisymétrique est de l'ordre de la dizaine de micromètres, celle de la nappe plane est de l'ordre de la centaine de micromètres. Les longueurs d'onde imposées par le vibreur sont telles que  $kh \ll 1$ . Les nappes d'eau ( $\rho_1 = \rho$ ) sont injectées dans de l'air,  $\alpha = 1.2 \cdot 10^{-3}$ , ce qui entraîne que  $\alpha kh \ll 1$ . Ces conditions expérimentales induisent des relations de dispersion simplifiées :

$$\text{mode variqueux : } \omega_v = uk \left( 1 \pm \sqrt{\frac{\sigma h k^2}{2\rho u^2} - \frac{\alpha kh}{2}} \right) \quad (3.12)$$

$$\text{mode sinueux : } \omega_s = \frac{uk}{1 + 2\alpha/kh} \left( 1 \pm \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho u^2 h} \left( 1 + \frac{2\alpha}{kh} \right) - \frac{2\alpha}{kh}} \right) \quad (3.13)$$

La région instable correspond à des fréquences complexes. Ceci est réalisé lorsque le terme sous la racine est négatif. La nappe est donc instable si :

$$\text{mode variqueux : } k < \frac{\rho_{air} u^2}{\sigma} \quad (3.14)$$

$$\text{mode sinueux : } k < \frac{\alpha}{h} (We_h - 2) = k_c \quad \text{où } We_h = \frac{\rho u^2 h}{\sigma} \quad (3.15)$$

Les taux d'amplification, qui correspondent à la partie imaginaire de  $\omega$ , sont différents pour les deux modes [32]. Le mode sinueux est préférentiellement amplifié. L'écart est d'autant plus grand que l'épaisseur est faible. La figure 3.19 présente les taux de croissance pour les deux modes dans des conditions caractéristiques des expériences concernant la nappe axisymétrique,  $u_j = 4$  m/s et  $h = 50 \mu\text{m}$ . Il y a un facteur 100 entre l'amplification des deux modes.

L'étude précédente rend compte de l'instabilité temporelle d'une lame liquide. Elle montre qu'une perturbation de l'état de base croît dans le temps à une position donnée. Expérimentalement, nous sommes en présence d'une instabilité convective où le développement de la perturbation se fait spatialement. Pour une faible amplification, Gaster [30] a montré qu'il existe une relation entre les taux de croissance temporel  $\omega_i$  et spatial  $k_i$  au travers de la vitesse de groupe  $v_g = \frac{\partial \omega_r}{\partial k}$ , qui s'écrit  $\omega_i = v_g k_i$ .  $\omega_r$  est la partie réelle de  $\omega$ . Lorsque la nappe est instable, l'un des deux modes est dispersif. Pour le mode variqueux, d'après l'équation (3.12), la vitesse de groupe est équivalente à la vitesse d'écoulement  $u$ . Pour le cas sinueux, d'après l'équation (3.13), elle dépend du nombre d'onde :

$$\text{mode sinueux : } v_g = u \frac{1 + 4\alpha/kh}{(1 + 2\alpha/kh)^2} \quad (3.16)$$

Il est à noter que dans une situation stable, si l'interaction avec l'air est négligée ( $\alpha = 0$ ), le mode sinueux devient non-dispersif et le mode variqueux dispersif [92].

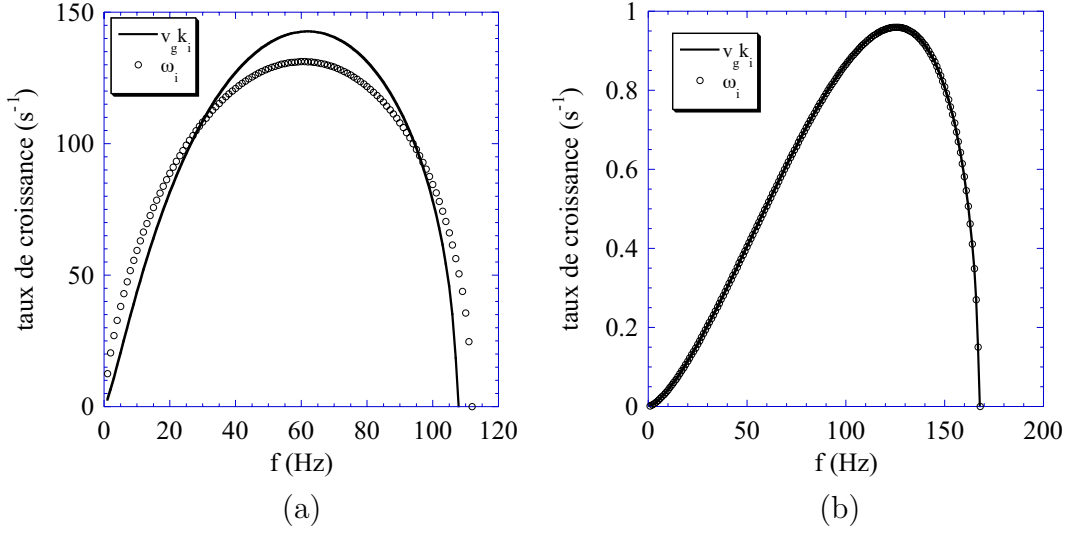


FIG. 3.19: Comparaison entre les taux de croissance spatial (—) et temporel (○) pour les deux modes en fonction de la fréquence imposée: (a) mode sinueux et (b) mode variqueux. La vitesse est fixée à 4 m/s et l'épaisseur à 50  $\mu\text{m}$ .

Les différents taux de croissance sont comparés sur la figure 3.19. Les approches spatiale et temporelle concordent pour le mode variqueux et sont légèrement différentes pour le second mode. Plus l'épaisseur est importante et plus cet écart est faible.

Portons notre attention sur le mode le plus amplifié, observé expérimentalement dans le cas axisymétrique.

### Mode sinueux

D'un point de vue temporel, l'oscillation du cylindre d'impact excite un mode dont la partie réelle correspond à la fréquence du vibreur,  $\omega_0 = 2\pi f$ . D'après l'équation (3.13), le nombre d'onde sélectionné est :

$$k = \frac{\omega_0}{2u} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{8\alpha u}{h\omega_0}} \right) \quad (3.17)$$

Le critère d'instabilité devient :

$$\text{instable si } \omega_0 < \frac{\alpha u}{h} \frac{(We_h - 2)^2}{We_h} = \omega_c \quad (3.18)$$

L'évolution de la fréquence critique,  $f_c = \omega_c/2\pi$ , en fonction de la vitesse d'écoulement du liquide est présentée sur la figure 3.20-a. Cette fréquence est calculée dans la configuration expérimentale eau/air pour une épaisseur de 50  $\mu\text{m}$ . Pour des vitesses proches du cm/s, la fréquence critique est de l'ordre de la centaine de Hz. Elle diminue avec  $u$  et atteint la valeur 0 pour

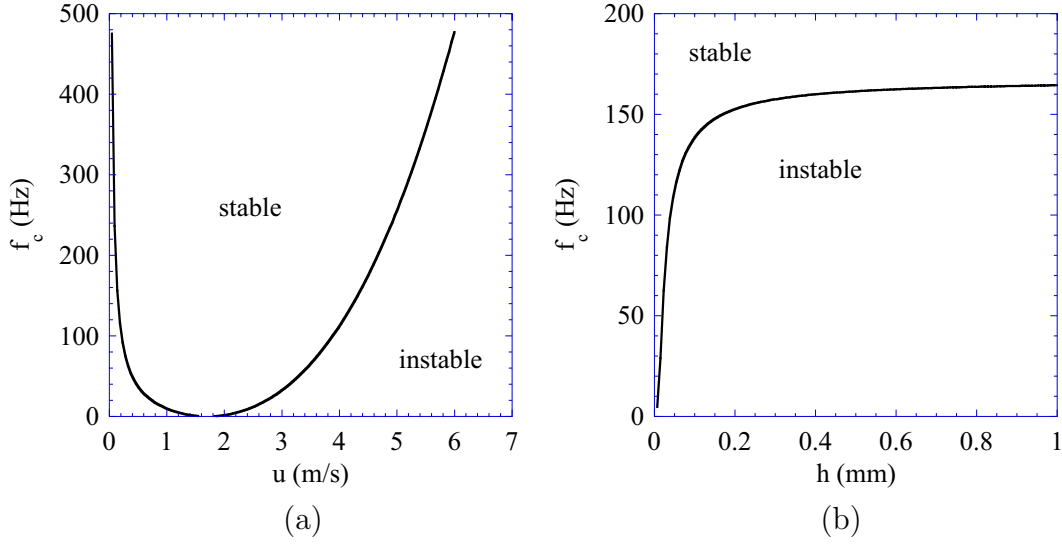


FIG. 3.20: Evolution de la fréquence critique en deçà de laquelle la nappe est instable, en fonction de la vitesse du liquide (a),  $h = 0.05$  mm, et de l'épaisseur (b),  $u = 4$  m/s. Il s'agit d'une configuration eau/air.

$u = 1.7$  m/s. La nappe est stable pour cette vitesse quelque soit la fréquence de perturbation. Puis  $f_c$  augmente avec  $u$ , et s'approche de 500 Hz pour  $u = 6$  m/s. La gamme de vitesses explorée expérimentalement varie de 2.8 à 5 m/s et correspond à un régime où le taux de croissance de l'instabilité non forcée est faible et la nappe initialement lisse. Un exemple de nappe est présenté sur la figure 3.2-b. Pour de plus grandes vitesses, la fréquence critique peut atteindre 20 kHz pour  $u = 20$  m/s et l'épaisseur considérée (50  $\mu$ m). La gamme de fréquences instables est donc beaucoup plus large que celle du régime étudié.

L'évolution de  $f_c$  en fonction de l'épaisseur, pour une vitesse  $u$  de 4 m/s, est présentée sur la figure 3.20-b. La fréquence critique augmente comme le carré de l'épaisseur jusqu'à 0.03 mm puis sature autour de 160 Hz pour des épaisseurs plus importantes. Ceci implique, dans le cas de la nappe axisymétrique où l'épaisseur décroît avec la position radiale  $r$ , que pour une fréquence de perturbation donnée, la nappe peut être instable sur une zone proche du jet puis devenir stable vers le bord libre.

L'approche spatiale revient à résoudre l'équation (3.11) en posant  $\omega = \omega_0$ . Lorsque  $kh \ll 1$  l'équation du troisième ordre en  $k$  est la suivante :

$$\left(\frac{u^2 h}{2} - \frac{\sigma}{\rho}\right)k^3 - u h \omega_0 k^2 + \frac{h \omega_0^2}{2}k + \alpha \omega_0^2 = 0 \quad (3.19)$$

Cette équation admet trois solutions dont deux sont complexes conjuguées. La troisième solution est réelle et négative, elle n'a donc pas de sens physique. L'influence de la vitesse et de l'épaisseur sur le taux de croissance

spatial maximal sont présentées sur la figure 3.21. A titre de comparaison, le taux de croissance temporel est tracé en trait pointillé.

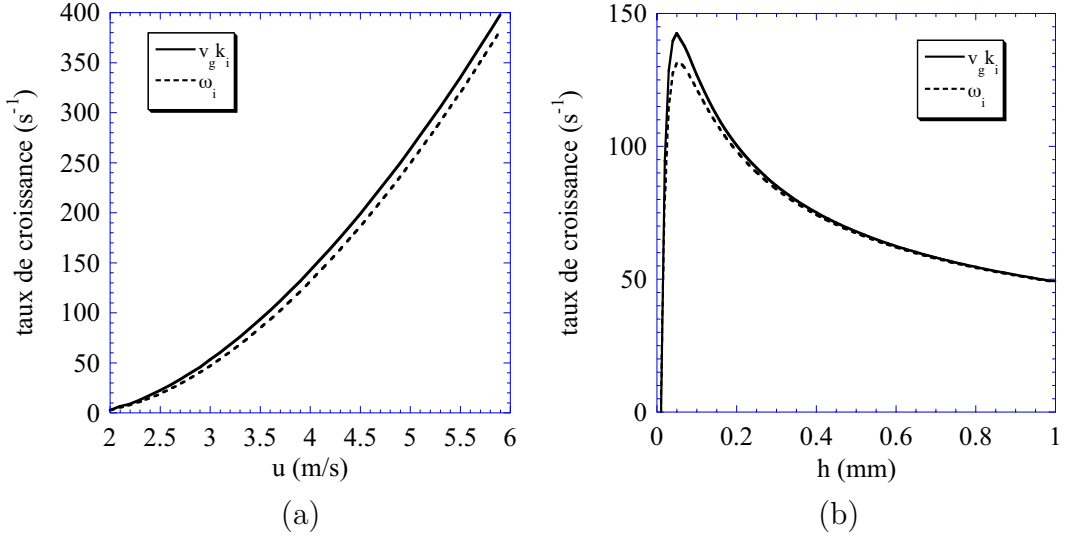


FIG. 3.21: Taux de croissance spatial (trait plein) et temporel (trait en pointillé) en fonction de la vitesse (a),  $h = 0.05$  mm et de l'épaisseur (b),  $u = 4$  m/s. Il s'agit d'une configuration eau/air.

Les taux sont calculés pour la configuration expérimentale eau/air. Le taux de croissance spatial augmente rapidement avec la vitesse du liquide  $u$  dans la nappe. Au delà de 3 m/s, le taux évolue comme  $u^3$ . Il existe un faible écart avec l'approche temporelle, mais la différence relative diminue avec la vitesse.

Pour une vitesse donnée, la croissance maximale des perturbations augmente très fortement pour de faibles épaisseurs puis diminue plus lentement lorsque l'épaisseur croît. L'écart entre les deux taux diminue pour les grandes épaisseurs.

La différence entre les deux approches est faible. L'intérêt de l'analyse temporelle est de parvenir à une solution analytique. Par la suite, l'amplification est déterminée à partir de la résolution numérique de l'équation 3.19.

L'injecteur de 3 mm forme une nappe axisymétrique dont l'épaisseur varie de la centaine de micromètres à proximité du cylindre d'impact jusqu'à la dizaine de micromètres à proximité du bord libre pour les grandes vitesses d'injection. Puisque la fréquence est constante et que la fréquence critique dépend de l'épaisseur, nous nous attendons à ce que l'amplification des ondes augmente lors de leur propagation puis diminue jusqu'à devenir nulle.

Nous allons maintenant utiliser cette étude pour rendre compte des observations expérimentales concernant la nappe axisymétrique. L'analyse linéaire présentée précédemment porte sur une nappe d'épaisseur constante. et avant de pouvoir utiliser cette analyse dans le cas axisymétrique il faut s'assurer

que l'épaisseur  $h$  varie peu avec  $r$ , c'est-à-dire  $dh/dr \ll 1$ . Or l'épaisseur  $h$  est égale à  $d_j^2/8r$ , où  $d_j$  est le diamètre du jet, la variation d'épaisseur est donc égale à :  $dh/dr = -h/r$ . Sachant que Les nappes étudiées ont un rayon de l'ordre de 10 cm et que  $d_j$  est égal à 3 mm. La variation d'épaisseur est de 1 % à 1 cm du centre du jet.

Nous faisons ici l'hypothèse d'onde plane. La géométrie cylindrique intervient seulement dans la dépendance en  $r$  de l'épaisseur. Cette hypothèse est vérifiée lorsque  $kr \gg 1$ . L'effet de la géométrie ainsi que de la viscosité du liquide sur le développement de l'instabilité est étudié analytiquement par Weihs [103] en 1978. Il montre que pour des liquides de faibles viscosités tels que l'eau, le mode le plus amplifié ne dépend pas de la géométrie. Les mesures de Villiermaux et Clanet [97], portant sur la vitesse de propagation des ondes dans la même configuration géométrique, correspondent aux prédictions de l'analyse linéaire en considérant des ondes planes. L'hypothèse d'onde plane est donc justifiée.



### 3.3.2 Régime stable

Plaçons nous dans le régime stable, c'est-à-dire lorsque la pulsation imposée par le vibreur est supérieure à la pulsation critique  $\omega_c$  définie par la relation (3.18). Les longueurs d'onde étant de l'ordre du centimètre et l'épaisseur de quelques dizaines de micromètres, le terme  $\alpha/kh$  est négligeable dans ce régime. Il n'y a pas d'interaction avec le milieu environnant. La relation de dispersion des ondes sinueuses correspond à celle calculée par Taylor [92] :

$$\omega = k(u \pm \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho h}}) = k(u \pm c) \quad (3.20)$$

où  $c$  représente la célérité intrinsèque des ondes antisymétriques qui sont non dispersives lorsque l'interaction avec l'air est négligeable.

Deux ondes sont générées : l'une se propageant vers le jet,  $k_-$ , et l'autre se déplaçant vers le bord,  $k_+$ . D'après l'équation 3.20, leur vitesse dans le référentiel du laboratoire s'écrit :

$$V_{\pm} = \frac{\partial \omega}{\partial k_{\pm}} = \frac{\omega}{k_{\pm}} = u \pm \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho h}} \quad (3.21)$$

Comme nous l'avons vu dans l'introduction, la vitesse  $c$  correspond à la vitesse de rétraction du bord libre d'une lame liquide d'épaisseur  $h$  [14],[93]. La position du bord de la nappe axisymétrique correspond ainsi au lieu où la vitesse du bord est égale à celle du liquide. Puisque la vitesse  $u$  du liquide est supérieure à  $c$ , les ondes sont poussées vers le bord de la nappe. L'épaisseur diminuant à l'approche du bord,  $k_-$  est freinée, et  $k_+$  est accélérée. Nous avons observé que la fréquence est conservée lors de la propagation et qu'elle correspond à celle du vibreur. Ceci implique que  $k_-$  voit sa longueur d'onde diminuer et  $k_+$  augmenter.

Il est possible de déduire de l'équation 3.21 une relation entre le temps de vie des ondes et leur position radiale. L'évolution de l'épaisseur en fonction de la position radiale  $r$  est donnée par la relation  $h = d_j^2/8r$  (annexe B). La vitesse des ondes se met donc sous la forme :

$$V_{\pm} = \frac{dr}{dt} = u \pm \sqrt{\frac{16\sigma r}{\rho d_j^2}} \quad (3.22)$$

Rendons cette équation sans dimension en utilisant les échelles de longueur et de temps suivantes :

$$L = \frac{\rho u_j^2 d_j^2}{16\sigma} = \frac{W_e}{16} d_j = R_j \quad (3.23)$$

$$\tau = \frac{L}{u} \quad (3.24)$$

$L$  correspond au rayon de la nappe non perturbée, et  $\tau$  est le temps mis par une particule fluide pour parcourir cette distance. Nous avons, avec les variables adimensionnées  $\tilde{r}$  et  $\tilde{t}$ , à résoudre l'équation suivante :

$$\frac{d\tilde{r}}{d\tilde{t}} = 1 \pm \sqrt{\tilde{r}} \quad (3.25)$$

Intégrons cette équation entre la sortie du cylindre d'impact,  $\tilde{r}_0$ , et la position radiale  $\tilde{r}$  :

$$\int_{\tilde{r}_0}^{\tilde{r}} \frac{d\tilde{r}'}{1 \pm \sqrt{\tilde{r}'}} = \int_{\tilde{t}_0}^{\tilde{t}} d\tilde{t}' \quad (3.26)$$

où  $\tilde{t}_0$  correspond au temps auquel les deux ondes ont été créées en  $r = r_0 = d_i/2 = d_j/4$ . Les temps de vie des deux ondes en fonction de leur position radiale sont donc :

$$\frac{\tilde{t}_+ - \tilde{t}_0}{2} = \sqrt{\tilde{r}_+} - \ln(1 + \sqrt{\tilde{r}_+}) - (\sqrt{\tilde{r}_0} - \ln(1 + \sqrt{\tilde{r}_0})) \quad (3.27)$$

$$\frac{\tilde{t}_- - \tilde{t}_0}{2} = -\sqrt{\tilde{r}_-} - \ln(1 - \sqrt{\tilde{r}_-}) - (-\sqrt{\tilde{r}_0} - \ln(1 - \sqrt{\tilde{r}_0})) \quad (3.28)$$

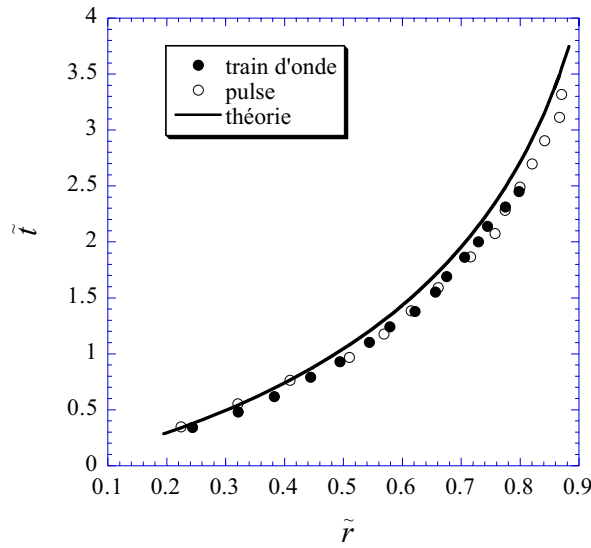


FIG. 3.22: *Suivi d'une onde dans le cas d'un train d'onde • ,  $f = 100$  Hz, d'un pulse ○, la courbe en trait plein représente la relation (3.28),  $u_j = 2.52$  m/s.*

Expérimentalement, nous pouvons suivre l'évolution du temps de vie de l'onde  $k_-$  en fonction de sa position radiale à partir des diagrammes spatio-temporels tels que celui de la figure 3.4-b. L'évolution de  $\tilde{t}$  en fonction de  $\tilde{r}$  est tracée sur la figure 3.22 pour un train d'ondes de fréquence 100 Hz.

L'évolution d'une onde résultant d'un pulse du vibreur correspondant à un aller-retour du cylindre d'impact sur un temps de 10 ms est également représentée sur la figure 3.22. Les deux trajectoires se confondent, ce qui confirme le caractère non dispersif des ondes. L'équation (3.28) est tracée en trait plein sur le même graphique. Nous observons que les courbes expérimentales et théorique concordent. La nature de ces ondes est donc bien définie.

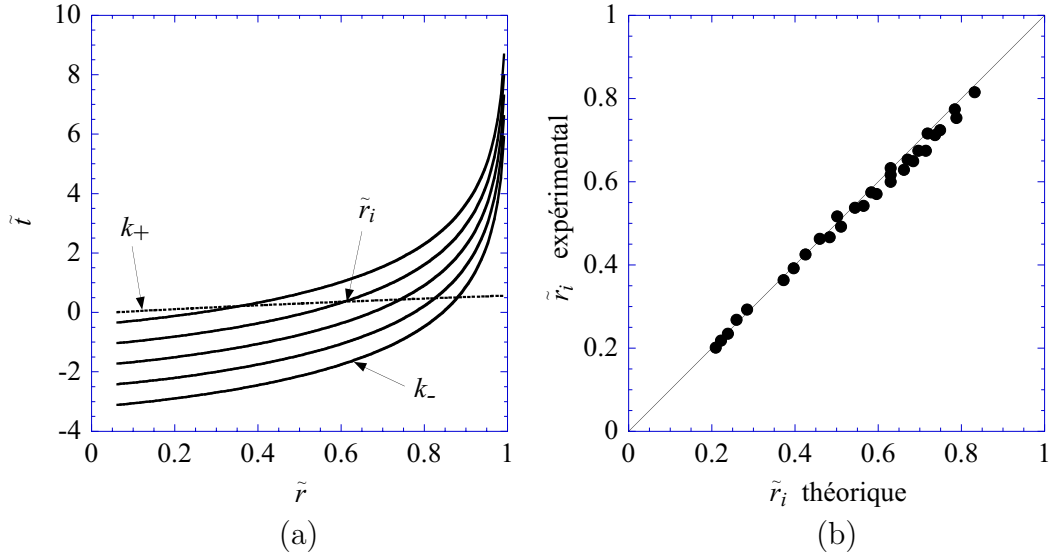


FIG. 3.23: (a) Trajectoire de l'onde  $k_+$  représentée en trait pointillé, ainsi qu'une série de trajectoires d'ondes  $k_-$  décalées temporellement d'une période et représentées en trait plein. (b) Comparaison entre la valeur du lieu de rencontre des deux ondes prédite théoriquement et celle mesurée pour plusieurs fréquences.

Les franges observées à l'œil nu et présentées sur la figure 3.3, peuvent s'expliquer par l'interférence des ondes  $k_-$  et  $k_+$ . Les lieux de ralentissement observés sur le diagramme spatio-temporel de la figure 3.4-b correspondent à la position de ces interférences. Du fait de la différence de vitesse,  $k_+$  rattrape les ondes  $k_-$  générées plusieurs périodes avant. Nous observons l'ombre créée par l'amplitude maximale de la surface, qui correspond en grande partie à  $k_-$  puisqu'elle est plus cambrée. La déformation de l'interface générée par l'onde  $k_-$ , et donc de l'image de l'éclairage réfléchi par la surface, est perturbée par le passage de  $k_+$  qui possède une pente beaucoup plus faible. La vitesse de ces ondes étant élevée, nous observons à l'œil nu l'enveloppe de la somme des deux trains d'ondes. Puisque nous connaissons leur vitesse, nous pouvons prédire les positions des interférences correspondant aux ventres ou aux nœuds, figure 3.7.

A chaque période, deux ondes sont créées. La figure 3.23-a présente les trajectoires de  $k_+$  et de  $k_-$  pour différentes périodes de retard de  $k_-$ . La mesure de la position des intersections  $r_i$  des deux ondes est présentée en fonction de la prédiction théorique sur le graphique 3.23-b. Comme nous pouvons le constater, l'accord entre les deux valeurs est très bon.

Il faut noter que cet accord est vérifié seulement si les deux ondes partent avec un décalage de phase correspondant à une demie période, c'est-à-dire  $\tilde{t}_- - \tilde{t}_+ = (2n+1)/2T$ , où  $n$  est un entier et  $T = 1/f$ . Ceci peut être démontré en utilisant les conditions initiales en  $r = 0$  qui fixent le déplacement de l'interface. Considérons un milieu bidimensionnel  $(xy)$  sur lequel peut se propager une onde à la vitesse  $c$  selon l'axe des  $x$ . Le déplacement  $\zeta$  d'une interface selon la verticale  $y$  est régi par la relation :

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = 0 \quad (3.29)$$

Cette équation admet deux solutions dont l'une se propage vers les  $x$  positifs et l'autre vers les  $x$  négatifs :

$$\zeta(x, t) = a_1 \sin(k(x - ct)) + a_2 \sin(k(x + ct)) \quad \text{avec } k \equiv \omega/c \quad (3.30)$$

Les conditions initiales fixent le mouvement en  $x = 0$  pour tout temps  $t$  :

$$\zeta(0, t) = y_{vibreux}(t) = a_0 \sin(\omega t) \Rightarrow -a_1 + a_2 = a_0 \quad (3.31)$$

Les ondes sont déphasées d'une demi-période au niveau du cylindre d'impact. Expérimentalement, nous avons observé, figure 3.9, que l'amplitude des ventres est de l'ordre de 3 à 4 fois  $a_0$ , c'est-à-dire  $(a_1 + a_2)/a_0 \in [3, 4]$ . L'origine du facteur d'amplification initiale reste inconnue.

### 3.3.3 Régime instable

La formation de nœuds et de ventres de l'enveloppe moyenne de la surface de la nappe s'explique par l'interférences de deux trains d'ondes de vitesses différentes. Dans le régime précédent, l'amplitude des ondes est constante. Pour une vitesse donnée, nous observons expérimentalement que l'amplitude du premier ventre augmente lorsque la fréquence d'excitation diminue figure 3.9. Il existe ainsi une gamme de fréquences pour laquelle le système amplifie la perturbation.

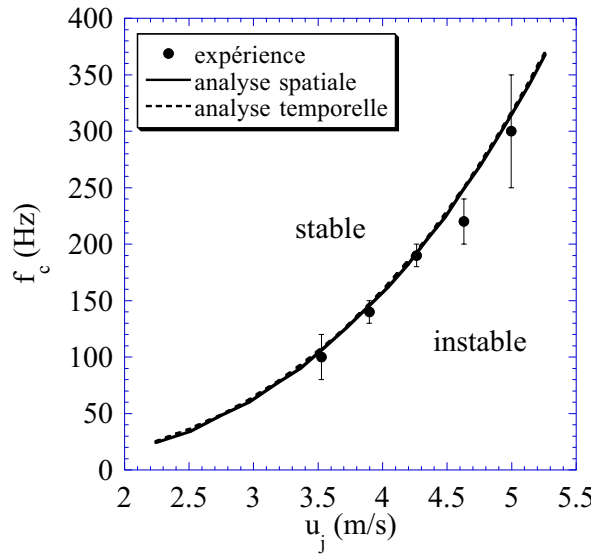


FIG. 3.24: Fréquence critique  $f_c$  en dessous de laquelle la nappe est instable en fonction de la vitesse d'injection: expérience ( $\bullet$ ), prédiction de l'analyse spatiale (trait plein), prédiction de l'analyse temporelle (trait pointillé).

L'analyse linéaire prédit que pour certaines conditions de vitesse et d'épaisseur, la nappe devient instable en dessous d'une fréquence d'excitation critique. Cette fréquence est donnée par l'équation (3.18) dans le cas de l'analyse temporelle. Nous observons que la fréquence critique augmente lorsque l'épaisseur augmente. Dans le cas axisymétrique, où l'épaisseur décroît avec la position radiale, la nappe est instable si la fréquence est inférieure à la fréquence critique calculée à partir de l'épaisseur maximale de la nappe. Puisque l'épaisseur de la nappe diminue en  $1/r$ , l'épaisseur maximale se situe à la sortie du cylindre d'impact en  $r_0 = d_j$ . La fréquence critique  $f_c$  expérimentale est déterminée à partir des graphiques de la figure 3.9. Elle correspond à la limite du plateau. Cette fréquence expérimentale est représentée en fonction de la vitesse d'injection sur la figure 3.24, et comparée aux prédictions des approches spatiale et temporelle. Nous observons que

l'analyse linéaire, qu'elle soit spatiale ou temporelle, rend compte du critère d'instabilité de la nappe liquide.

Comme le montre la figure 3.21-b, le taux de croissance dépend de l'épaisseur de la nappe. Dans le cas axisymétrique, l'épaisseur dépend elle-même de la distance au jet. Il faut donc intégrer le taux de croissance afin de déterminer le gain  $S_{KH}$  de l'instabilité [97] :

$$S_{KH}(\omega, r) = \ln\left(\frac{a(\omega, r)}{a_0}\right) = \int_{r_0}^r k_i dr = \int_{r_0}^r \omega_i \frac{dr}{v_g} \quad (3.32)$$

$a$  correspond à l'amplitude de l'onde en  $r$ , et  $k_i$  est calculé à partir de l'équation (3.19) en posant  $h = d_j^2/8r$ .

L'évolution en fonction de  $\tilde{r}$  du taux de croissance spatial adimensionné par  $R_j$ , noté  $\tilde{k}_i$ , est présentée sur la figure 3.25 ainsi que le gain  $S_{KH}$  correspondant au taux cumulé. Les conditions d'injection et de perturbation correspondent à un cas typique,  $u_j = 4$  m/s et  $f = 50, 100$  et  $150$  Hz. La partie imaginaire de  $\tilde{k}$  augmente avec  $\tilde{r}$  puis diminue jusqu'à devenir nulle. La nappe redevient stable à partir d'un certain rayon qui dépend notamment de la fréquence imposée. Plus la fréquence est grande et plus le rayon critique  $\tilde{r}_c$  au delà duquel la nappe est stable diminue. Le critère  $\tilde{r}_c = \tilde{r}_0$  fixe la fréquence de coupure étudiée précédemment. La valeur de  $\tilde{k}_i$  est d'autant plus grande que la fréquence est faible, le gain est ainsi plus fort pour les basses fréquences. Le gain augmente avec  $\tilde{r}$  puis sature à partir de  $\tilde{r}_c$  et prend une valeur notée  $S_{max}$ .

Les deux modes correspondant aux deux racines complexes de l'équation (3.19) possèdent des taux de croissance de signes opposés et un nombre d'onde équivalent jusqu'à  $\tilde{r}_c$ . Au-delà de cette position, les modes stables se différencient. La figure 3.26 présente ces deux racines en fonction de  $\tilde{r}$  pour les mêmes conditions que la figure 3.25. La première solution présente un nombre d'onde réel qui ne cesse d'augmenter avec  $\tilde{r}$ , très proche du mode  $k_-$  du régime stable. Ce dernier est tracé en trait pointillé. Le nombre d'onde correspondant à la deuxième racine diminue lorsque  $\tilde{r}$  est plus grand que  $\tilde{r}_c$ . Ce comportement est similaire à celui du mode  $k_+$ , mais les valeurs absolues sont différentes. Seule l'analyse spatiale est présentée, mais l'approche temporelle conduit à des résultats similaires.

Au delà du rayon critique, les deux ondes stabilisées vont interférer pour former des nœuds et des ventres. Contrairement au régime stable, l'un des deux modes a été amplifié et l'autre diminué. L'épaisseur d'un ventre, correspondant à la double somme des amplitudes des deux modes, est donnée par:

$$H_v = 2(a_1 e^{-S_{max}} + a_2 e^{S_{max}}) \quad (3.33)$$

Nous avons vu que  $a_2 - a_1 = a_0$ . De plus, lorsque la nappe est stable quelle que soit la position radiale ( $S_{max} = 0$ ) la somme des amplitudes est à peu

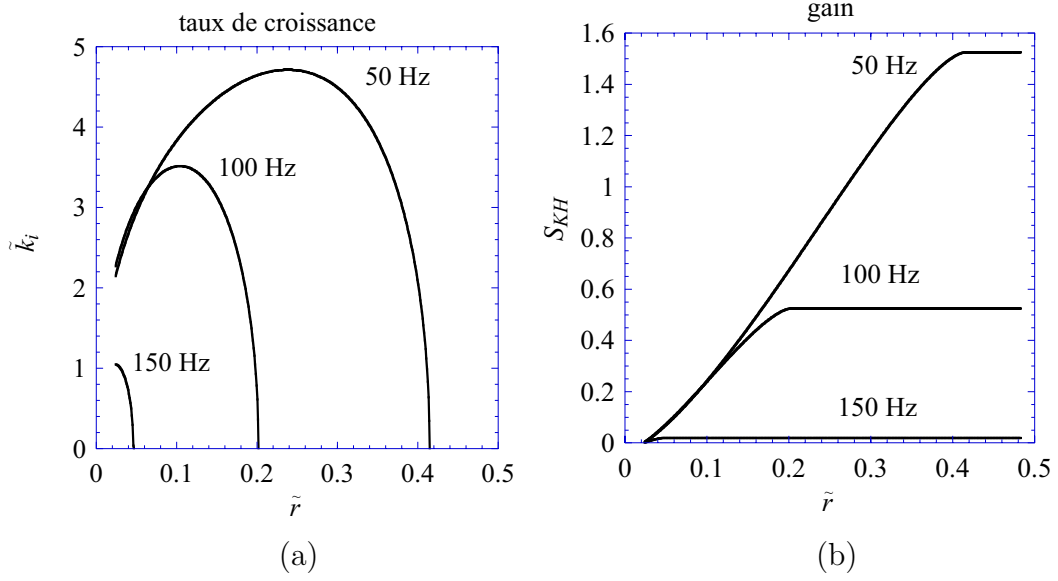


FIG. 3.25: (a) Taux de croissance spatiale adimensionné par la taille de la nappe théorique  $R_j$  pour  $d_j = 3$  mm et  $u_j = 4$  m/s, en fonction de la position radiale  $\tilde{r} = r/R_j$  pour trois fréquences, 50, 100, et 150 Hz. (b) Gain correspondant aux conditions du graphique (a).

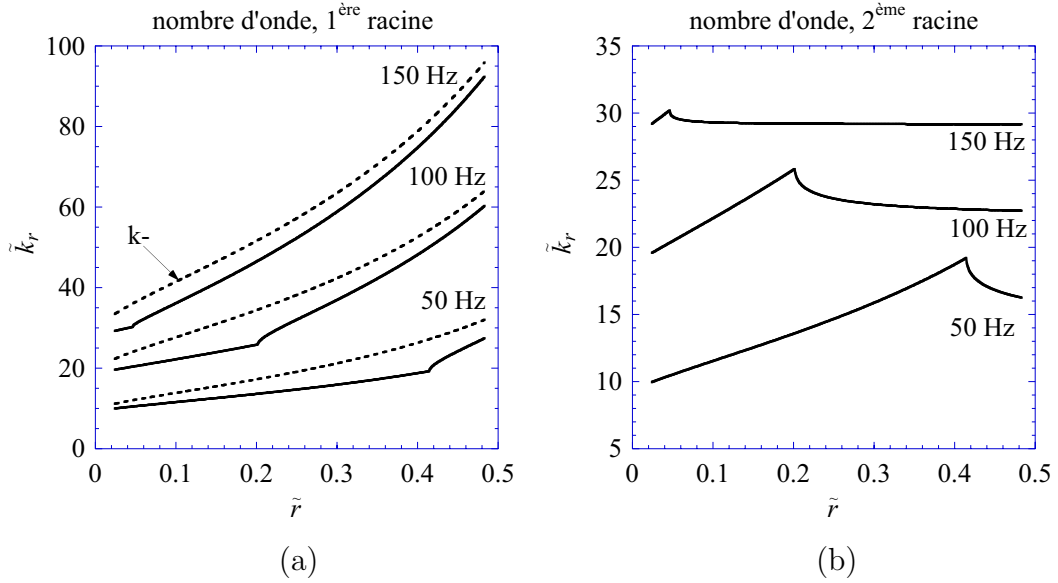


FIG. 3.26: (a) Nombre d'onde équivalent à la première racine de l'équation (3.19) en fonction de la position radiale  $\tilde{r} = r/R_j$  pour les mêmes conditions que sur la figure 3.25. Le nombre d'onde correspondant au mode  $k_-$  du régime stable est tracé en pointillé. (b) Nombre d'onde équivalent à la deuxième racine.

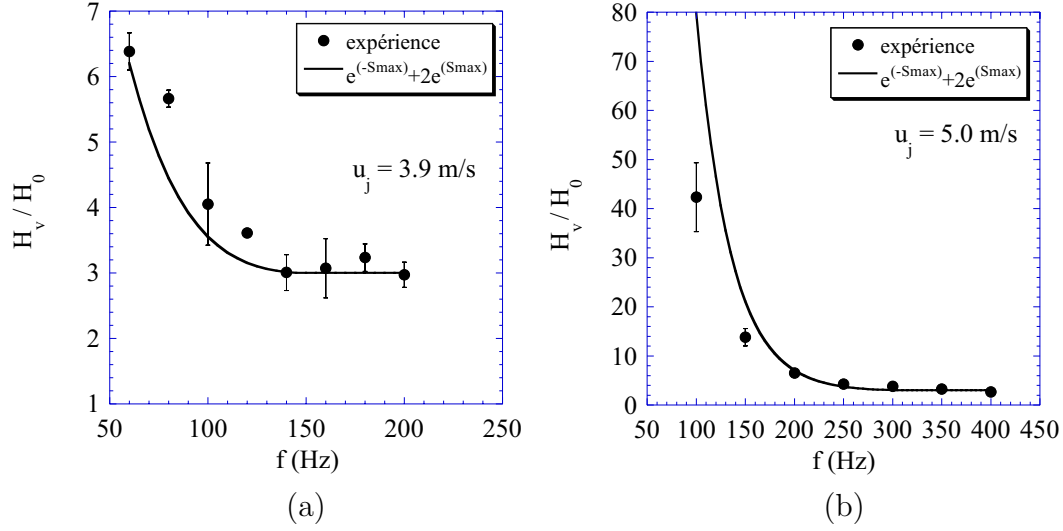


FIG. 3.27: Comparaison entre la mesure (●) et la prédiction de l'analyse linéaire (-) de la taille des ventres rapportée au déplacement du vibreur en fonction de la fréquence d'excitation pour deux vitesses d'injection, (a) 3.9 m/s et (b) 5.0 m/s.

près égale à trois fois l'amplitude initiale du vibreur.  $a_1$  et  $a_2$  sont donc ajustées pour satisfaire ces conditions. Les épaisseurs de l'enveloppe de la surface au niveau d'un ventre prédites par l'instabilité linéaire et celles mesurées en fonction de la fréquence d'excitation sont reportées sur la figure 3.27 pour deux vitesses d'injection, 3.9 et 5.0 m/s. La taille des ventres est normalisée par le déplacement du vibreur  $H_0$ . Nous observons un bon accord entre l'expérience et la théorie pour la plus petite vitesse. Cet accord est moins bon à basses fréquences pour la vitesse plus élevée, où l'amplification est importante. L'analyse linéaire n'est certainement plus valable dans ce cas là. Ceci avait été observé par Asare, Takahashi et Hoffman [2] dans le cas de nappes d'épaisseur constante.

En conclusion, l'analyse linéaire de l'instabilité de cisaillement est pertinente dans notre cadre expérimental. Elle sera utilisée dans le chapitre 5 afin de rendre compte des effets des ondulations sur les caractéristiques de l'atomisation de la nappe axisymétrique (taille de la nappe, tailles des gouttes et vitesse d'éjection).



## Chapitre 4

# Instabilité de Rayleigh-Taylor en couche mince

### 4.1 Observations



FIG. 4.1: Visualisation par interférométrie laser du champ d'épaisseur de la nappe axisymétrique dans le régime stable : (a) cas libre, (b) avec oscillations du cylindre d'impact. La zone de la nappe photographiée est la même sur chaque image.

La visualisation par interférométrie laser du champ d'épaisseur de la nappe axisymétrique stable libre ainsi que perturbée est présentée sur la fi-

gure 4.1. Le centre de la nappe est situé sur la droite des images. La prise de vue est la même sur chaque image. Le premier cliché nous renseigne sur le champ d'épaisseur initial avant la perturbation. L'interfrange du réseau de bandes d'interférences augmente à l'approche du bord du fait de la décroissance en  $1/r$  de l'épaisseur de la nappe, donnée par la relation (B.22). Nous remarquons aussi qu'il existe des modulations transverses d'épaisseur repérées par l'ondulation des lignes iso-épaisseur. Ces modulations sont stationnaires. Ces inhomogénéités initiales sont amplifiées lors du passage des ondes visualisées sur le cliché 4.1-b.

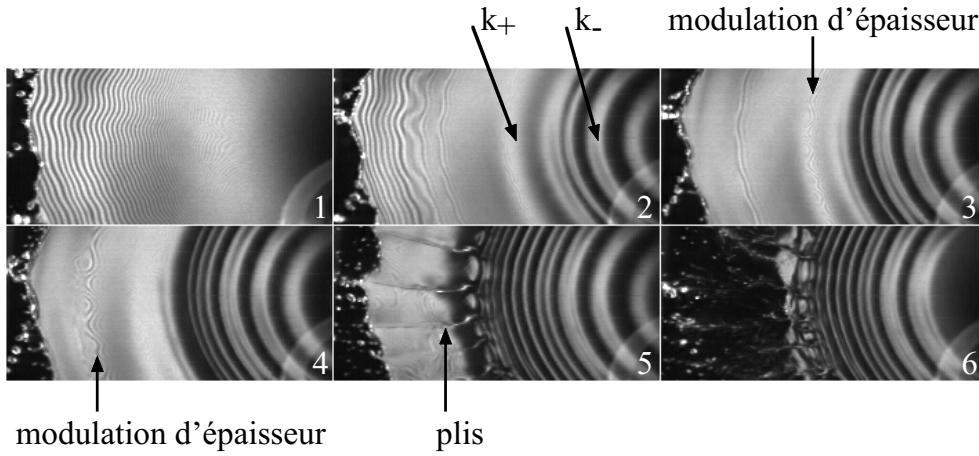


FIG. 4.2: *Etablissement des ondes et fragmentation de la nappe d'eau axisymétrique lors de la mise en mouvement du cylindre d'impact.*

La figure 4.2 présente l'établissement du réseau d'ondes sinueuses à partir de l'état non perturbé. La source de lumière est assurée par le laser argon de longueur d'onde 488 nm. La nappe libre avant la perturbation correspond à l'image (1). Le vibreur est ensuite mis en mouvement pour une amplitude  $a_0$  de 0.06 mm et une fréquence  $f$  de 180 Hz. Les conditions d'injection,  $u_j = 3.9$  m/s, et de perturbation sont telles que la nappe reste stable. Le mode  $k_-$  est visible sur la deuxième image, il est repéré par une alternance de bandes concentriques claires et sombres. Le mode  $k_+$ , qui est moins bien discernable puisque sa cambrure est plus faible (chapitre 3), se situe en avant du train d'ondes  $k_-$ . Ces deux modes sont indiqués sur l'image 2. Nous observons également une déformation des interfranges. Une modulation d'épaisseur est observée sur l'image (3), elle se propage vers le bord. Une autre modulation d'épaisseur est repérée sur l'image (4). La fréquence de passage de cette onde est égale à la fréquence du vibreur et correspond aux modulations isotropes et périodiques introduites par le mouvement oscillant du cylindre d'impact discutées dans la partie 3.2. Cette onde d'épaisseur a pour effet de déplacer légèrement la position du bord libre. Tandis que le mode  $k_-$  progresse, la déformation du motif d'interférences est de plus en

plus importante. Le motif d'interférences sur l'image 4 suggère l'existence de lieux d'accumulation de liquide. La longueur d'onde du mode  $k_-$  continue de diminuer jusqu'à la formation de plis radiaux observés sur l'image 5. La position des plis est corrélée aux inhomogénéités initiales d'épaisseur. Nous observons sur l'image 6 que le bord libre de la nappe se déplace rapidement vers une nouvelle position d'équilibre différente du cas libre présentée sur l'image 1. Cette nouvelle position correspond au lieu de naissance des plis. Le bord est formé de ligaments dont la position correspond à celles de plis précédents.

La vitesse des ondes sinueuses étant différente de celle du liquide, les particules fluides se déplacent dans un milieu qui a l'aspect d'une tôle ondulée. Les particules fluide subissent ainsi une accélération centrifuge transitoire. Nous sommes donc en présence d'une situation qui est instable au sens de Rayleigh-Taylor [78, 90] puisqu'une interface de densité subit une accélération perpendiculaire à son plan. L'interface est instable lorsque l'accélération est dirigée dans le sens du gradient de densité. L'originalité de la nappe liquide est de toujours présenter l'une de ses surfaces satisfaisant le critère d'instabilité quel que soit le sens de l'accélération.

Nous avons réalisé deux montages expérimentaux mettant en jeu l'instabilité de Rayleigh-Taylor en couche mince. Le premier correspond à la centrifugation d'un film s'écoulant sur une paroi courbée. Dans la seconde expérience, un film de savon est accéléré par l'intermédiaire d'une onde de choc. L'analyse linéaire de l'instabilité d'une nappe liquide soumise à une accélération perpendiculaire à ses interfaces, est présentée dans une dernière partie.

## 4.2 Instabilité centrifuge d'un film mince sur une paroi courbée

Au cours de son stage au laboratoire, Guillaume Le Masson [50] a étudié l'impact d'un jet d'eau sur un cylindre. Pour certaines conditions d'injection, notamment pour des vitesses élevées, il a observé la formation de plusieurs jets issus de modulations transverses d'épaisseur du film formé par l'étalement du liquide sur le cylindre, figure 4.3. Ces modulations d'épaisseur sont le résultat d'une instabilité centrifuge. Suite à ces observations, nous avons étudié l'instabilité centrifuge d'un film formé à partir d'un jet plan sur un cylindre. Le jet plan présente l'intérêt de posséder une épaisseur constante.

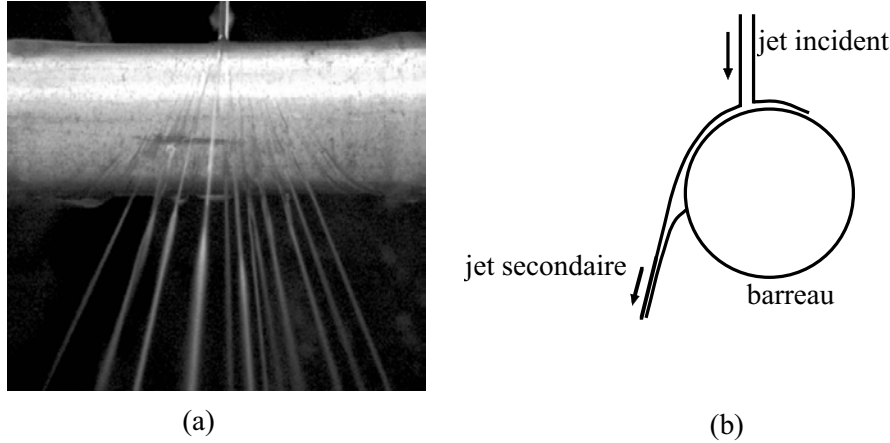


FIG. 4.3: (a) Formation de jets par centrifugation d'un film liquide issu de l'impact d'un jet sur un barreau [50]. (b) Vue de côté.

### 4.2.1 Formation et déstabilisation du film

Le schéma de l'expérience est présenté sur la figure 4.4. Le film est formé à partir de l'étalement du jet plan sur un cylindre. L'axe du cylindre est parallèle à l'ouverture de l'injecteur et il appartient au plan défini par la lame. Deux films sont donc créés de part et d'autre du jet. Si nous supposons que l'énergie est conservée lors de la collision du jet avec le cylindre, alors la vitesse d'écoulement  $u$  dans le film correspond à celle du jet  $u_j$ . Par conservation du débit, l'épaisseur  $h$  des deux films correspond à la moitié de celle du jet  $h_j$ . L'intérêt de ce dispositif est de soumettre le film à une accélération constante  $\gamma = u^2/R$ , où  $u$  est la vitesse d'écoulement et  $R$  le rayon du cylindre. Les cylindres utilisés ont un rayon de 7.5, 10, 15, 32 et 50 mm. Deux épaisseurs de jet  $h_j$  sont étudiées, 1 et 0.5 mm. Les vitesses

varient de 1.3 à 3.2 m/s. Ceci permet d'obtenir des accélérations atteignant jusqu'à 60 fois celle de la gravité.

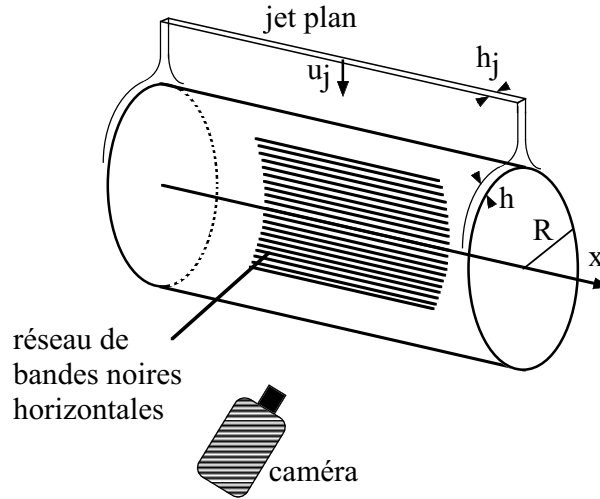


FIG. 4.4: *Schéma de l'expérience.*

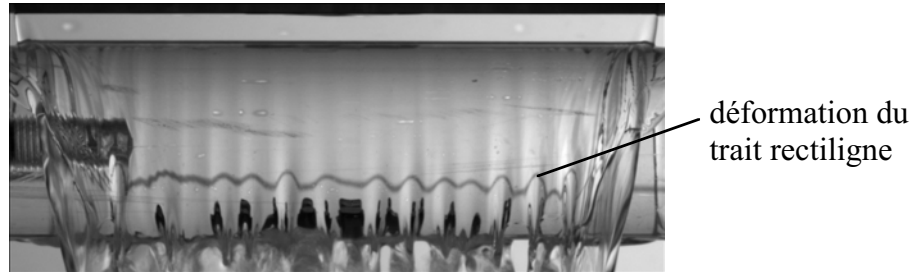


FIG. 4.5: *Modulations transverses d'épaisseur d'un film d'eau s'écoulant sur un cylindre, mises en évidence par la déformation d'un trait initialement rectiligne sur le cylindre.*

Lorsque le film s'écoule sur le cylindre, des zones d'accumulation de liquide apparaissent. Ce rassemblement de masse présente une périodicité spatiale selon la direction transverse à l'écoulement comme le montre la figure 4.5. L'utilisation d'un cylindre en plexiglass, ainsi que l'ajout d'un trait de couleur sur ce dernier, permet de mettre en évidence l'instabilité du film. Ce trait est vu à travers le cylindre puis à travers le film. Une variation d'épaisseur entraîne une déformation de l'image créée par ce système, dont le grandissement optique dépend linéairement de l'épaisseur. Le calcul du grandissement optique est présenté dans l'annexe C.

### 4.2.2 Etude de l'instabilité

La figure 4.6 présente une classification proposée par Limat [55] des différents régimes rencontrés lors d'une instabilité gravitationnelle d'une couche liquide d'épaisseur  $h$  suspendue sous un surplomb solide. A chaque régime correspond un taux de croissance maximal et un nombre d'onde associé, notés respectivement  $\sigma_M$  et  $q_M$  sur la figure 4.6. La différenciation des régimes dépend des rapports entre trois grandeurs caractéristiques du système : l'épaisseur  $h$  de la couche, la longueur capillaire  $l_c = \sqrt{\sigma/\rho g}$  et une échelle visqueuse  $l_v = (\mu^2/g\rho^2)^{1/3}$ .  $g$  est l'accélération due au champ de pesanteur,  $\sigma$  est la tension de surface,  $\rho$  la densité et  $\mu$  la viscosité dynamique. Sur la figure 4.6,  $\alpha$  correspond au rapport  $h/l_c$  et  $\beta$  au rapport  $h/l_v$ . Les accélérations obtenues lors des expériences sont comprises entre 70 et 660 m.s<sup>-2</sup>. Seule de l'eau a été utilisée. Les rapports  $\alpha$  et  $\beta$  appartiennent aux intervalles suivants :

$$\alpha = \frac{h}{l_c} \in [0.44 \ 1.27]$$

$$\beta = \frac{h}{l_v} \in [1500 \ 3900]$$

Selon la classification, le régime étudié se situe entre le cas I et le cas III.

Regime	Validity range	Wave vector	Growth rate
<b>Inviscid semi-infinite</b>			
layer (case I) . . . . .	$\alpha \gg 1$ $\beta/\alpha \gg 1$	$q_M = \frac{1}{\sqrt{3}l_c}$	$\sigma_M = \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}}} \sqrt{\frac{g}{l_c}}$
<b>Viscous semi-infinite</b>			
layer (case IV) . . . . .	$\beta \gg 1$ $\beta/\alpha \ll 1$	$q_M = \frac{0.49}{l_v}$	$\sigma_M = 0.46 \sqrt{\frac{g}{l_v}}$
<b>Viscous thin layer</b>			
(case II) . . . . .	$\alpha \ll 1$ $\alpha^2 \beta^3 \ll 1$	$q_M = \frac{1}{\sqrt{2}l_c}$	$\sigma_M = \frac{1}{4\sqrt{2}} \sqrt{\frac{g}{l_c}} \left(\frac{h}{l_c}\right)^{3/2} \left(\frac{h}{l_v}\right)^{3/2}$
<b>Inviscid layer of finite</b>			
depth (case III) . . . . .	$\alpha \ll 1$ $\alpha^2 \beta^3 \gg 1$	$q_M = \frac{1}{\sqrt{2}l_c}$	$\sigma_M = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{l_c}} \sqrt{\frac{h}{l_c}}$
<b>Viscous layer of finite</b>			
depth (case V) . . . . .	$\alpha \gg 1$ $\beta \ll 1$	$q_M = \frac{2.12}{h}$	$\sigma_M = 0.32 \sqrt{\frac{g}{l_v}} \frac{h}{l_v}$

FIG. 4.6: Différents régimes de l'instabilité de Rayleigh-Taylor, d'après Limat [55].

L'équation de dispersion des ondes se développant sur cette couche liquide d'épaisseur  $h$  soumise à une accélération  $\gamma$  perpendiculaire à la surface libre et dirigée vers le liquide s'écrit [48] :

$$\omega^2 = \left( \frac{\sigma k^3}{\rho} - \gamma k \right) \tanh kh \quad (4.1)$$

La masse volumique de l'air est négligée devant celle de l'eau. Deux limites sont envisageables : lorsque  $kh \ll 1$ , la relation (4.1) se met sous la forme suivante :

$$\omega^2 = \gamma k^2 h \left[ \left( \frac{k}{k_c} \right)^2 - 1 \right] \quad (4.2)$$

Le film est instable si  $k < k_c$  où  $k_c = \sqrt{\rho\gamma/\sigma}$ . Le taux de croissance  $\omega_i$ , équivalent à la partie imaginaire de  $\omega$ , est maximal pour  $k = k_c/\sqrt{2}$ , la longueur d'onde associée et la valeur du taux maximal sont données par :

$$\lambda_h = 2\pi \sqrt{\frac{2\sigma R}{\rho u^2}} \quad (4.3)$$

$$\omega_{ih} = \sqrt{\frac{\rho u^4 h_0}{4\sigma R^2}} \quad (4.4)$$

Lorsque  $kh \gg 1$ , la relation (4.1) devient :

$$\omega^2 = \gamma k \left[ \left( \frac{k}{k_c} \right)^2 - 1 \right] \quad (4.5)$$

Le nombre d'onde marginal est le même, et les caractéristiques du mode le plus amplifié sont :

$$\lambda_\infty = 2\pi \sqrt{\frac{3\sigma R}{\rho u^2}} \quad (4.6)$$

$$\omega_{i\infty} = \left( \frac{4}{27} \frac{\rho u^6}{\sigma R^3} \right)^{1/4} \quad (4.7)$$

L'épaisseur affecte peu la longueur d'onde sélectionnée : celle-ci diminue d'un facteur  $\sqrt{2/3}$  lorsque nous passons du régime d'épaisseur infinie au régime d'épaisseur finie. Le taux de croissance est diminué lorsque l'épaisseur est de l'ordre de grandeur de la longueur capillaire. Dans notre étude expérimentale,  $kh$  est de l'ordre de 1. Le taux de croissance ainsi que la longueur associée sont calculés numériquement à partir de l'équation (4.1).

La figure 4.7-a présente l'évolution de la longueur d'onde  $\lambda$  en fonction de la vitesse d'injection pour deux épaisseurs de jet différentes. La valeur expérimentale est une moyenne sur plusieurs périodes de modulations

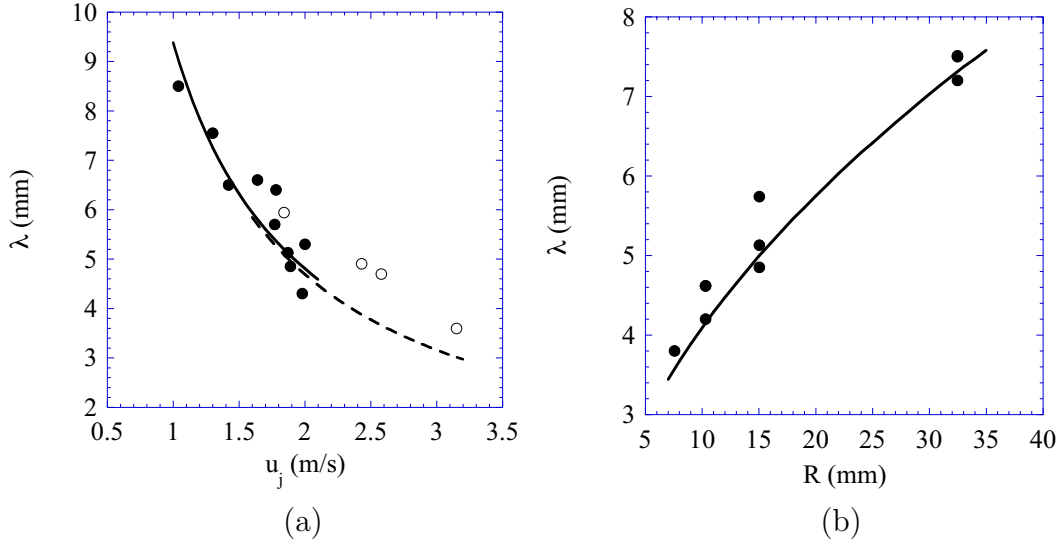


FIG. 4.7: (a) Evolution de la longueur d'onde expérimentale pour deux épaisseurs de jet, (●) 1 mm, (○) 0.5 mm ainsi que la valeur théorique, (trait plein) 1 mm, (trait pointillé) 0.5 mm, en fonction de la vitesse,  $R = 15$  mm. (b) Evolution des longueurs d'onde expérimentale (●) et théorique (-) en fonction du rayon du cylindre,  $u = 1.88$  m/s,  $h_j = 1$  mm.

d'épaisseur. L'erreur sur la mesure correspond à la taille des symboles. La longueur d'onde diminue lorsque la vitesse, et par conséquent l'accélération, augmentent. Ce comportement est bien décrit par l'analyse linéaire. La longueur d'onde théorique correspond au mode dont le taux de croissance, donné par l'équation (4.1), est maximal. La figure 4.7-b présente l'évolution de  $\lambda$  en fonction du rayon  $R$  du cylindre. Une augmentation du rayon induit une diminution de l'accélération soumise au film et ainsi une augmentation de la longueur d'onde amplifiée.

Un réseau de bandes noires est placé sur le cylindre 4.4. Sa déformation à travers le système optique cylindre + film d'eau permet un suivi discret de l'évolution de la perturbation. En effet, nous savons que le grandissement optique dépend de l'épaisseur du film de façon linéaire, c'est-à-dire que la déformation du réseau de lignes parallèles varie linéairement avec  $h$ . Des exemples sont donnés sur la figure 4.8-a pour trois conditions de vitesse d'écoulement du film sur le même cylindre. Le liquide s'écoule de haut en bas. Nous observons tout d'abord que la longueur d'onde diminue avec la vitesse, comme indiqué précédemment. La croissance des modulations d'épaisseur semble être plus rapide lorsque la vitesse augmente.

Le principe de mesure de l'amplitude est présenté sur la figure 4.8-b. L'image récupérée correspond à la projection sur un plan  $xoy$  du réseau vu à travers le cylindre puis à travers le film d'eau. L'axe  $ox$  correspond à la projection de l'axe du cylindre. Un seuil sur les niveaux de gris est réalisé sur



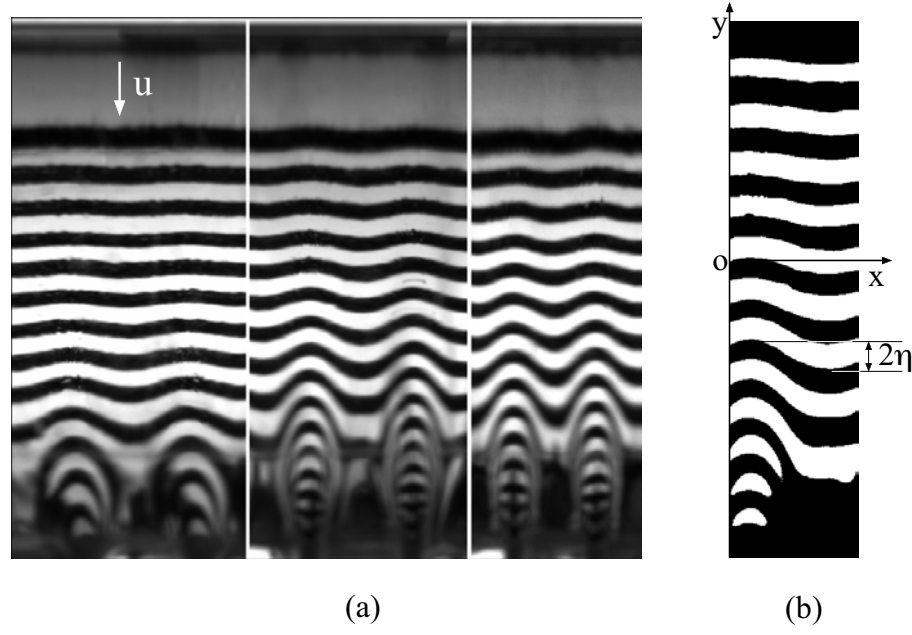


FIG. 4.8: (a) Evolution des modulations transverses d'épaisseur révélées par la déformation du réseau de bandes noires. L'épaisseur du jet est de 1 mm, le rayon du cylindre de 15 mm et la vitesse prend les valeurs 1.4, 1.8 et 2 m/s de gauche à droite. (b) Repère et principe de mesure de l'amplitude de la perturbation.

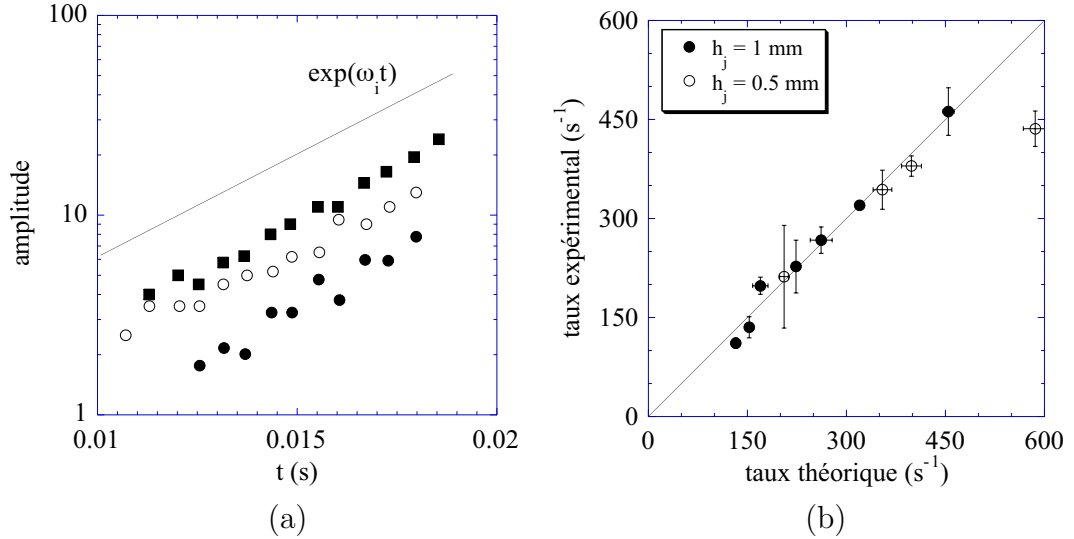


FIG. 4.9: (a) Evolution de l'amplitude de trois modulations d'épaisseur en fonction du temps pour les mêmes conditions d'injection,  $h_j = 1$  mm,  $u = 1.6$  m/s,  $R = 15$  mm. La droite correspond à la prédiction théorique, l'unité de l'amplitude est arbitraire. (b) Comparaison entre l'ensemble des taux de croissance expérimentaux et ceux prédit par la relation (4.1).

cette image qui est ensuite rendue binaire. L'amplitude  $\eta$  de la modulation d'épaisseur correspond à la moitié de la différence entre la position verticale d'un maximum d'épaisseur et d'un minimum. Cette méthode donne accès à l'amplitude de façon discrète en fonction de la coordonnée  $y$  qui se ramène à la coordonnée curviligne  $s$  par la relation  $s = R \arccos(y/R)$ . Le phénomène étant stationnaire, l'espace peut se ramener au temps  $t$  par la relation  $t = s/u$ . Nous pouvons ainsi déterminer un taux de croissance temporel et le comparer avec la prédiction théorique de l'équation (4.1). L'amplitude  $\eta_0$  de la perturbation initiale n'est pas contrôlée. Il existe ainsi différentes amplitudes  $\eta$  de modulation d'épaisseur suivant la direction  $x$ , puisque  $\eta = \eta_0 e^{\omega_i t}$ .

Les évolutions de l'amplification de différentes modulations d'épaisseur sont mesurées pour chaque condition d'injection. Un exemple est donné sur la figure 4.9-a dans une représentation semi-logarithmique. Les amplitudes sont différentes mais leurs amplifications au cours du temps sont identiques et correspondent à l'évolution théorique représentée par la droite. Toutes les mesures pour différents cylindres, vitesses et épaisseurs sont regroupées sur le graphique (b). Dans l'ensemble, l'analyse linéaire prédit correctement les taux d'amplification.

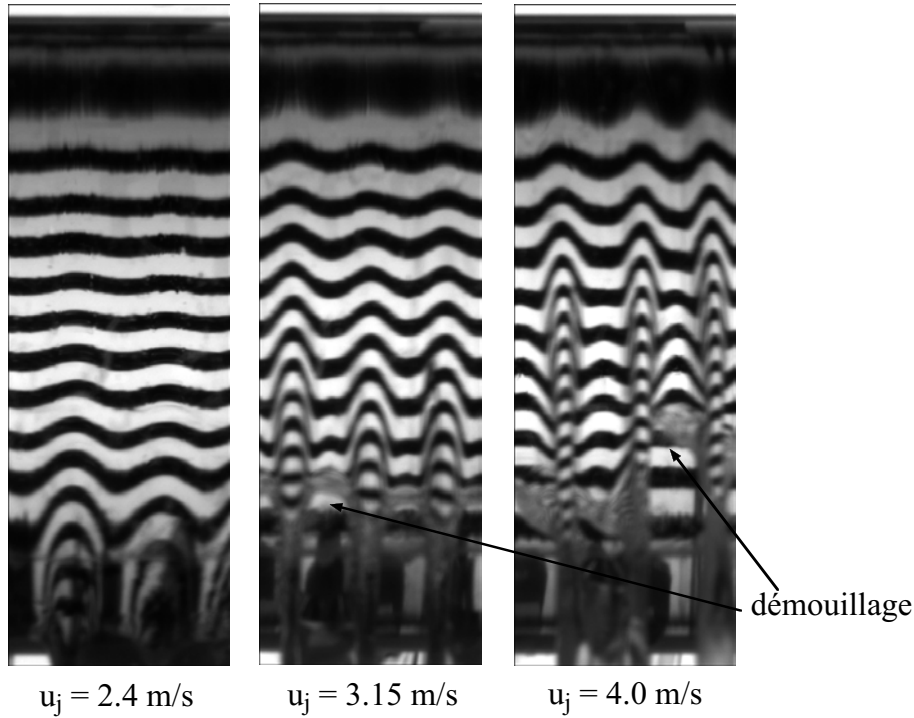


FIG. 4.10: *Formation d'un profil d'épaisseur asymétrique et apparition de zones de démouillage. Le rayon du cylindre est de 15 mm et l'épaisseur du jet égale à 0.5 mm.*

L'évolution de la modulation d'épaisseur est présentée sur la figure 4.10

pour une épaisseur de jet de 0.5 mm et trois vitesses d'injection. Nous observons, pour les vitesses de 3.15 et 4.0 m/s, que le profil d'épaisseur initialement régulier évolue vers une forme asymétrique. Le taux théorique est déterminé à partir d'une perturbation sinusoïdale et ne peut donc pas décrire l'évolution observée pour ces vitesses. Nous observons également pour ces deux vitesses que l'amincissement du film entre deux bosses conduit à un démouillage de la paroi.

Ce montage expérimental nous a permis de quantifier le développement temporel de l'instabilité de Rayleigh-Taylor en épaisseur finie à partir d'un phénomène stationnaire. Mais ce montage ne permet pas de vérifier un éventuel couplage entre deux surfaces libres, puisque le liquide s'écoule sur un solide. L'idée est donc de soumettre une lame liquide à une différence de pression de part et d'autre de ses interfaces afin de lui communiquer une accélération normale à ses deux surfaces.

### 4.3 Accélération d'un film de savon par une onde de choc

Afin de soumettre une lame liquide à une accélération normale à sa surface, nous avons placé un film de savon à l'extrémité d'un tube à choc. Les expériences ont été réalisées à l'Institut Universitaire des Systèmes Thermiques Industriels avec l'aide de Lazhar Houas et Georges Jourdan du Groupe Tube à Choc.

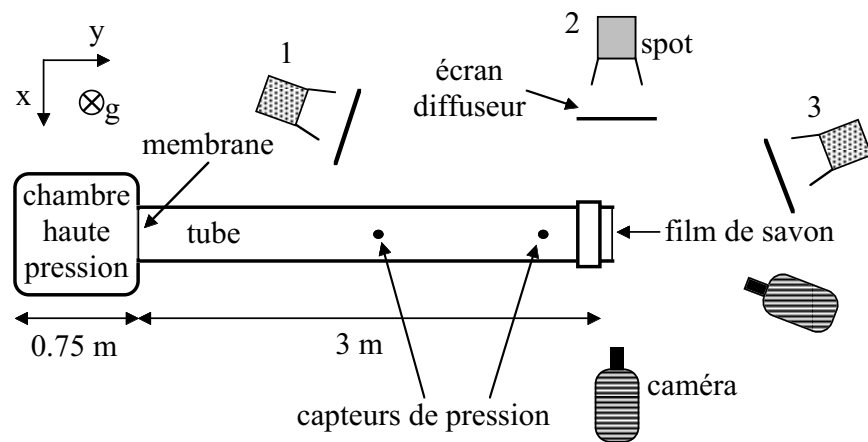


FIG. 4.11: *Dispositif expérimental.*

Le tube à choc est composé d'une chambre haute pression de 0.75 m de long et d'un tube à section carrée de 8 cm×8 cm sur 3 m de long, séparés par une membrane comme indiqué sur la figure 4.11. Cette membrane se déchire lorsque la pression dans la chambre atteint une valeur critique. Le Groupe Tube à Choc utilise généralement des membranes en aluminium de 1 mm d'épaisseur. Deux sillons perpendiculaires, centrés sur l'axe du tube, sont tracés sur la plaque d'aluminium. La profondeur de ces sillons fixe la pression de rupture de la membrane. Lorsque la membrane cède, deux ondes de chocs sont générées : une onde de compression se propageant dans le tube, et une onde de décompression se propageant vers l'extrémité de la chambre haute pression. Le film de savon, placé en sortie du tube laissé ouvert, est ainsi soumis à une forte accélération due au saut de vitesse de part et d'autre de l'onde choc de compression. Etant donné que le tube à choc est ouvert, il est nécessaire et prudent de générer des ondes de choc de faibles intensités. Du papier d'aluminium de 12  $\mu\text{m}$  d'épaisseur sert de membrane. La superposition de plusieurs couches de papier d'aluminium permet de faire varier la pression de rupture et donc le nombre de Mach  $M$  de l'onde de choc. Ce nombre correspond au rapport de la vitesse de

l'onde  $u_c$  et de la vitesse du son  $v$  dans l'air. Pour une température de 288 K à la pression atmosphérique, la vitesse du son  $v_0$  est égale à 340 m/s. La vitesse de l'onde est mesurée à l'aide de deux capteurs de pression placés le long du tube. La distance entre ces deux capteurs étant connue, la vitesse est déterminée à partir du temps séparant les deux signaux de pression lors du passage de l'onde. L'utilisation du papier d'aluminium permet d'obtenir des nombres de Mach de 1.03 à 1.21. Il ne faut pas oublier que l'onde de décompression est réfléchiée sur la paroi de la chambre haute pression et suit l'onde de choc de compression. La longueur  $L_{HP}$  de la chambre étant égale à 0.75 m et le nombre de Mach le plus élevé égal à 1.21, le temps minimum séparant le passage des deux ondes est  $2L_{HP}/(Mv_0) = 3.6$  ms. Nous verrons que le temps d'éclatement du film de savon lors du passage de l'onde de choc est inférieur à la milliseconde, le film ne subit donc pas le passage de l'onde de décompression.

Le film de savon repose sur un cadre amovible qui peut être fixé hermétiquement sur le tube. Le film est formé à partir d'une solution d'eau, de liquide vaisselle et de glycérine ( $\sim 10$  % en volume), la tension de surface du mélange est de  $0.03 \text{ kg.s}^{-2}$ . Le film étant placé verticalement, l'ajout de glycérine permet de ralentir le drainage par gravité de l'eau à l'intérieur du film. Lorsque le cadre est positionné sur le tube, un gradient vertical d'épaisseur se met en place. Nous verrons que la variation d'épaisseur peut être quantifiée à partir du suivi de la trajectoire du bord libre d'un trou formé sur le film.

#### 4.3.1 Choc et film

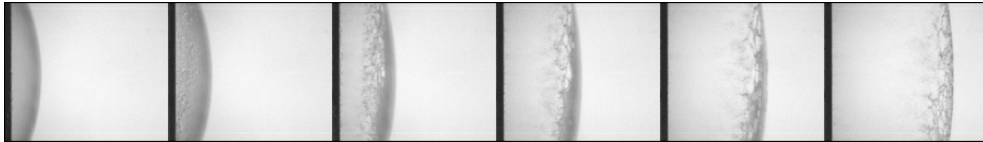


FIG. 4.12: *Déplacement du film de savon lors du passage de l'onde de choc. Les images sont séparées de 0.2 ms,  $M = 1.07$ .*

Une visualisation perpendiculaire au tube à choc permet de déterminer la vitesse du film après passage du choc. Cette configuration correspond à la position 2 sur la figure 4.11. La première image de la figure 4.12 présente l'état de base avant l'arrivée de l'onde de choc. Avant rupture, la membrane est déformée lors de la mise en pression. Le tube étant fermé à l'aide du film de savon, ce dernier se déforme sous la compression due au déplacement de la membrane, ce qui explique la forme bombée que prend le film. Lorsque l'onde de choc traverse le film, ce dernier acquiert une vitesse constante, figure 4.13. Malgré l'utilisation de la cadence maximale de la caméra rapide,

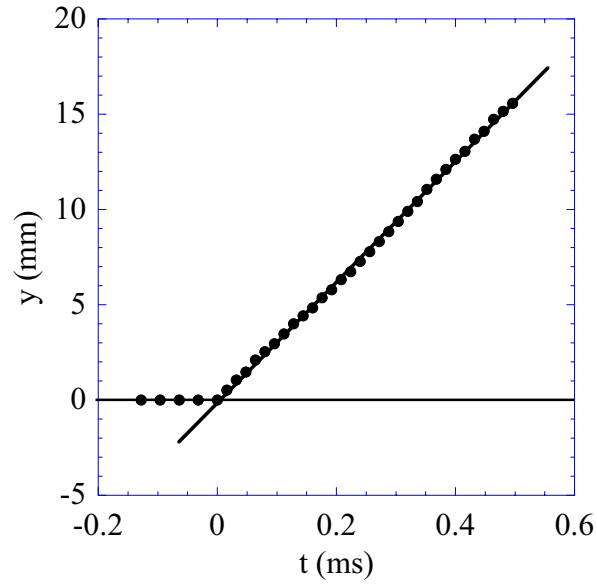


FIG. 4.13: *Trajectoire du film de savon,  $M = 1.06$ .*

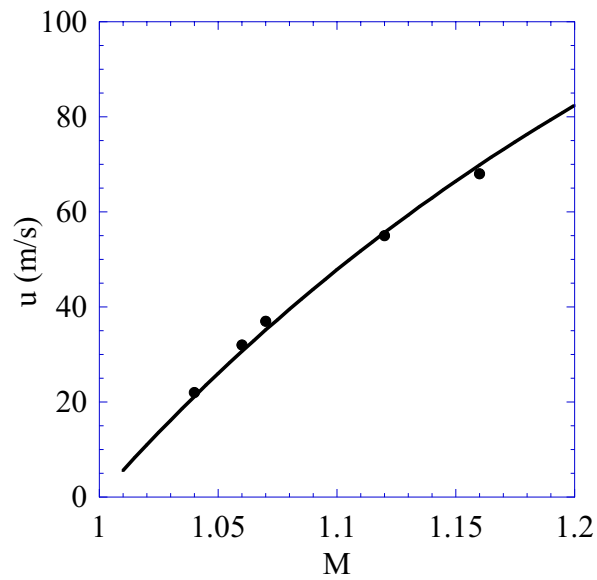


FIG. 4.14: *Comparaison entre la vitesse du film mesurée ( $\bullet$ ) et la vitesse prédite par l'équation (4.17) ( $-$ ).*

62 500 images par seconde, nous n'avons pas accès à la phase d'accélération. Les points expérimentaux de la position de la surface du film au cours du temps, présentés sur la figure 4.13, sont séparés de  $16 \mu\text{s}$ . La figure 4.14 présente l'évolution de la vitesse atteinte par le film en fonction du nombre de Mach.  $u$  augmente lorsque  $M$  augmente. Déterminons la loi suivie par la vitesse en fonction de  $M$ .

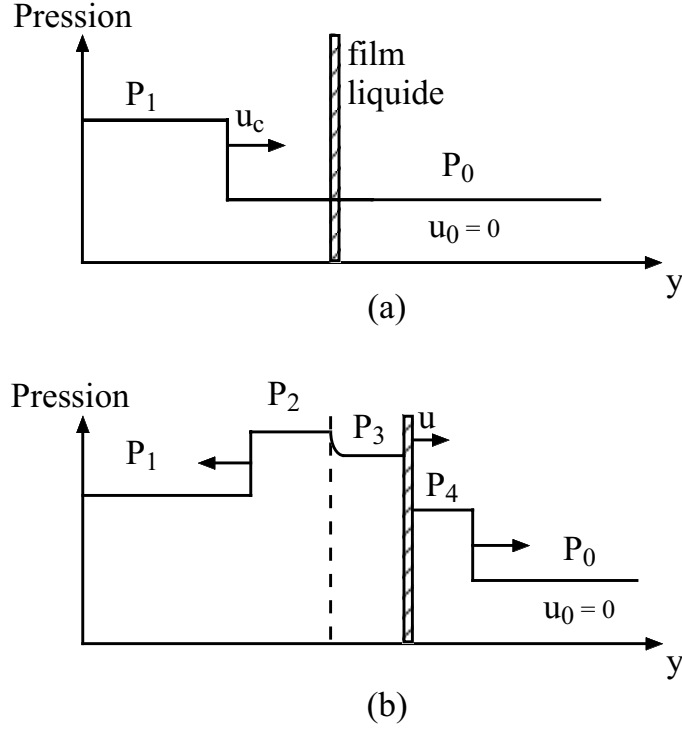


FIG. 4.15: (a) Propagation de l'onde de choc dans le tube avant la lame de savon. (b) Transmission de l'onde de choc et déplacement du film de savon.

L'onde de choc est une surface de discontinuité de vitesse, de pression, de densité et de température entre deux milieux 0 et 1 se propageant à la vitesse  $u_c$ , figure 4.15-a. L'air est initialement au repos dans le milieu 0 à la pression atmosphérique  $P_0$ . Il existe une relation entre la pression en amont  $P_0$  et celle en aval du choc  $P_1$  déduite de la conservation de la masse, de l'impulsion ainsi que de l'énergie. L'ensemble de ces équations sont connues sous le nom de relations de Rankine et Hugoniot. Dans le cas d'un gaz polytropique, la relation entre les pressions de part et d'autre du choc s'écrit ([48] page 478) :

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{2\gamma_* M^2 - \gamma_* + 1}{\gamma_* + 1} \quad (4.8)$$

où  $\gamma_*$  est le rapport des chaleurs massiques du gaz à pression et à volume constants.  $\gamma_* = 1.4$  pour de l'air.

Dans le cas d'une interface air/eau, le coefficient de réflexion de l'onde de choc incidente est proche de 1 [37]. Ceci signifie que l'onde de choc est totalement réfléchie, l'interface joue le rôle d'un mur solide. Les nombres de Mach expérimentaux sont inférieurs à 1.22. Les sauts de pression sont faibles. Dans ce cas, la pression  $P_2$  derrière l'onde réfléchie (figure 4.15-b) est égale à :

$$P_2 = 2P_1 - P_0 \quad (4.9)$$

Expérimentalement, nous observons un déplacement du film de savon. Cette situation peut être modélisée par le déplacement d'un piston à la vitesse  $u$ . Ce déplacement induit une dépression derrière la lame de savon et une compression devant la lame, figure 4.15-b. La pression  $P_3$  derrière le film de savon est reliée à la vitesse  $u$  par la relation ([48] page 524) :

$$P_3 = P_2 \left(1 - \frac{\gamma_* - 1}{2} \frac{u}{v_0}\right)^{2\gamma_*/(\gamma_* - 1)} \quad (4.10)$$

La vitesse maximale atteint par le film étant plus petite que la vitesse du son  $v_0$ , la relation (4.10) devient :

$$P_3 \approx P_2 \left(1 - \frac{\gamma_* u}{v_0}\right) \quad (4.11)$$

La pression  $P_4$  devant l'onde de choc se met sous la forme ([48] page 525) :

$$P_4 = P_0 \left[1 - \frac{\gamma_* - 1}{2} \frac{\gamma_*(\gamma_* + 1)u^2}{4v_0^2} + \frac{\gamma_* u}{v_0} \left(1 + \frac{(\gamma_* + 1)^2 u^2}{16v_0^2}\right)^{1/2}\right] \quad (4.12)$$

Pour la même raison que précédemment, cette relation se met sous la forme :

$$P_4 \approx P_0 \left(1 + \frac{\gamma_* u}{v_0}\right) \quad (4.13)$$

Connaissant les pressions de part et d'autre du film de savon, nous pouvons déterminer son mouvement. L'équation du mouvement du film s'écrit :

$$m \frac{du}{dt} = P_3 - P_4 \quad (4.14)$$

où  $m = \rho h$  est la masse de la lame liquide par unité de surface. En utilisant les relations (4.8), (4.9), (4.11) et (4.13), la solution de l'équation (4.14) est :

$$u = \frac{v_0}{2\gamma_* M^2 - \gamma_* + 1} (2(M^2 - 1) - e^{-t/T}) \quad (4.15)$$

avec

$$T = \frac{\rho h v_0 (\gamma_* + 1)}{P_0 \gamma_* (2\gamma_* M^2 - \gamma_* + 1)} \quad (4.16)$$



Pour des temps supérieurs à  $T$ , le film atteint la vitesse constante suivante :

$$u = v_0 \frac{2(M^2 - 1)}{2\gamma_* M^2 - \gamma_* + 1} \quad (4.17)$$

Cette vitesse est atteinte pour un temps de l'ordre de  $\rho h v_0 / P_0$  qui est inférieur à  $10 \mu\text{s}$  pour nos conditions expérimentales. Comme le montre la figure 4.14 Il existe un très bon accord entre la relation (4.17) et la vitesse mesurée.

Lorsque le cadre est positionné sur le tube, un gradient vertical d'épaisseur se met en place. L'épaisseur dépend du temps de vieillissement du film. Le temps séparant la formation du film et son éclatement est en moyenne de 13 secondes, plus ou moins 2 secondes.

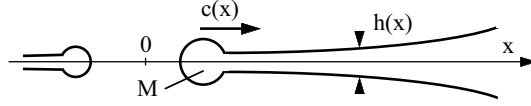


FIG. 4.16: Propagation d'un trou dans un film liquide d'épaisseur variable.

L'épaisseur du film est mesurée à partir de la vitesse  $c$  de propagation du bord libre d'un trou se formant sur le film. Keller [43] montre que, si il existe un profil d'épaisseur, la vitesse d'ouverture diffère de la vitesse calculée par Taylor [93] mais elle garde la même forme, à savoir qu'elle varie comme l'inverse de la racine carrée de l'épaisseur. Considérons le cas d'une lame liquide dont l'épaisseur dépend de la position  $x$ , et dans laquelle un trou est formé à  $t = 0$  en  $x = 0$ , figure 4.16. Soit  $m$  la masse par unité de longueur accumulée dans le bourrelet lors du déplacement du bord libre. La conservation de la masse et de la quantité de mouvement s'écrivent:

$$\frac{dm}{dt} = \rho h c \quad (4.18)$$

$$\frac{dmc}{dt} = 2\sigma \quad (4.19)$$

En remarquant que  $dm/dx = \rho h$ , on obtient une équation reliant la vitesse du bord libre à l'épaisseur du film:

$$\rho h c^2 + \frac{1}{2} \frac{dc^2}{dx} \int_0^x \rho h dx = 2\sigma \quad (4.20)$$

Expérimentalement, on peut mesurer la position du bord en fonction du temps. Une partie des parois du tube à choc est constituée de plexiglass, qui permet de filmer la lame de savon de face en éclairant par derrière.

Ceci correspond à la situation 1 sur la figure 4.11. La zone filmée est un rectangle de 4 cm suivant la verticale et 2 cm suivant l'horizontale, centrée sur l'ouverture du tube. L'axe  $x$  est dirigé suivant le sens de la gravité. L'origine des temps correspond au temps d'apparition du bord libre du film sur l'image, et l'origine des  $x$  est prise sur l'extrémité de l'image.

La trajectoire du bord est reportée sur le graphique (a) de la figure 4.17 pour deux temps de vie du film. La pente des deux courbes, et donc la vitesse, diminuent au cours du temps. La vitesse est plus élevée pour le plus long temps de vie. Les courbes sont ajustées par un polynôme du second degré qui permet de déterminer la vitesse en fonction de  $x$ . La vitesse, en fonction de  $x$ , est également ajustée par un polynôme du second degré, ce qui implique que l'épaisseur se met sous la forme d'un polynôme du quatrième degré. Les relations entre les différents coefficients des polynômes sont obtenues à l'aide de l'équation (4.20).

L'évolution de l'épaisseur en fonction de  $x$  est présentée sur le graphique (b) de la figure 4.17. L'épaisseur augmente avec  $x$  et diminue avec le temps de vie, ce qui est cohérent avec un drainage vers le bas dont la gravité est le moteur. Durant les expériences, les temps de vie du film sont de  $13 \pm 2$  s. L'évolution de l'épaisseur se situe entre les deux courbes, et l'épaisseur est ainsi de l'ordre de  $2 \mu\text{m}$ .

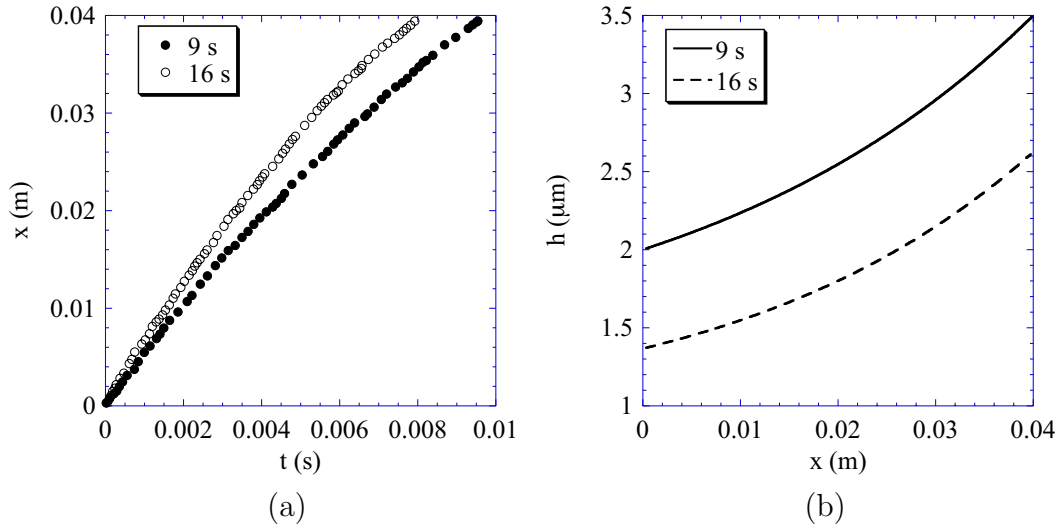


FIG. 4.17: (a) Position du bord libre en fonction du temps pour deux temps de vie du film, ( $\bullet$ ) 9 s et ( $\circ$ ) 16 s. (b) Evolution de l'épaisseur du film en fonction de la position pour les mêmes temps de vie.

### 4.3.2 Développement de l'instabilité

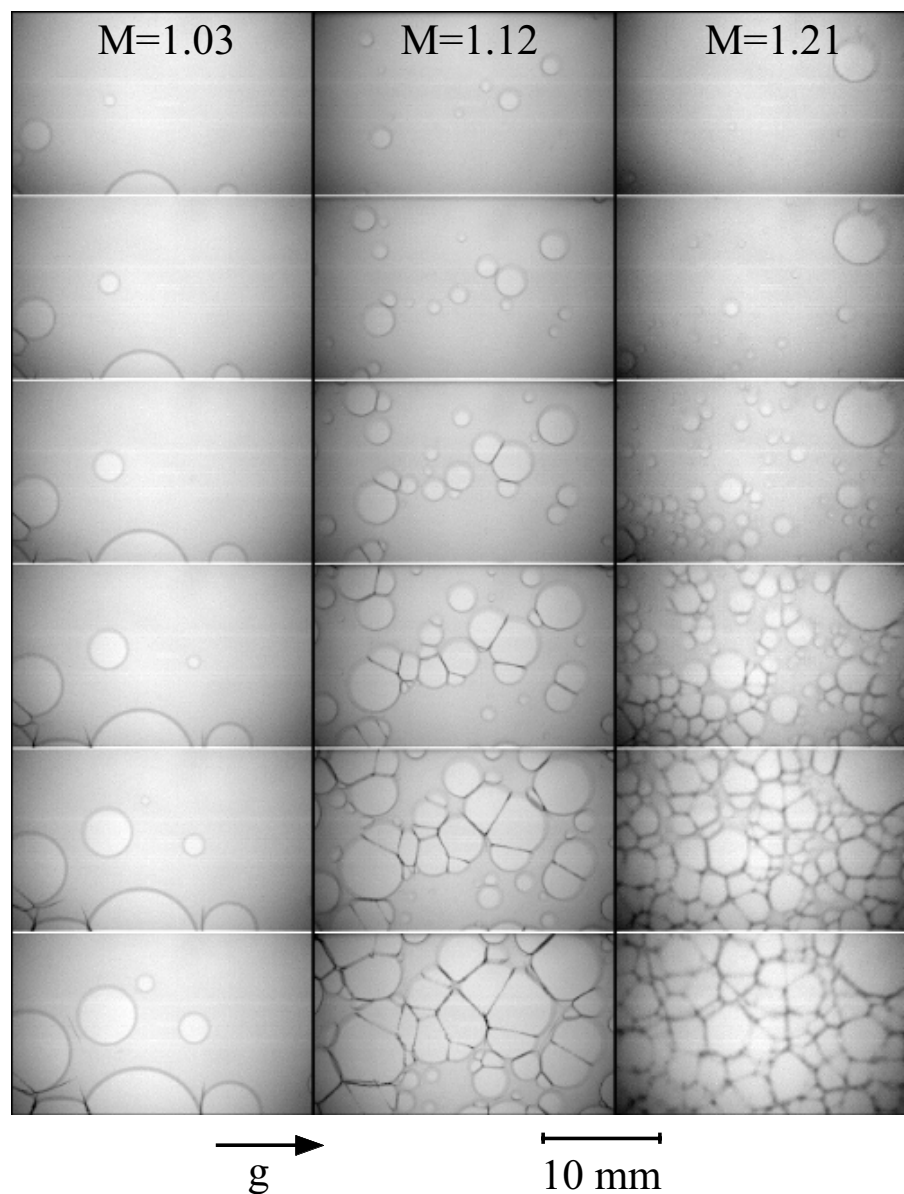


FIG. 4.18: *Perforation du film après le passage de l'onde de choc pour trois conditions de tir,  $M = 1.03$ ,  $1.12$  et  $1.21$ . Les images sont séparées de  $0.05$  ms.*

La perforation du film de savon au cours du temps pour trois conditions de tir est reportée sur la figure 4.18. La prise de vue correspond à la configuration 1 de la figure 4.11. La gravité est suivant l'horizontale, dirigée de gauche à droite. Le temps séparant deux images est de  $0.05$  ms. Des trous se forment sur le film et leur nombre augmente au cours du temps. Plus le Mach

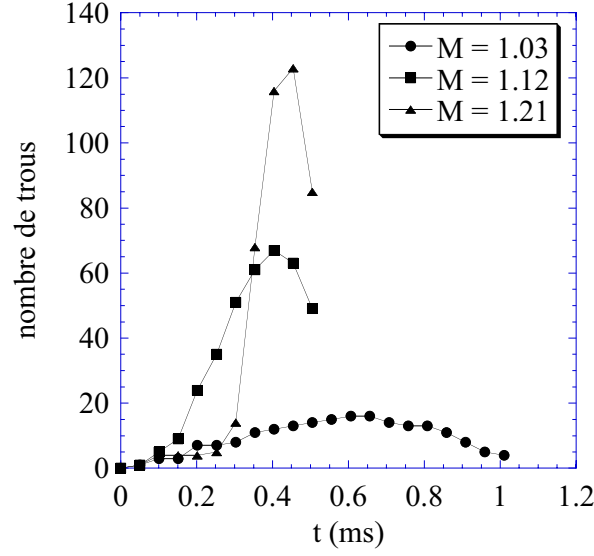


FIG. 4.19: *Evolution du nombre de trous au cours du temps pour les mêmes conditions de tir que sur la figure 4.18*

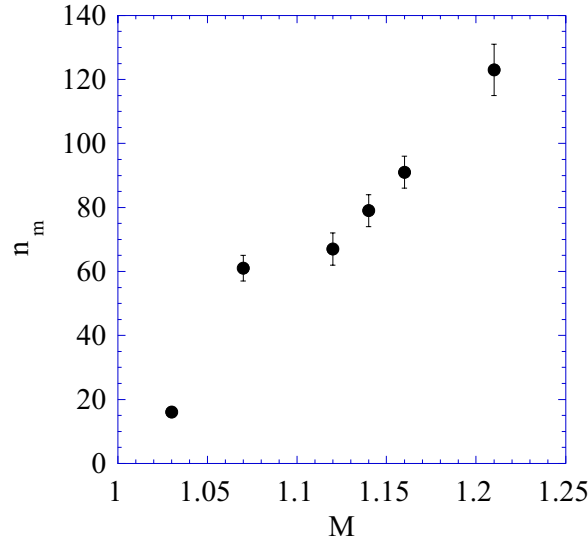


FIG. 4.20: *Nombre maximal de trous en fonction du nombre de Mach du choc.*

est élevé, et plus la quantité de perforations est importante. La taille de la zone étant la même pour chaque tir, nous pouvons comparer le nombre de trous pour différents  $M$  au cours du temps, figure 4.19. L'origine des temps correspond à l'apparition des premiers trous. Le temps d'arrivée de l'onde de choc sur le film n'est pas accessible dans cette configuration. Le nombre de trous  $n$  augmente puis passe par un maximum. La présence d'un maximum s'explique par le fait que la taille des trous dépend du temps : deux trous

voisins vont se connecter par l'intermédiaire d'une paroi constituée d'un ligament qui se brise pour ne former qu'un seul trou. La vitesse d'apparition des trous est d'autant plus grande que le choc est intense. Il ne semble pas exister de lieux privilégiés d'apparition des perforations.

Il est difficile de déterminer une longueur d'onde d'après les clichés de la figure 4.18. Seul le nombre maximal de trous  $n_{max}$  est considéré. Etant donné que la fenêtre spatiale observée est la même pour chaque condition de tir,  $n_{max}$  correspond à la densité maximale de perforations. Cette densité augmente lorsque la force du tir augmente, figure 4.20.

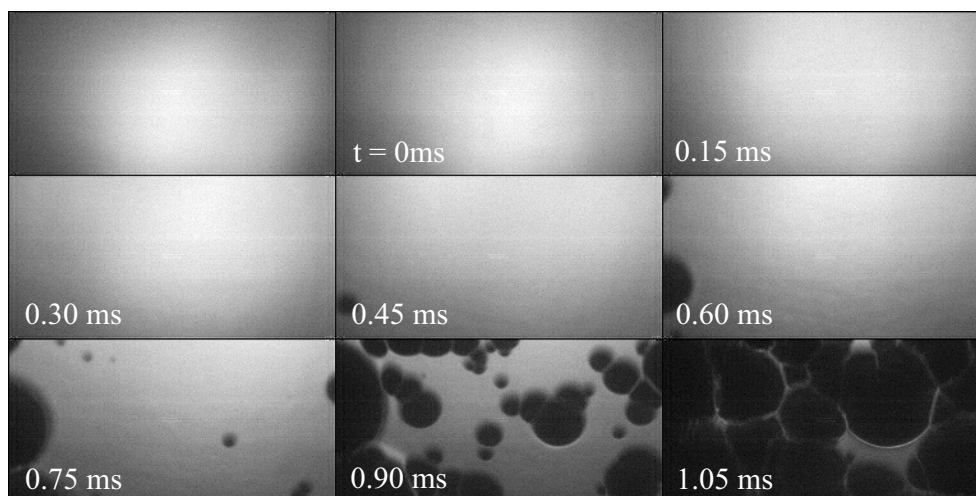


FIG. 4.21: Visualisation par réflexion de l'effet du passage d'une onde de choc à travers un film de savon.

La deuxième information que nous pouvons tirer de ces expériences est le temps caractéristique de l'instabilité. Il est obtenu à partir de la configuration 3 de la figure 4.11 sur laquelle la visualisation du film se fait par réflexion. Un exemple est donné sur la figure 4.21. Les images sont séparées de 0.15 ms. La première image correspond à l'état de base. L'arrivée de l'onde de choc déforme légèrement le film et donc l'image de l'éclairage réfléti par le film. Ce temps d'arrivée est posé comme origine des temps, il est indiqué sur le deuxième cliché. Il ne se passe rien pendant 0.75 ms, puis des trous commencent à se former et envahissent rapidement la totalité de la zone observée. Nous pouvons ainsi évaluer un temps  $t_1$  correspondant à la durée séparant l'arrivée de l'onde de choc et la formation des premiers trous. Ce temps est reporté en fonction de la vitesse du film sur la figure 4.22. Comme la longueur d'onde, ce temps décroît avec la vitesse.

Nous pouvons diagnostiquer un deuxième temps caractéristique  $t_n$ . Il s'agit du temps d'apparition des perforations déterminé à partir de la pente des courbes de la figure 4.19. Cette pente est évaluée à partir de l'instant où le nombre de trous augmente rapidement jusqu'à la saturation. Ce temps

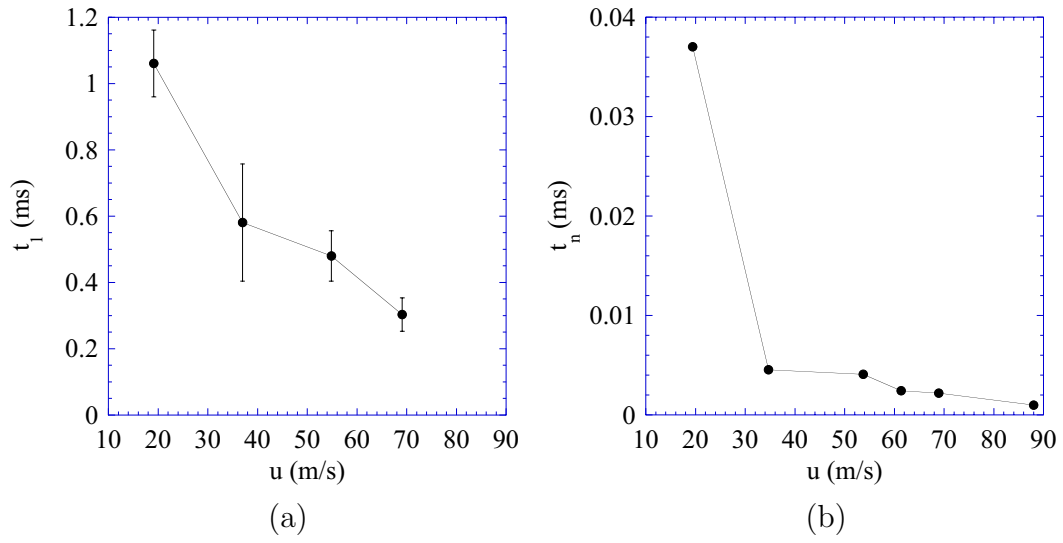


FIG. 4.22: *Temps caractéristiques de l'éclatement du film de savon, (a)  $t_1$  : temps d'apparition des premières perforations, (b)  $t_n$  : taux de perforation.*

correspond à un taux de perforation. Il est bien plus petit que le temps d'apparition des premiers trous, de un à deux ordres de grandeurs. De plus,  $t_n$  semble diminuer plus rapidement que  $t_1$  lorsque  $u$  augmente.

## 4.4 Analyse linéaire de l'instabilité

### 4.4.1 Accélération constante

En 1950, Taylor [90] réalise le calcul linéaire de l'instabilité d'une nappe liquide dans de l'air soumise à une accélération  $\gamma$  perpendiculaire à ses interfaces. Il néglige les effets capillaires et obtient un taux de croissance qui varie comme  $\sqrt{\gamma k}$ , où  $k$  est le nombre d'onde de la perturbation. En 1954, Keller et Kolodner [44] tiennent compte des sauts de pression aux interfaces induits par la tension de surface. Ils obtiennent une relation de dispersion qui dépend de l'épaisseur de la nappe. Cette partie reprend l'analyse linéaire de l'instabilité en considérant une accélération constante. La phase entre les deux interfaces est ici laissée libre. Une accélération de type impulsionnelle est ensuite considérée afin de rendre compte des observations liées à la déstabilisation d'un film par une onde de choc.

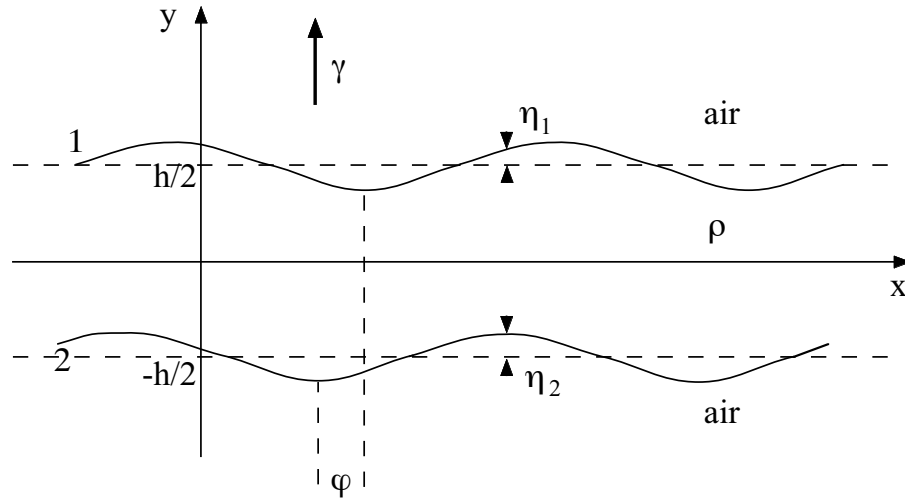


FIG. 4.23: Schéma de la perturbation d'une nappe liquide soumise à une accélération perpendiculaire aux interfaces.

Considérons une nappe liquide de masse volumique  $\rho$  et d'épaisseur  $h$ , soumise à une accélération  $\gamma$  constante et perpendiculaire aux interfaces, qui baigne dans de l'air, figure 4.23. Il n'y a pas d'écoulement initial selon  $x$ . Le liquide est considéré incompressible et non visqueux. La surface supérieure en  $y = h/2$  est référencée par l'indice 1 et la surface inférieure par 2. La variation du champ de pression initial  $p_h$  en fonction de l'altitude  $y$ , avant la perturbation des interfaces, est donnée par l'équation de l'hydrostatique :

$$\frac{dp_h}{dy} = -\rho\gamma \quad (4.21)$$

où la contribution de l'air est négligée ( $\rho_{air}/\rho \ll 1$ ). La pression  $p_1$  au niveau de la première interface, en  $y = h/2$ , est posée comme origine des pressions. La pression  $p_2$  au niveau de la deuxième interface est ainsi égale à  $\rho\gamma h$ .

Les deux interfaces sont perturbées de façon harmonique. La fréquence  $\omega$  et le nombre d'onde  $k$  sont les mêmes pour les deux interfaces. Les amplitudes initiales ainsi que la phase sont laissées libres. L'élévation  $\eta$  au dessus de la position moyenne des interfaces s'écrit:

$$\begin{aligned}\eta_1 &= \eta_{01} e^{i(kx - \omega t)} & \text{en } y = \frac{h}{2} \\ \eta_2 &= \eta_{02} e^{i(kx - \omega t + \varphi)} & \text{en } y = -\frac{h}{2}\end{aligned}$$

Les perturbations sont supposées faibles, de telle sorte que les équations du mouvement ainsi que les conditions de raccordement aux interfaces soient rendues linéaires. L'écoulement induit par les perturbations est supposé irrotationnel. D'après les hypothèses précédentes, le potentiel de vitesse  $\phi$ , dont dérivent les vitesses à l'intérieur de la nappe, vérifie l'équation de Laplace,  $\Delta\phi = 0$ . Puisque nous considérons une perturbation harmonique suivant la direction  $x$ , le potentiel de vitesse se met sous la forme :

$$\phi = (Ae^{ky} + Be^{-ky})e^{i(kx - \omega t)} \quad (4.22)$$

La composante de la vitesse du liquide normale à la surface doit correspondre à la vitesse de l'interface. Cette condition, en négligeant les termes non-linéaires, s'écrit:

$$\frac{\partial\phi}{\partial y} = \frac{\partial\eta_{1,2}}{\partial t} \quad \text{en } y = \pm\frac{h}{2} + \eta_{1,2} \quad (4.23)$$

De cette condition, nous obtenons deux équations :

$$\begin{cases} Ae^{kh/2} - Be^{-kh/2} = -\frac{i\omega\eta_{01}}{k} \\ Ae^{-kh/2} - Be^{kh/2} = -\frac{i\omega\eta_{02}}{k} e^{i\varphi} \end{cases} \quad (4.24)$$

Les termes  $k\eta_{01,02}$  sont négligés devant  $kh$ . Nous déduisons le champ de pression  $p$  dans la nappe à partir de l'équation de Bernoulli :

$$p = -\rho\gamma(y - \frac{h}{2}) - \rho\frac{\partial\phi}{\partial t} \quad (4.25)$$

L'existence d'une tension de surface induit un saut de pression aux interfaces liée à la courbure de la surface:

$$p_1 - p = \sigma\frac{\partial^2\eta_1}{\partial x^2} \quad \text{en } y = \frac{h}{2} + \eta_1 \quad (4.26)$$

$$p - p_2 = \sigma\frac{\partial^2\eta_2}{\partial x^2} \quad \text{en } y = -\frac{h}{2} + \eta_2 \quad (4.27)$$



$p_1$  correspond à la pression de l'air au dessus de la surface,  $p_1 = 0$ ,  $p_2$  est la pression au niveau de la surface sous la nappe,  $p_2 = \rho\gamma h$ . Cette condition conduit à deux nouvelles équations :

$$\begin{cases} Ae^{kh/2} + Be^{-kh/2} &= -\frac{i\eta_{01}}{\omega}(\gamma + \frac{\sigma k^2}{\rho}) \\ Ae^{-kh/2} + Be^{kh/2} &= -\frac{i\eta_{02}}{\omega}(\gamma - \frac{\sigma k^2}{\rho})e^{i\varphi} \end{cases} \quad (4.28)$$

Nous avons donc deux systèmes de deux équations reliant les 5 inconnues du problème ( $A$ ,  $B$ ,  $\eta_{01}$ ,  $\eta_{02}$ ,  $\varphi$ ). Nous pouvons calculer les inconnues  $A$  et  $B$  en fonction de  $\eta_{01}$  puis de  $\eta_{02}$  :

$$\begin{cases} A &= -\frac{i\eta_{01}}{2}(\frac{\omega}{k} + \frac{1}{\omega}(\gamma + \frac{\sigma k^2}{\rho}))e^{-kh/2} \\ B &= \frac{i\eta_{01}}{2}(\frac{\omega}{k} - \frac{1}{\omega}(\gamma + \frac{\sigma k^2}{\rho}))e^{kh/2} \end{cases} \quad (4.29)$$

$$\begin{cases} A &= -\frac{i\eta_{02}}{2}(\frac{\omega}{k} + \frac{1}{\omega}(\gamma - \frac{\sigma k^2}{\rho}))e^{kh/2}e^{i\varphi} \\ B &= \frac{i\eta_{02}}{2}(\frac{\omega}{k} - \frac{1}{\omega}(\gamma - \frac{\sigma k^2}{\rho}))e^{-kh/2}e^{i\varphi} \end{cases} \quad (4.30)$$

Les constantes  $A$  et  $B$  résultant du premier système doivent correspondre à la solution du deuxième. Ceci impose deux relations entre les amplitudes initiales de la perturbation :

$$\begin{cases} \frac{\eta_{01}}{\eta_{02}} = \frac{\omega^2 + k(\gamma - \frac{\sigma k^2}{\rho})}{\omega^2 + k(\gamma + \frac{\sigma k^2}{\rho})}e^{kh}e^{i\varphi} \\ \frac{\eta_{01}}{\eta_{02}} = \frac{\omega^2 - k(\gamma - \frac{\sigma k^2}{\rho})}{\omega^2 - k(\gamma + \frac{\sigma k^2}{\rho})}e^{-kh}e^{i\varphi} \end{cases} \quad (4.31)$$

Les amplitudes  $\eta_{01}$  et  $\eta_{02}$  étant réelles, les deux interfaces sont ainsi soit en phase,  $\varphi = 0$ , soit en opposition de phase,  $\varphi = \pi$ . La relation de dispersion reliant  $\omega$  et  $k$  est obtenue à partir de l'égalité des deux rapports précédents :

$$\omega^2 = \frac{\sigma k^3}{\rho} \coth(kh) \left( 1 \pm \sqrt{1 - (1 - (\frac{k_c}{k})^4) \tanh^2(kh)} \right) \quad (4.32)$$

où  $k_c = \sqrt{\rho\gamma/\sigma}$  est l'inverse de la longueur capillaire construite avec l'accélération  $\gamma$ . Cette relation de dispersion est équivalente à celle obtenue par Keller et Kolodner [44].

Sur la branche instable, c'est-à-dire pour la solution avec le signe moins devant la racine carrée, le système est instable pour des nombres d'onde inférieurs au nombre d'onde critique  $k_c$ . Il est à noter que pour deux milieux semi-infinis le critère de stabilité est le même. Lorsque  $k < k_c$ , la fréquence est un imaginaire pur, ce qui veut dire que la perturbation augmente exponentiellement sur place.

Lorsque  $k_ch \gg 1$ , la plupart des nombres d'onde instables sont tels que  $kh \gg 1$ . Sur la branche instable, la relation de dispersion (4.32) se met ainsi sous la forme :

$$\omega^2 = \frac{\sigma k^3}{\rho} \left(1 - \left(\frac{k_c}{k}\right)^2\right) \quad k_ch \gg 1 \quad (4.33)$$

Le taux associé atteint sa valeur maximale pour  $k = k_c/\sqrt{3}$  et vaut :

$$\omega_i \infty = \left(\frac{4}{27} \frac{\rho \gamma^3}{\sigma}\right)^{1/4} \quad k_ch \gg 1 \quad (4.34)$$

Ce taux correspond au taux maximal de l'instabilité de Rayleigh-Taylor en épaisseur infinie. Dans ce cas, le rapport des amplitudes (4.31) tend vers 0 ou vers  $\infty$  suivant le sens de l'accélération. Il n'y a plus de couplage entre les deux interfaces, et seule la surface qui présente un gradient de densité dirigé selon l'accélération est instable.

Lorsque  $k_ch \ll 1$  sur la branche instable,  $kh$  est forcément plus petit que 1. Quand  $k$  tend vers  $k_c$ , la relation de dispersion s'écrit :

$$\omega^2 = \frac{\sigma k^4 h}{2\rho} \left(1 - \left(\frac{k_c}{k}\right)^4\right) \quad kh \rightarrow k_ch \ll 1 \quad (4.35)$$

Le taux de croissance  $\omega_i$ , correspondant à la partie imaginaire de  $\omega$ . Il est maximal pour  $k = 0$ . Ce résultat n'est pas physique mais permet d'avoir une bonne approximation du taux maximal qui est dans ce cas égal à :

$$\omega_{iRT} = \sqrt{\frac{h\rho_1\gamma^2}{2\sigma}} \quad kh \rightarrow k_ch \ll 1 \quad (4.36)$$

Pour déterminer le nombre d'onde le plus instable, il faut résoudre numériquement l'équation (4.32).

La tension de surface impose une longueur d'onde de coupure en deçà de laquelle le système n'amplifie plus les perturbations et fixe ainsi une croissance maximale. Le taux de croissance déduit de l'équation (4.32), ainsi que celui correspondant à l'approximation (4.36), sont présentés sur la figure 4.24 en fonction du nombre d'onde pour trois épaisseurs et une condition d'accélération équivalente à 10 fois la gravité. La croissance des perturbations diminue lorsque la nappe s'amincit. L'approximation rend bien compte du maximum mais n'est plus valable pour les faibles nombres d'onde. Les

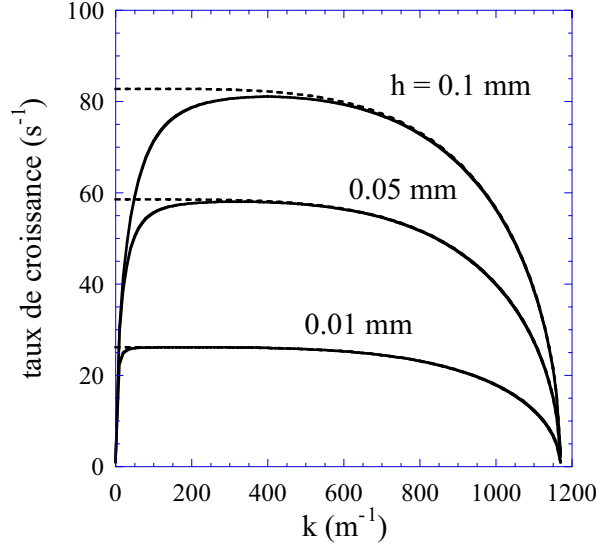


FIG. 4.24: Taux de croissance en fonction du nombre d'onde pour une accélération équivalente à 10 fois celle de la gravité et trois épaisseurs de nappe, 0.1, 0.05 et 0.01 mm, le trait plein correspond à l'équation (4.32) et le trait en pointillés à l'approximation (4.36).

courbes présentent une large bande de  $k$  pour laquelle l'amplification varie peu et correspond à la zone d'amplification maximale. Ceci signifie que plusieurs longueurs d'onde sont susceptibles d'émerger de cette instabilité. La sélection naturelle du mode le plus amplifié n'est pas évidente.

Pour l'instant, la phase  $\varphi$  des interfaces n'est pas définie. Pour cela, il faut revenir à la relation de dispersion sans le terme déstabilisant,  $k_c = 0$ . D'après (4.31), ceci implique que les amplitudes initiales  $\eta_{01}$  et  $\eta_{02}$  sont équivalentes. Plaçons-nous dans le cas d'épaisseur finie, c'est-à-dire pour  $kh \ll 1$ . La relation de dispersion est maintenant égale à :

$$\omega^2 = \frac{\sigma k^2}{\rho h} \left( 1 \pm \left( 1 - \frac{1}{2}(kh)^2 \right) \right) \quad (4.37)$$

$\omega^2$  est toujours positif, il n'y a pas d'amplification, et la nappe est simplement un oscillateur. La nature des ondes sur la nappe dépend du signe devant le terme  $(1 - \frac{1}{2}(kh)^2)$  :

$$+ \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho h}} k \quad (4.38)$$

$$- \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\sigma h}{2\rho}} k^2 \quad (4.39)$$

La relation (4.38) est obtenue en négligeant le terme en  $k^4$  devant le terme en  $k^2$ , elle correspond à la pulsation des ondes antisymétriques,  $\varphi = 0$ , donnée

par la relation (3.12) lorsque il n'a pas d'écoulement ( $u = 0$ ). Quant à la relation (4.39), il s'agit de la pulsation des ondes symétriques,  $\varphi = \pi$ , équivalente à la relation (3.13) avec  $u = 0$ . C'est ainsi le mode variqueux, correspondant à des modulations d'épaisseur, qui est amplifié lorsque la nappe est soumise à une accélération perpendiculaire à ses interfaces.

#### 4.4.2 Accélération impulsionnelle

La situation d'une interface soumise à une accélération impulsionnelle produite par une onde de choc fut d'abord considérée par Markstein [59] en 1957. En 1960, Richtmyer [80] analyse théoriquement et numériquement le développement de l'instabilité. Cette instabilité est ensuite étudiée expérimentalement par Meshkov [66] à l'aide de tubes à chocs. Il s'agit d'une instabilité de type Rayleigh-Taylor dont l'accélération  $\gamma$  dépend du temps [6]. Elle est considérée de type impulsionnelle :

$$\gamma(t) = [u]\delta(t) \quad (4.40)$$

où  $[u]$  est la variation de vitesse de l'interface induite par la réfraction de l'onde de choc incidente,  $\delta(t)$  correspond à la distribution delta de Dirac. Soit  $y$  est la position de l'interface initialement au repos,  $[u] = u$ . D'après l'équation (4.40),  $y$  varie linéairement en fonction du temps :

$$\frac{d^2y}{dt^2} = u\delta(t) \quad \Rightarrow \quad y(t) = ut \quad (4.41)$$

Lors des expériences permettant d'étudier l'accélération d'un film de savon par une onde de choc, paragraphe 4.3, le film atteint une vitesse constante  $u$  sur un intervalle de temps inférieur à la dizaine de microsecondes. Les expériences correspondent ainsi au cas d'une accélération impulsionnelle. Nous allons traiter l'instabilité d'une lame liquide d'épaisseur  $h$  soumise à une accélération impulsionnelle. Cette situation est semblable à celle de l'expérience.

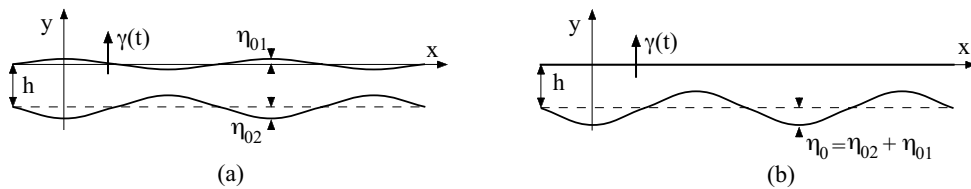


FIG. 4.25: (a) *Perturbations des interfaces en opposition de phase*. (b) *Configuration considérée et équivalente à celle de (a)*.

Nous avons vu dans le paragraphe précédent, que les perturbations des deux interfaces d'une lame liquide d'épaisseur  $h$  sont amplifiées avec le même

taux, donné par la relation (4.32), et que seul le mode variqueux est instable. Nous pouvons ainsi considérer une perturbation  $\eta$  d'une seule interface dont l'amplitude initiale  $\eta_0$  est la somme des amplitudes initiales  $\eta_{01}$  et  $\eta_{02}$ , figure 4.25. La perturbation de l'interface est de la forme:

$$\eta(x, t) = \eta_0 f(t) e^{ikx} \quad \text{avec } f(t = 0) = 1 \quad (4.42)$$

La dépendance temporelle de  $\eta$ , représentée par la fonction  $f$ , est inconnue, mais d'après le paragraphe précédent, sur la branche instable  $f(t)$  vérifie l'équation suivante :

$$\frac{d^2 f}{dt^2} = -\frac{\sigma k^3}{\rho} \coth(kh) \left( 1 - \sqrt{1 - \left(1 - \left(\frac{k_c(t)}{k}\right)^4\right) \tanh^2(kh)} \right) f(t) \quad (4.43)$$

avec  $k_c(t) = \sqrt{\rho \gamma(t)/\sigma}$  et  $\gamma(t) = u \delta(t)$ . Rendons cette équation sans dimension. L'épaisseur  $h$  de la lame est choisie comme échelle de longueur et le temps capillaire,  $t_c = \sqrt{\rho h^3/\sigma}$ , comme échelle de temps :

$$\begin{cases} \tilde{x} &= \frac{x}{h} \\ \tilde{t} &= \frac{t}{t_c} \quad \text{avec } t_c = \sqrt{\rho h^3/\sigma} \end{cases} \quad (4.44)$$

Par soucis de clarté dans la présentation de l'analyse, le tilde signalant les grandeurs sans dimension est supprimée. La forme sans dimension de l'équation (4.43) est ainsi :

$$\frac{d^2 f}{dt^2} = -k^3 \coth(k) \left( 1 - \sqrt{1 - \left(1 - \left(\frac{k_c(t)}{k}\right)^4\right) \tanh^2(k)} \right) f(t) \quad (4.45)$$

avec  $k_c(t) = \sqrt{We_h^{1/2} \delta(t)}$ , et  $We_h = \rho h u^2/\sigma$  est le nombre de Weber basé sur l'épaisseur du film. Dans la limite  $k \ll 1$ , l'équation (4.45) se met sous la forme :

$$\frac{d^2 f}{dt^2} = (k_c^2 k - k^2) f(t) \quad (4.46)$$

Il s'agit de l'équation caractéristique d'un oscillateur harmonique de fréquence  $\omega_1$  excitée à  $t = 0$  par une force proportionnelle à  $u$  :

$$\begin{cases} \frac{d^2 f}{dt^2} + \omega_1^2 f(t) &= We_h^{1/2} k \delta(t) f(t) \\ \omega_1 &= k \end{cases} \quad (4.47)$$

ce qui est équivalent à :

$$\begin{cases} \frac{d^2 f}{dt^2} + \omega_1^2 f(t) = We_h^{1/2} k \\ \omega_1 = k \end{cases} \quad (4.48)$$

puisque seule la détermination de  $f$  compte en  $t = 0$ , et que  $f(t = 0) = 1$ . Nous verrons qu'un développement à un ordre supérieur en  $k$  de l'équation (4.45) ne change rien car la fréquence  $\omega_1$  n'apparaît pas dans le développement de l'instabilité pour des temps supérieurs à  $\tau$ . La distribution de Dirac est approximée par une fonction constante jusqu'à un temps  $\tau$ , égale à  $1/\tau$ , puis s'annule pour des temps supérieurs, figure 4.26.

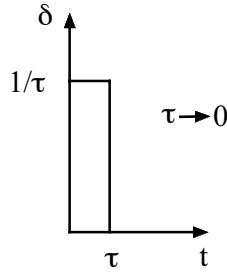


FIG. 4.26: Approximation de la distribution delta de Dirac.

Pour des temps inférieurs à  $\tau$ , l'équation à résoudre est :

$$t < \tau : \quad \frac{d^2 f}{dt^2} + \omega_1^2 f(t) = \frac{We_h^{1/2} k}{\tau} \quad (4.49)$$

Cherchons une solution de la forme suivante :

$$f(t) = c_1 + c_2 \cos \omega_1 t + c_3 \sin \omega_1 t \quad (4.50)$$

avec les conditions initiales :

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ \frac{df}{dt}(0) = 0 \end{cases} \quad (4.51)$$

Pour des temps inférieurs à  $\tau$ , la solution est donnée par :

$$t < \tau : \quad f(t) = \cos \omega_1 t + \frac{We_h^{1/2} k}{\tau \omega_1^2} (1 - \cos \omega_1 t) \quad (4.52)$$

Pour des temps supérieurs à  $\tau$ , l'accélération est nulle et  $k_c = 0$ . Dans la limite  $k \ll 1$ , l'équation (4.45) se met ainsi sous la forme :

$$t > \tau : \quad \frac{d^2 f}{dt^2} = -\frac{k^4}{2} f(t) \quad (4.53)$$

Il s'agit de l'équation caractéristique d'un oscillateur harmonique libre de pulsation  $\omega_2 = k^2/\sqrt{2}$ . Cherchons une solution  $f$  de la forme suivante :

$$f(t) = c_4 + c_5 \cos \omega_2(t - \tau) + c_6 \sin \omega_2(t - \tau) \quad (4.54)$$

La continuité de  $f$  et de  $df/dt$  à  $t = \tau$  conduisent à la solution suivante :

$$\begin{aligned} t > \tau : \quad f(t) = & \left( \cos \omega_1 t + \frac{We_h^{1/2} k}{\tau \omega_1^2} (1 - \cos \omega_1 t) \right) \cos \omega_2(t - \tau) + \\ & + \frac{1}{\omega_2} \left( \frac{We_h^{1/2} k}{\tau \omega_1} - 1 \right) \sin \omega_1 t \sin \omega_2(t - \tau) \end{aligned} \quad (4.55)$$

Nous nous intéressons ici à une accélération impulsionnelle, c'est-à-dire lorsque  $\tau$  tend vers 0. Dans ce cas là, la relation (4.55) devient :

$$\tau \rightarrow 0 : \quad f(t) = \cos \omega_2 t + \frac{We_h^{1/2} k}{\omega_2} \sin \omega_2 t \quad \text{où} \quad \omega_2 = \frac{k^2}{\sqrt{2}} \quad (4.56)$$

Il est à noter que cette forme est équivalente à celle obtenue par intégration numérique directe de l'équation (4.45) en approximant  $\delta$  par une exponentielle décroissante,  $\delta(t) = 1/\tau \exp(-t/\tau)$  avec  $\tau \ll 1$ . De plus, ceci est conforme à l'invariance des propriétés de  $\delta$  selon la forme détaillée de la fonction choisie pour la représenter [16].

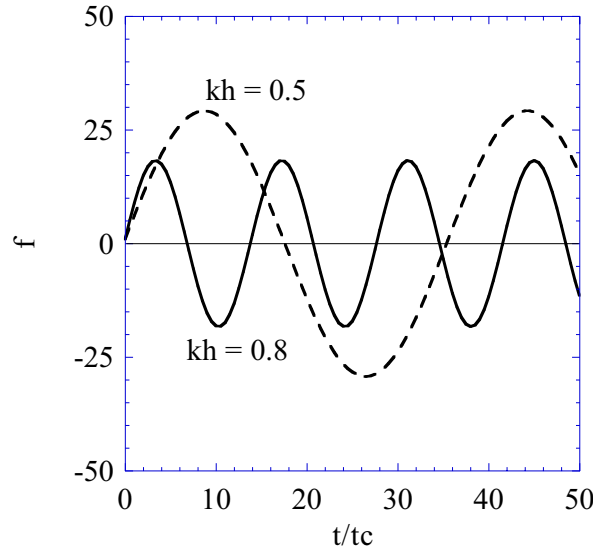


FIG. 4.27: Evolution de  $f$  en fonction du temps pour deux nombres d'onde,  $kh = 0.5$  et  $0.8$ ,  $We_h = 110$ .

Pour des temps très courts,  $t < \tau$ , l'accélération, et donc le nombre d'onde critique  $k_c$  fixant la bande des  $k$  instables, tendent vers l'infini. Ceci

montre que le choc excite tous les nombres d'onde. Au delà de ce temps  $\tau$ , les perturbations  $\eta$  de l'interface atteignent un cycle limite défini par l'équation (4.56). Il s'agit des oscillations propres d'une lame liquide dont les deux interfaces sont en opposition de phase (mode variqueux). La figure 4.27 présente l'évolution de  $f$ , et donc d'une perturbation, au cours du temps pour deux nombres d'onde donnés. Une perturbation atteint un cycle limite pour un temps d'autant plus faible que le nombre d'onde est élevé. De plus, l'amplitude maximale atteinte augmente lorsque le nombre d'onde diminue. Cette amplitude maximale est définie par le préfacteur du sinus de l'équation (4.56) qui dépend entre autres de  $k$  et de  $u$ . La figure 4.28 présente l'évolution de  $f$  en fonction de  $t$  et de  $k$  pour une situation correspondant à une lame liquide de  $2 \mu\text{m}$  d'épaisseur, subissant un saut de vitesse égal à  $40 \text{ m/s}$ . Le liquide a les mêmes propriétés que le liquide utilisé lors des expériences, le nombre de Weber est alors égal à  $110$ . Nous observons que le nombre d'onde du mode correspondant au taux d'amplification le plus élevé, diminue au cours du temps. Ceci justifie l'approche aux petits  $k$ . Nous allons maintenant nous intéresser à l'évolution du mode le plus amplifié.

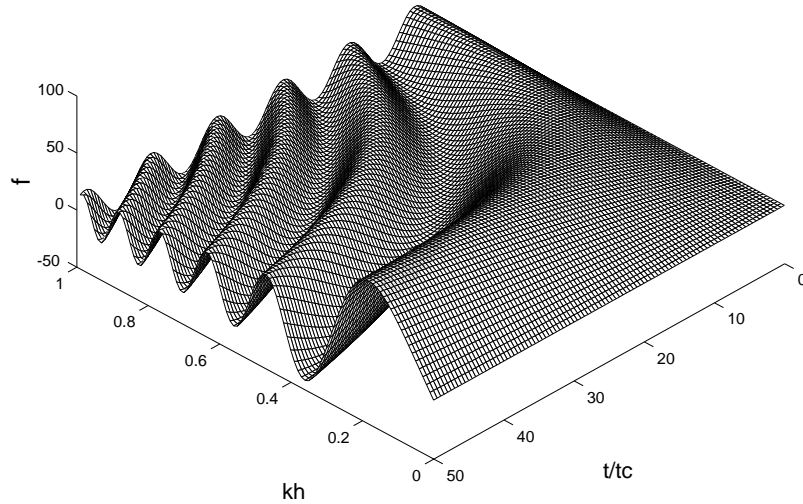


FIG. 4.28: Evolution d'une perturbation représentée par la fonction  $f$ , en fonction du temps et du nombre d'onde,  $We_h = 110$ .

Pour des temps tels que  $k^2 t \ll 1$ , l'équation (4.56) se simplifie :

$$f(t) = 1 + We_h^{1/2} k t - \frac{k^4}{4} t^2 \quad (4.57)$$



La fonction  $f$  atteint une valeur maximale pour  $k = k_m$  :

$$k_m(t) = We_h^{1/6} t^{-1/3} \quad (4.58)$$

et la valeur maximale  $f_m$  correspondante est donnée par :

$$f_m(t) = 1 + \frac{3}{4} We_h^{2/3} t^{2/3} \quad (4.59)$$

L'amplification maximale augmente au cours du temps, et le nombre d'onde associé diminue. Dans le cas du film de savon, une perforation a lieu lorsque la modulation d'épaisseur est de l'ordre de l'épaisseur initiale  $h$  du film. Cette condition est réalisée au temps  $t_*$  lorsque :

$$\eta_0 f(t_*) \sim 1 \quad (4.60)$$

Calculons ce temps de perforation  $t_*$  à partir de l'amplification maximale  $f_m$ . En utilisant la relation (4.59) pour  $f_m \gg 1$ , la condition (4.60) implique que :

$$\eta_0 We_h^{2/3} t_*^{2/3} \sim 1 \quad \Rightarrow \quad t_* \sim \eta_0^{-3/2} We_h^{-1} \quad (4.61)$$

Ce qui signifie que le temps de perforation décroît comme  $u^{-2}$ , et que, sans surprise, ce temps est d'autant plus court que l'amplitude initiale est élevée. Le nombre d'onde  $k_*$  associé au temps de perforation est donné par la relation :

$$k_* \sim \eta_0^2 We_h^{1/2} \quad (4.62)$$

La longueur d'onde sélectionnée  $\lambda_* = 2\pi/k_*$  diminue comme  $u^{-1}$ . Pour une surface de film  $S$  donnée, le nombre de trous  $n$  formés dans le film varie comme  $S/\lambda_*^2$ . Si nous supposons que l'amplitude initiale de la perturbation  $\eta_0$  est la même quelque soit la position sur le film, figure 4.25-b, alors nous nous attendons à voir apparaître un nombre  $n$  de trous à l'instant  $t_*$ . Or, expérimentalement, nous observons un nombre de perforations qui croît au cours du temps. Ceci peut être expliqué par l'existence d'une répartition de l'amplitude initiale  $\eta_0$ .

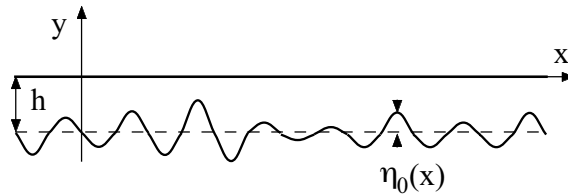


FIG. 4.29: *Perturbations initiales de différentes amplitudes.*

La figure 4.29 présente une vue idéalisée d'une coupe transversale de la lame à  $t = 0$ . Lorsque l'instabilité a eu le temps de se développer, et donc de sélectionner un nombre d'onde  $k_*$  auquel est associé un temps caractéristique de croissance  $t_*$ , ce motif est supposé figé. Juste avant la perforation du film, dans le référentiel de la lame, l'interface inférieure se déplace à une vitesse  $v$  caractéristique du développement du mode le plus instable. Cette vitesse varie comme  $t_*^{-1}$  :

$$v = \frac{df}{dt} \sim We_h^{1/2} k_* \sim We_h \sim t_*^{-1} \quad (4.63)$$

Des trous se forment lorsque les deux interfaces se connectent. Le nombre de trous  $n(t)$  correspond ainsi à l'intégration de la distribution  $P(\eta_0)$  de l'amplitude initiale  $\eta_0$  au cours du temps, figure 4.30 :

$$\frac{n(t)}{N} = \int_{\eta_0(t)}^1 P(\eta_0) d\eta_0 \quad (4.64)$$

où  $N$  est le nombre total de trous. Le nombre de trous apparaissant au cours du temps dépend de  $v$ . Plus  $t_*$  est faible et plus le taux de perforations est important, la pente de  $n(t)$  augmente. Lors des expériences, si nous supposons que la distribution de  $\eta_0$  est la même pour chaque condition de tir et qu'il existe une gamme pour laquelle elle est constante, alors le taux de perforation  $dn/dt$  est constant et doit varier comme  $t_*$ , c'est-à-dire qu'il diminue comme  $We_h^{-1}$ . Ceci est cohérent avec les mesures de  $t_n$  présentées sur la figure 4.31.

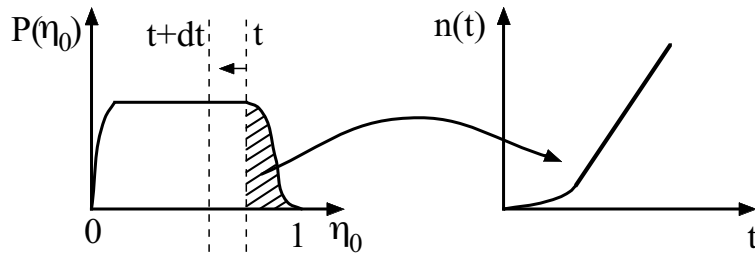


FIG. 4.30: Distribution  $P(\eta_0)$  de l'amplitude initiale  $\eta_0$  dont l'intégration au cours du temps conduit au nombre de perforations  $n(t)$ .

Les premières perforations sont dues aux plus grosses perturbations d'épaisseur. Il s'agit de perturbations isolées qui peuvent être dues à la présence de poussières ou de micelles dans la solution du film. Faisons l'hypothèse que l'évolution de l'épaisseur est alors gouvernée par l'équation (4.57) pour un

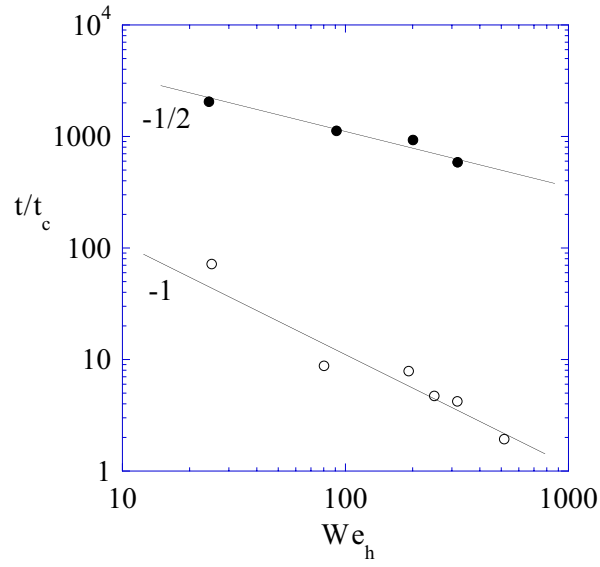


FIG. 4.31: Temps caractéristiques de l'éclatement du film de savon: (•) temps d'apparition des premières perforations  $t_1$ , (○) taux de perforation  $t_n$ .

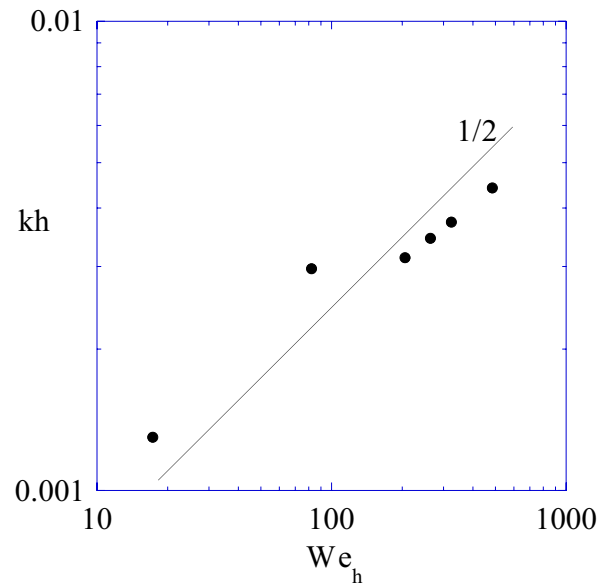


FIG. 4.32: Evolution du nombre d'onde estimé à partir du nombre maximal de perforations en fonction du nombre de Weber du film.

$k$  quelconque. Au premier ordre en  $t$ , le temps de perforation évolue comme  $We_h^{-1/2}$ . Les mesures reportées sur la figure 4.31 confirment cette analyse.

D'après l'équation (4.62), le nombre d'onde sélectionné par l'instabilité varie comme  $We_h^{1/2}$ . Expérimentalement, il est difficile de déterminer un nombre d'onde car les trous ne sont pas répartis uniformément sur le film, figure 4.18. De plus, l'analyse ne considère que le développement de l'instabilité et non la dynamique des trous après perforation. La taille des trous croît au cours du temps, empêchant l'apparition de nouvelles perforations dans leur proche voisinage. L'estimation d'un nombre d'onde basée sur le nombre maximal de perforations contenues sur la surface observée,  $kh \sim n_{max}$ . Nous observons que  $k$  semble effectivement augmenter comme  $We_h^{1/2}$ .

Une dernière question se pose à propos des ordres de grandeurs. D'après les relations (4.61) et (4.62), le temps de perforation et la longueur d'onde dépendent de l'amplitude initiale de la perturbation. A partir des données expérimentales, cette amplitude est de l'ordre de 0.05 % de l'épaisseur initiale,  $\eta_0/h = (2\pi/\lambda)^{1/2} We_h^{-1/4}$  et  $\eta_0/h = t_1^{-2/3} We_h^{-2/3}$ . Etant donné que l'épaisseur est à peu près égale à  $2 \mu\text{m}$ ,  $\eta_0$  est de l'ordre de  $0.01 \mu\text{m}$ . Ceci correspond à l'ordre de grandeur des modulations d'épaisseur dues aux fluctuations thermiques observées par Krichevski et Stavans [46]. Il faut ainsi un temps  $t_1$  de l'ordre du dixième de ms, figure 4.22-a, pour que l'instabilité se développe et que le film commence à se perforer, et un temps  $t_n$  de l'ordre du millièmme de ms, figure 4.22-b, pour que l'ensemble des perturbations initiales connectent les deux interfaces. Le premier temps ne correspond pas au développement d'un mode particulier et varie comme  $We_h^{-1/2}$ , En revanche le deuxième est déterminé par le nombre d'onde sélectionné, qui fixe la forme du champ d'épaisseur. Ce temps varie comme  $We_h^{-1}$ .

## Chapitre 5

# Atomisation d'une nappe liquide oscillante

Ce chapitre présente la caractérisation de l'atomisation d'une nappe axisymétrique soumise à une perturbation sinusoïdale du cylindre d'impact. Un exemple de nappe est présenté sur la figure 5.1. On observe sur cette figure un réseau d'ondes concentriques dont la longueur d'onde diminue en s'éloignant du jet. On remarque également au niveau du bord de la nappe l'apparition d'une perturbation transverse de la surface. Le bord de la nappe est atomisé en gouttes d'une taille bien plus petite que celle du jet. L'étude des ondes est présentée dans le chapitre 3 et nous nous concentrons ici sur la fragmentation en gouttes. Un mécanisme local de formation de gouttes est d'abord proposé puis inclus dans un processus global d'atomisation qui est confronté aux données expérimentales.

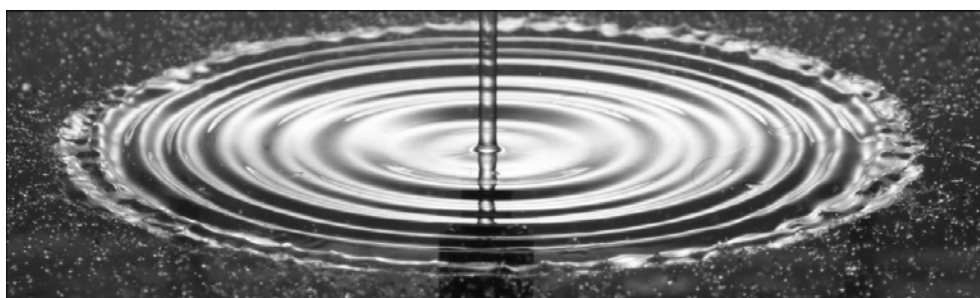


FIG. 5.1: *Atomisation d'une nappe liquide soumise à des oscillations périodiques.*

## 5.1 Caractérisation de l'atomisation

### 5.1.1 Dispositif expérimental

La nappe étudiée est formée par l'impact d'un jet d'eau de 3 mm sur un cylindre solide de 6 mm. Le schéma est présenté sur la figure 5.2. Une couronne de hauteur réglable, qui permet de redresser la nappe, est placée en sortie du cylindre. Sans cette couronne, la nappe prendrait la forme d'un cône et non d'un disque. Elle est tournée dans un sens ou dans l'autre suivant qu'il faut augmenter la hauteur de la marche en sortie, ou bien la diminuer. Cette configuration permet de perturber la nappe en imposant un mouvement oscillant vertical au cylindre. La perturbation est contrôlée indépendamment en amplitude  $a_0$  et en fréquence  $f$ .

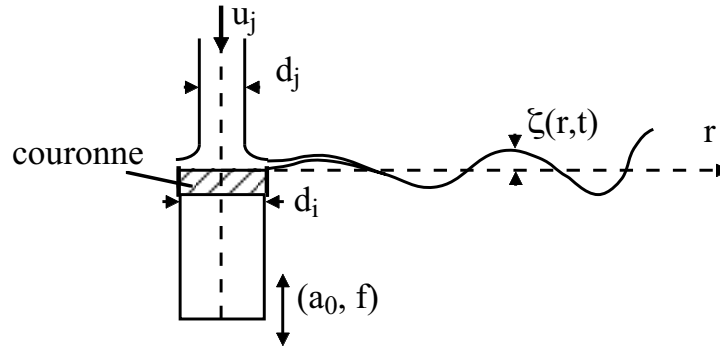


FIG. 5.2: Schéma de la formation et de la perturbation de la nappe liquide axisymétrique.

Nous avons vu au chapitre 3 que l'oscillation du cylindre génère des ondes antisymétriques, les deux interfaces oscillent en phase. Ces ondes sont caractérisées par leur fréquence, qui correspond à celle imposée, par leur vitesse et leur amplitude  $\zeta$ . L'amplitude  $\zeta$  correspond au déplacement du centre de la nappe par rapport à la position d'origine lorsqu'elle n'est pas perturbée, figure 5.2. Selon la fréquence  $f$  du vibreur et la vitesse  $u_j$  du jet, l'amplitude  $\zeta$  des ondes dépend de la position radiale  $r$ . De même, la vitesse des ondes dépend de  $u_j$  et de  $r$ . Dans la suite, les résultats expérimentaux sont présentés en fonction de la vitesse du jet  $u_j$ , de l'amplitude initiale  $a_0$  et de la fréquence  $f$ .

La vitesse d'injection est comprise entre 2.8 et 5 m/s. Cette gamme correspond au régime où la nappe reste lisse lorsque le cylindre d'impact est immobile. La fréquence  $f$  varie de 60 à 320 Hz et l'amplitude  $a_0$  de 0.01 à 1.20 mm.

## 5.1.2 Taille de la nappe

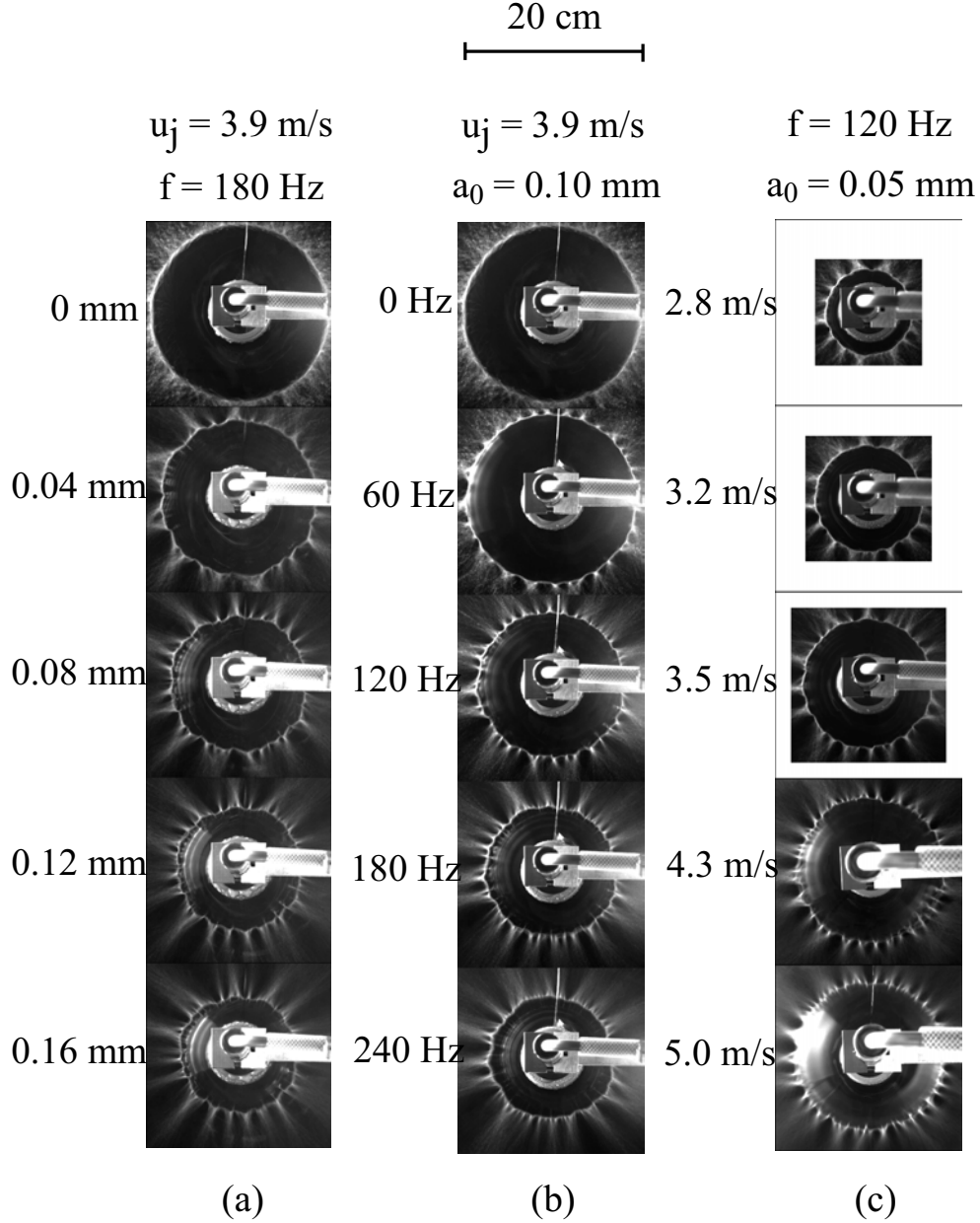


FIG. 5.3: Prises de vue verticales de la nappe d'eau. Les images sont le résultat d'une moyenne de 30 clichés qui permettent de mesurer la taille de la nappe en fonction de l'amplitude (a), de la fréquence (b) et de la vitesse (c). L'échelle spatiale commune est indiquée en haut des images.

La figure 5.3-a présente l'effet de l'amplitude  $a_0$  sur la taille de la nappe. La fréquence est fixée à 180 Hz et la vitesse d'injection à 3.9 m/s. Pour  $a_0 = 0$ , la nappe libre est circulaire de rayon  $R_0$  avec une répartition

isotrope du lieu d'éjection des gouttes. Lorsque l'amplitude augmente de 0.04 à 0.16 mm, le rayon de la nappe diminue et atteint 60 % du rayon  $R_0$  initial. Les lieux d'éjection sont alors stationnaires et répartis de façon discrète sur la nappe.

L'influence de la fréquence est présentée sur la figure 5.3-b. L'amplitude initiale est fixée à 0.10 mm et la vitesse à 3.9 m/s. Lorsque la fréquence augmente de 60 à 240 Hz, le rayon de la nappe diminue et atteint quasiment 60 % du rayon  $R_0$  initial. Les lieux d'éjection sont également stationnaires et répartis de façon discrète sur la nappe. Ces indentations sont peu discernables mais il semble que leur nombre augmente avec la fréquence.

La colonne (c) de la figure 5.3 met en avant l'effet de la vitesse d'injection sur la taille de la nappe pour une perturbation donnée,  $a_0 = 0.05$  mm et  $f = 120$  Hz. Le rayon augmente avec la vitesse puis sature. La taille de la nappe est quasiment identique pour les vitesses 4.3 et 5 m/s. Dans chaque cas, il existe des lieux localisés d'éjection de gouttes. Pour les faibles vitesses, la zone de formation des gouttes est plus étalée, ce qui ne permet pas de comptabiliser le nombre d'indentations. Le nombre d'indentations semble cependant augmenter avec  $u_j$ .

Intéressons nous d'abord à la taille de la nappe libre, correspondant au régime stable non perturbé. Son rayon  $R_0$  est tracé en fonction de la vitesse du jet sur la figure 5.4-a. L'extension spatiale maximale de la nappe augmente comme le carré de la vitesse. Ceci est en accord avec les résultats de Savart [83] et Huang [41] pour le cas d'une nappe issue de la collision de deux jets se faisant face et avec les mesures de Clanet et Villermaux [11] pour le dispositif jet/cylindre. La position du bord de la nappe correspond au lieu où la vitesse du liquide  $u$  égale la vitesse de récession du bord qui dépend de l'épaisseur de la lame à laquelle il est rattaché [93]. L'épaisseur de la nappe décroît avec la position radiale  $r$ ,  $h = d_j^2/(8r)$  (annexe B). Les pertes visqueuses dues à l'écoulement sur le cylindre d'impact sont ici négligées. L'égalité des vitesses au niveau de l'extrémité de la nappe en  $r = R_j$  conduit à :

$$u = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho h(R_j)}} \Rightarrow R_j = \frac{d_j We_j}{16} \quad \text{où} \quad We_j = \frac{\rho d_j u_j^2}{\sigma} \quad (5.1)$$

Le rayon de la nappe  $R_0$  adimensionné par le diamètre du jet est présenté sur la figure 5.4-b en fonction du nombre de Weber du jet. La droite correspond à la pente 1/16 attendue. Les deux tailles correspondent pour les petites vitesses mais les mesures expérimentales sont plus faibles que la valeur théorique  $R_j$ , et ce d'autant plus que le nombre de Weber augmente.



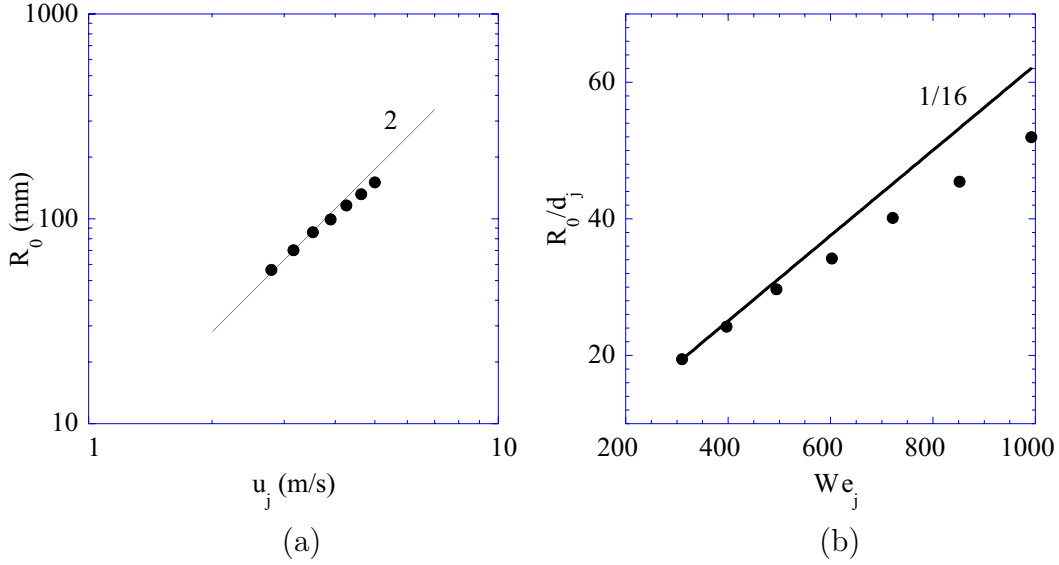


FIG. 5.4: (a) Evolution du rayon de la nappe libre  $R_0$  en fonction de la vitesse d'injection  $u_j$ . (b) Comparaison avec la prédiction théorique (5.1).

La figure 5.5 présente l'évolution du rayon  $R$  de la nappe vibrée en fonction des trois paramètres de contrôle ( $a_0$ ,  $f$ ,  $u_j$ ). La taille est déterminée à partir des images du type 5.3 en ajustant un cercle sur le contour. L'erreur expérimentale sur la valeur du rayon est de l'ordre de 5 %.

L'influence de l'amplitude  $a_0$  des oscillations du cylindre d'impact est présentée sur le graphique 5.5-a. La vitesse du jet est fixé à 3.9 m/s et l'on présente l'effet de  $a_0$  sur  $R$  pour trois fréquences, 60, 120 et 240 Hz. Comme nous l'avons observé précédemment, la taille diminue lorsque l'amplitude augmente. De plus, cette décroissance est plus importante pour des fréquences élevées, la diminution du rayon peut atteindre 60 % de la taille initiale. La gamme d'amplitudes des hautes fréquences est plus faible car le déplacement maximal du vibreur décroît avec la fréquence pour des raisons technologiques (annexe C).

Le deuxième graphique 5.5-b illustre la remarque précédente : une décroissance du rayon en fonction de la fréquence lorsque l'amplitude est fixée. Nous observons également que la sensibilité à la perturbation croît lorsque la vitesse augmente, la réduction de taille atteint quasiment 50 % pour la vitesse la plus élevée.

L'influence de la vitesse est présentée sur le graphique 5.5-c. Pour une perturbation donnée, nous observons que l'extension croît avec la vitesse puis sature.

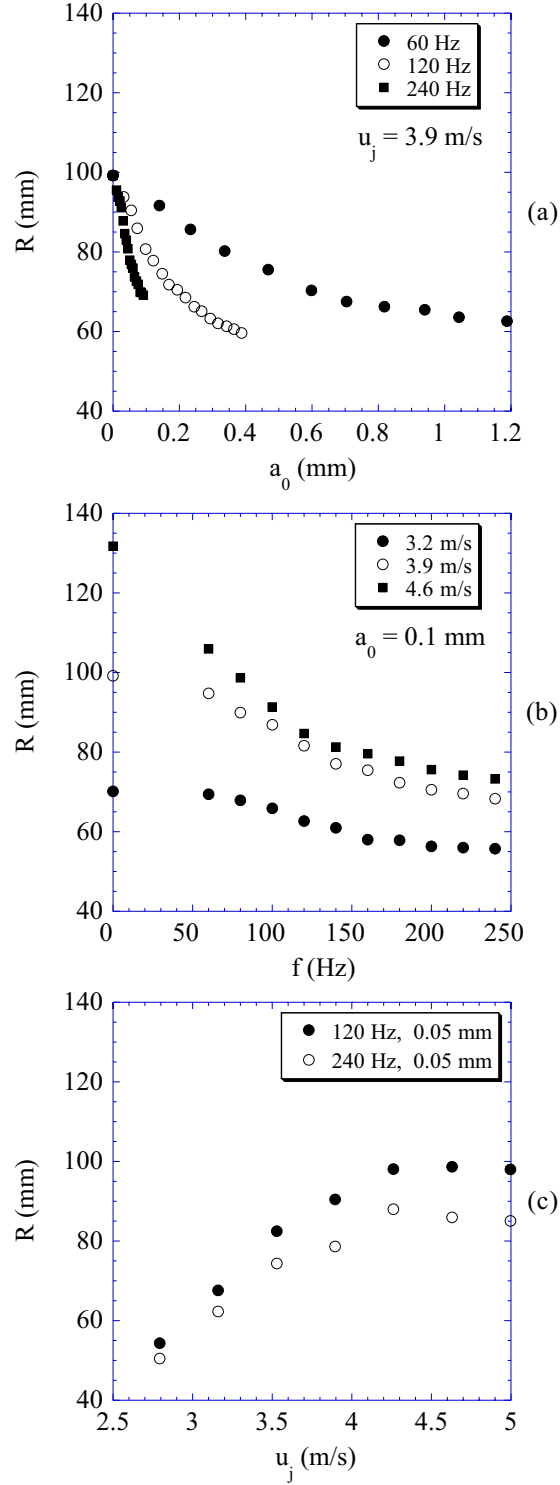


FIG. 5.5: Evolution du rayon de la nappe vibrée  $R$  en fonction: (a) de l'amplitude, pour trois fréquences 60, 120 et 240 Hz et  $u_j = 3.9$  m/s; (b) de la fréquence pour trois vitesses du jet 3.2, 3.9, et 4.6 m/s et une amplitude initiale  $a_0 = 0.1$  mm; (c) de la vitesse du jet pour deux conditions de perturbation 120 Hz, 0.05 mm et 240 Hz, 0.05 mm).

### 5.1.3 Lieu de formation des gouttes

Lorsque la couronne est tournée pour ajuster la hauteur de la marche en sortie du cylindre d'impact et ainsi redresser la nappe, la position des indentations observées sur la figure 5.3 est modifiée. Il existe manifestement une corrélation entre la zone d'impact et la forme du bord. Pour démontrer cette corrélation, nous avons fait réaliser une couronne à 8 créneaux de  $50\text{ }\mu\text{m}$  de profondeur. La figure 5.6 présente une vue de haut et une vue de face de la couronne dentée, l'échelle verticale est exagérée sur le deuxième schéma. Un défaut sur la couronne est donc placé tout les  $45^\circ$ .

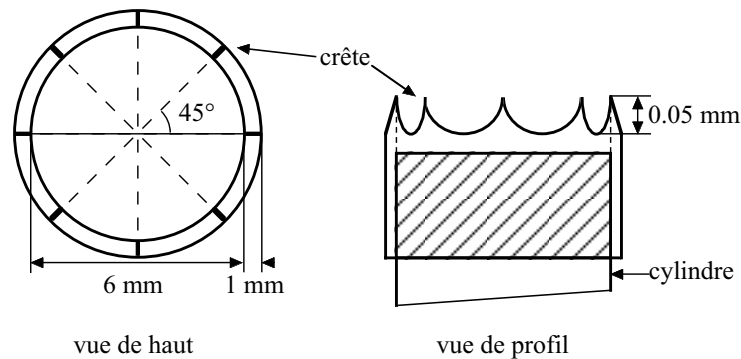


FIG. 5.6: Vues de face et de profil du créneau de  $0.05\text{ mm}$  de hauteur réalisé tous les  $45^\circ$  sur la couronne du cylindre d'impact.

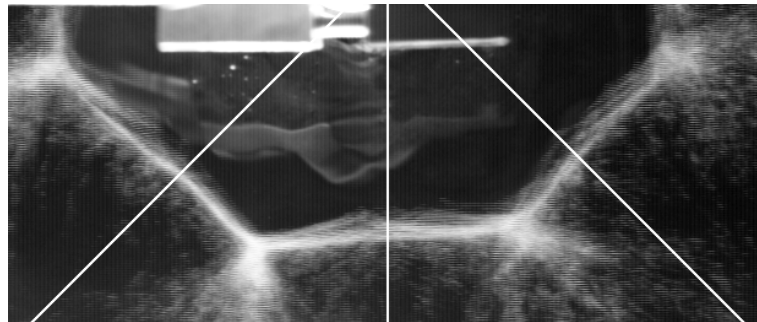


FIG. 5.7: Influence de défauts réguliers en sortie du cylindre d'impact sur la forme de la nappe libre. Les traits blancs correspondent à la position des crêtes sur la couronne. Le dispositif est vu de haut.

Un exemple de nappe obtenue sans vibration est présenté sur la figure 5.7. La nappe libre présente maintenant des cusps stationnaires. Les positions des sommets du créneau sont repérées par les lignes blanches. A chaque crête correspond une position minimale du bord libre de la nappe. Il se peut que la présence des bosses sur la couronne défléchisse localement les lignes de

courant en sortie du cylindre d'impact ce qui entraînerait un amincissement de la nappe en aval. Nous avons vu dans le chapitre 2 que la position du bord dépendait entre autres de l'épaisseur de la nappe. Une forte variation d'épaisseur devrait donc modifier la forme moyenne d'origine, qui est ici un disque. Sur la couronne lisse sans créneau, il existe vraisemblablement des défauts qui sont inhérents à la fabrication de la pièce. La présence de ces défauts se répercute sur le champ d'épaisseur de la nappe, figure 4.1. Dans ce cas, les variations d'épaisseur ne sont pas assez fortes pour fixer des lieux de formation de gouttes.

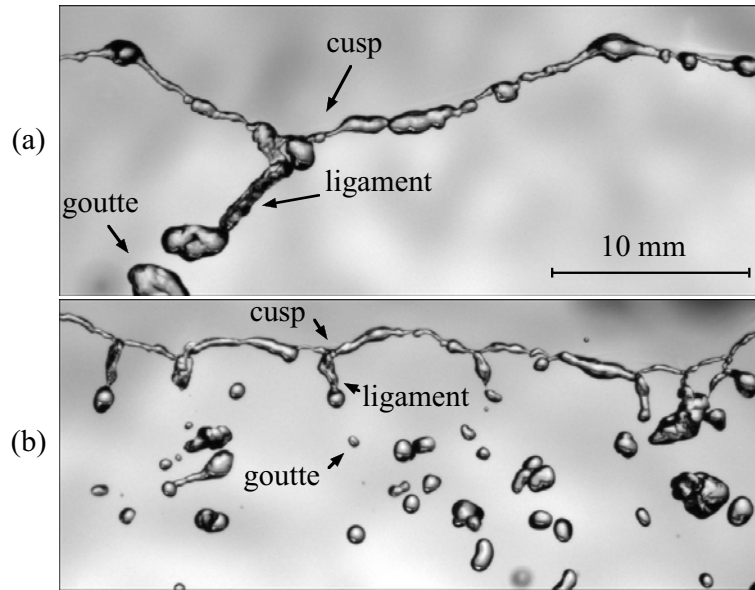


FIG. 5.8: Vues de haut de la formation des gouttes au niveau du bord de la nappe libre (a), et perturbée (b). L'échelle spatiale est la même sur chaque image.

Une vue détaillée de la formation des gouttes, dans les cas libre et perturbé, est présentée par la figure 5.8. L'échelle spatiale est la même sur ces deux images. L'extrémité de la nappe est formée d'un bourrelet dont le diamètre est très irrégulier. Le bord présente des indentations appelées cusps, à l'extrémité desquels des ligaments sont formés puis se brisent en gouttes. La taille des ligaments diminue et leur nombre augmente lorsque la nappe est soumise à des oscillations périodiques. Dans ce dernier cas, la position moyenne des lieux de formation de gouttes est stationnaire, elle est corrélée avec les modulations transverses d'épaisseur observées sur la figure 4.1 qui sont dues à des défauts sur le cylindre d'impact. Nous observons une inversion de la courbure des cusps entre l'état libre et l'état vibré. Il est à noter que Huang [41] observe des cusps semblables à ceux de la figure 5.8-a, et cela sans cylindre d'impact ni couronne puisque la nappe qu'il étudie est formée par l'impact de deux jets se faisant face.

### 5.1.4 Vitesse d'éjection des gouttes

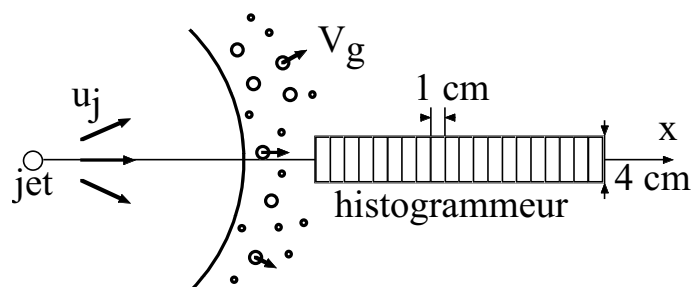


FIG. 5.9: Positionnement de “l’histogrammeur” utilisé pour la mesure de la vitesse d’éjection des gouttes  $V_g$ .

Le principe de mesure est présenté dans l’annexe C. La vitesse est déterminée à partir d’une approche balistique. Les gouttes remplissent un réceptacle parallélépipédique composé de cases de 4 cm de large séparées de 1 cm. Cet “histogrammeur” est placé selon un rayon de la nappe comme le montre la figure 5.9. La distribution des vitesses, dont un exemple est donné sur la figure 5.10, permet de déterminer la vitesse moyenne ainsi que l’écart type. Etant donné que l’atomisation de la nappe n’est pas isotrope, plusieurs mesures à différentes positions angulaires sont nécessaires. Les distributions pour cinq positions angulaires sont normalisées puis sommées pour chaque cas d’injection et de perturbation.

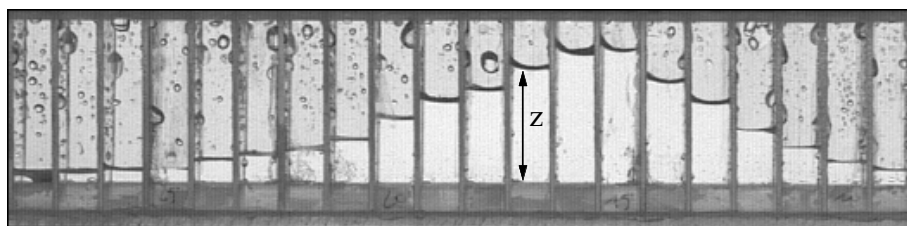


FIG. 5.10: Exemple d’une distribution obtenue expérimentalement à l’aide de “l’histogrammeur” permettant de mesurer une vitesse moyenne d’éjection des gouttes.

L’influence des paramètres de contrôle ( $a_0$ ,  $f$ ,  $u_j$ ) sur la vitesse moyenne des gouttes  $V_g$  normalisée par la vitesse d’injection  $u_j$ , est présentée sur la

figure 5.11. Les barres d'erreur correspondent à l'écart type de la distribution finale. Dans la gamme de perturbation étudiée, la vitesse moyenne des gouttes varie entre 10 et 30 % de la vitesse du jet. Elle augmente avec l'amplitude et la fréquence, mais l'influence de la fréquence semble être plus importante. En effet, la vitesse subit une augmentation de 100 % lorsque la fréquence est doublée alors qu'il faut tripler l'amplitude pour atteindre la même augmentation pour les deux cas de vitesse. Le graphique (c) montre l'influence de la vitesse initiale pour une condition de perturbation donnée et pour le cas libre. Lorsqu'il n'y a pas de perturbation, la vitesse des gouttes est en moyenne de l'ordre de 12 % de la vitesse d'injection. Par contre, si une perturbation est imposée, le rapport  $V_g/u_j$  augmente avec la vitesse du jet. Comme pour la taille de la nappe, plus la vitesse d'injection est importante et plus l'effet relatif sur la vitesse d'éjection est grand.

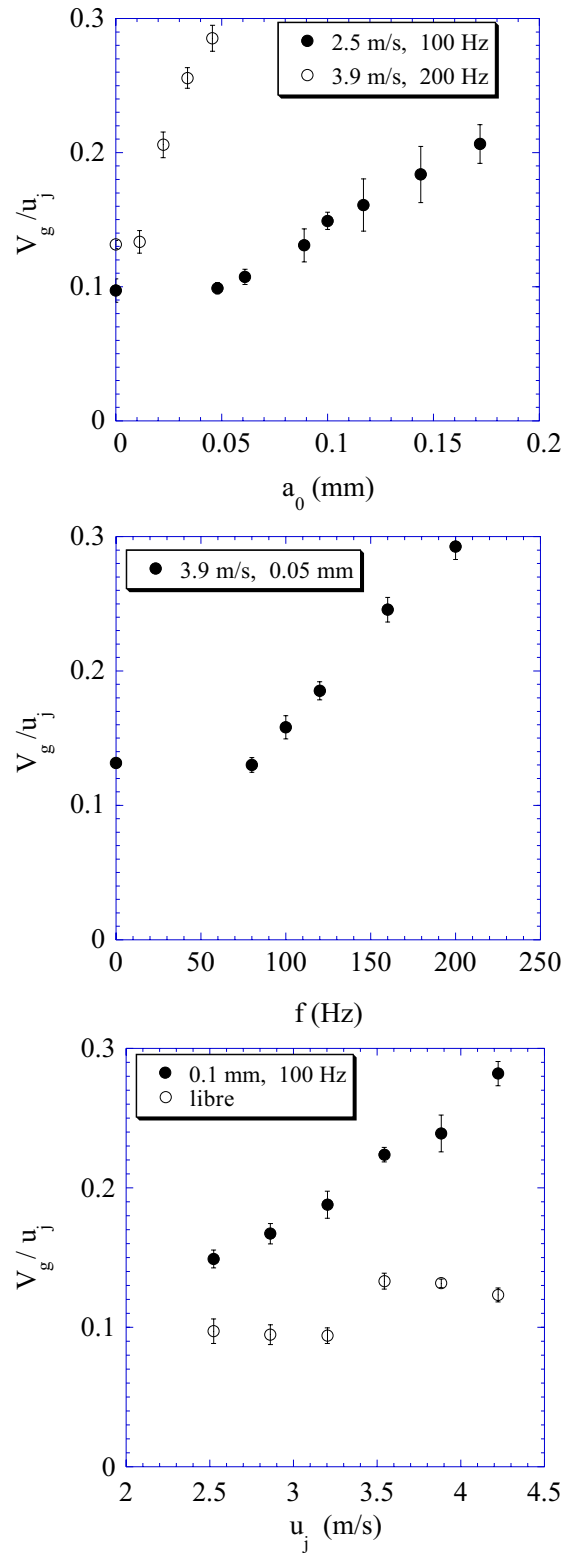


FIG. 5.11: Comportement de la vitesse d'éjection des gouttes d'eau normalisée par la vitesse d'injection en fonction des trois paramètres de contrôle, les conditions expérimentales sont indiquées sur chaque graphique.

### 5.1.5 Taille et distribution des tailles de gouttes

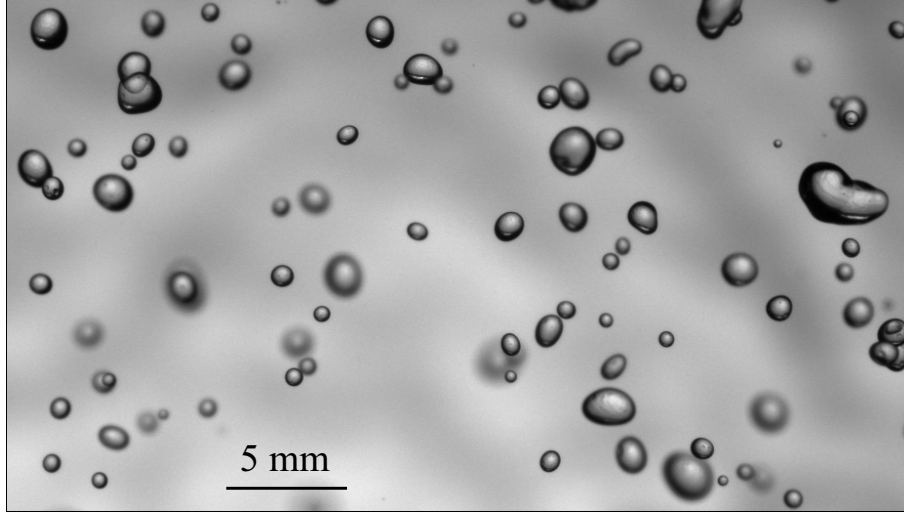


FIG. 5.12: Vue du spray dans le plan de la nappe vibrée montrant une dispersion des tailles de gouttes. L'image est à environ 5 cm du bord de la nappe ( $u_j = 3.9$  m/s,  $f = 240$  Hz,  $a_0 = 0.03$  mm).

La dernière étape de la caractérisation de l'atomisation porte sur l'influence des ondes sur la taille des gouttes. Cette partie présente l'effet de la fréquence et de l'amplitude de la perturbation ainsi que de la vitesse du jet sur la distribution des tailles des gouttes dans le spray. Les distributions sont déterminées à partir d'images obtenues par un système flash-caméra élaboré par Philippe Marmottant [60]. Le principe est présenté dans l'annexe C. La figure 5.12 montre un instantané du spray formé lorsque la nappe est perturbée. cette image met en évidence une dispersion des tailles de gouttes.

Les distributions sont calculées à partir d'un nombre de gouttes  $n$  compris entre 2 000 à 10 000. Ceci permet d'avoir une bonne résolution et donc une bonne estimation des premiers moments (moyenne, écart-type). Les distributions expérimentales sont discrètes et initialement non normalisées. Soient  $N_i$  le nombre de gouttes de taille  $d_i$  et  $\Delta$  la largeur des classes de la distribution. La fonction de densité de probabilité  $P$  est donnée par la relation :

$$P(d_i) = \frac{N_i}{\sum_{i=1}^n N_i \Delta} \quad (5.2)$$

La figure 5.13-a présente deux fonctions de densité de probabilité (pdf) typiques du diamètre des gouttes pour deux conditions de fréquence, 120 et 200 Hz. La vitesse d'injection ainsi que l'amplitude du vibreur sont les mêmes dans chaque cas. La forme de la distribution est asymétrique par rapport au pic de probabilité. La classe de taille de goutte la plus fortement



représentée correspond à un diamètre 4 fois plus grand que le diamètre associé à la probabilité maximale. De plus, le diamètre de la classe la plus probable diminue lorsque la fréquence de la perturbation augmente. La figure suivante présente la densité de probabilité du diamètre divisé par la moyenne arithmétique pour les mêmes conditions. Dans ce cas, les distributions sont équivalentes. Il semble que la fréquence ne change pas l'allure de la pdf de la taille des gouttes rapportée à la taille moyenne.

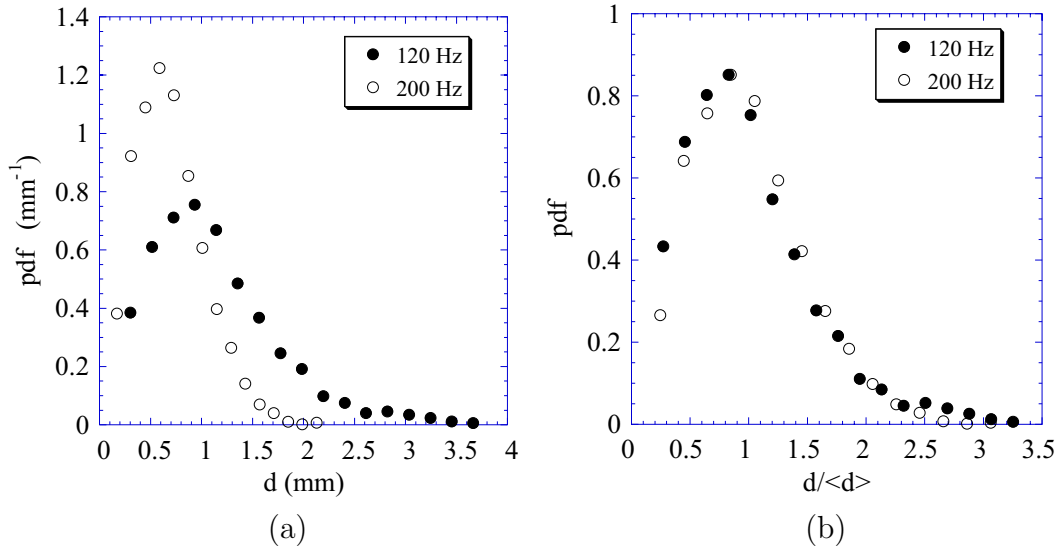


FIG. 5.13: (a) Fonction de densité de probabilité du diamètre des gouttes pour deux fréquences, 120 Hz ● et 200 Hz ○, la vitesse du jet ainsi que l'amplitude du vibreur sont les mêmes. (b) Fonction de densité de probabilité du diamètre des gouttes  $d$  rapporté à la moyenne  $\langle d \rangle$  pour les mêmes conditions que sur le graphique de gauche.

La figure 5.14 présente l'influence des paramètres de contrôle sur la pdf du diamètre des gouttes rapporté au diamètre moyen. Le graphique 5.14-a regroupe l'ensemble des pdf pour plusieurs amplitudes variant de 0.05 mm à 0.34 mm. Les données sont représentées dans une échelle semi-logarithmique sur le graphique 5.14-d afin d'observer la queue de la distribution. Les mesures se superposent pour former une distribution unique. C'est également le cas lorsque la fréquence varie de 80 à 320 Hz, graphiques 5.14-b et e, ou encore lorsque la vitesse d'injection varie de 2.8 à 5.0 m/s, graphiques 5.14-c et f. Il existe une légère différence sur l'amplitude du pic pour deux cas qui correspondent aux vitesses les plus petites. Pour ces vitesses, la densité de gouttes produites est plus faible. Les distributions étant construites à partir de moins d'événements, la différence au niveau du pic peut être due à une moins bonne convergence des distributions.

Dans l'ensemble, les distributions se superposent quelles que soient les conditions d'injection et de perturbation. Ainsi, en connaissant la taille

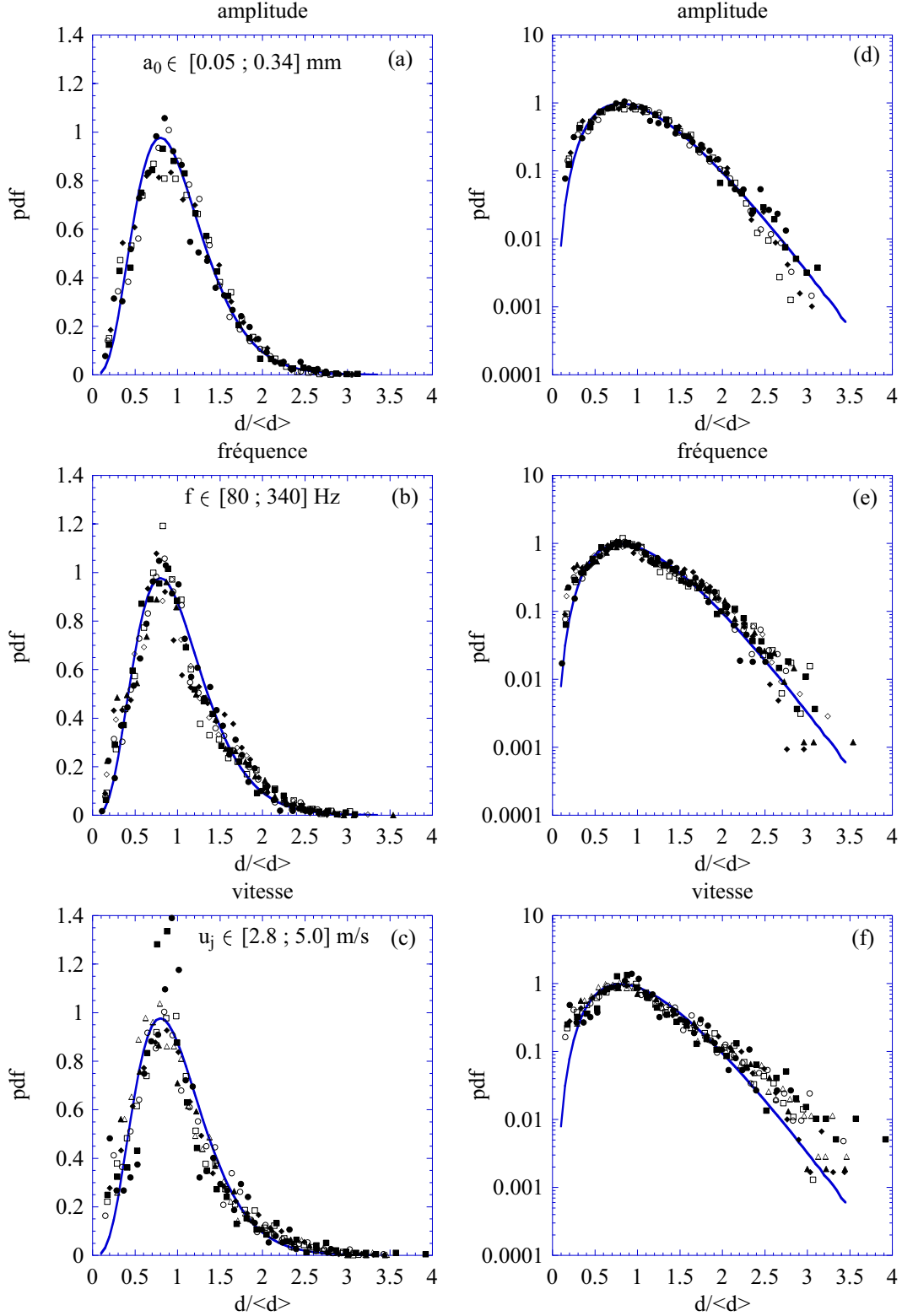


FIG. 5.14: Influence des paramètres  $a_0$ ,  $f$  et  $u_j$  sur la distribution des tailles de gouttes normalisées par la moyenne: les graphiques (a), (b) et (c) sont représentés en échelle semi-logarithmique respectivement sur les graphiques (d), (e) et (f). La courbe en trait plein est la même sur chaque graphique et représente la fonction Gamma pour  $n=5$ .

moyenne des gouttes pour des conditions de vitesse, fréquence et amplitude données, il est possible de prédire comment les tailles sont distribuées dans le spray. Ce type d'observation avait été relevé par Simmons en 1977 [87] [88] dans le cas de sprays de combustibles pour des conditions d'injection différentes.

La particularité de cette distribution est de présenter une asymétrie par rapport à la classe la plus probable dont le diamètre correspondant est légèrement plus petit que la moyenne. Il existe une probabilité non négligeable d'obtenir des tailles de gouttes grandes par rapport à la moyenne. Cette forme de distribution est le reflet de phénomènes d'agrégation, [28]. La formation de ligaments est une étape intermédiaire dans le processus d'atomisation. Ceci est remarquable sur la figure 5.8. D'après Villermaux, Marmottant et Duplat [98], la brisure d'un ligament résulte d'un processus de coalescence entre particules fluides qui forment un ensemble de gouttelettes potentielles. La fonction de densité de probabilité finale est une fonction Gamma d'ordre  $n$  résultant de  $n$ -fois la convolution d'une distribution élémentaire qui est une exponentielle décroissante, [61]. La distribution Gamma s'écrit [26]:

$$p(x) = \frac{n^n}{\Gamma(n)} x^{n-1} e^{-nx} \quad \text{où} \quad x = \frac{d}{\langle d \rangle} \quad (5.3)$$

$\Gamma$  est la fonction Gamma d'Euler,  $\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-t} t^{n-1} dt$ . Lorsque  $n$  est un entier,  $\Gamma(n) = (n-1)!$ . Cette distribution est tracée à l'ordre  $n = 5$  sur chaque graphique de la figure 5.14. La courbe s'ajuste sur l'ensemble des données. Elle représente bien l'ensemble des tailles distribuées dans le spray. Cette distribution est le reflet de la formation de gouttes à partir de ligaments initialement perturbés. Lorsque  $n$  augmente, la distribution Gamma tend vers une distribution de Dirac qui correspond à la brisure d'un ligament parfaitement cylindrique.

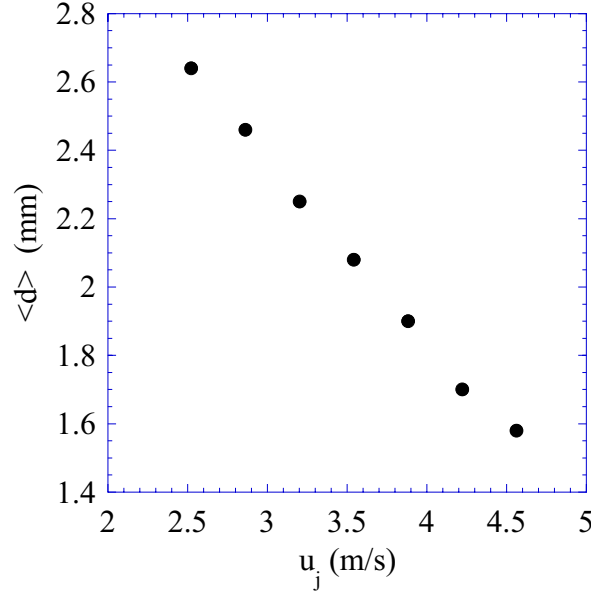


FIG. 5.15: Evolution du diamètre moyen des gouttes en fonction de la vitesse d'injection dans le régime stable sans perturbation.

L'étude de la taille des gouttes produites par la nappe sans perturbation (figure 3.1-a) est d'abord présentée sur la figure 5.15. Les gouttes mesurées se trouvent dans le même plan que la nappe. La caméra est normale au plan de la nappe (annexe C). La vitesse d'éjection des gouttes étant plus petite que dans le cas vibré, l'influence de la gravité est plus importante, et les gouttes s'écartent plus rapidement du plan de focalisation de la caméra. Ceci entraîne une réduction de leur nombre sur chaque cliché. De plus, le flux d'émission de gouttes est plus faible que dans le cas perturbé. Le nombre d'événements traités est donc plus petit dans ce cas là, entre 600 et 1500. Pour la plus petite vitesse, la taille moyenne des gouttes est de l'ordre du diamètre du jet (3 mm). L'augmentation de la vitesse a pour effet de diminuer cette taille, comme l'ont observé Clanet et Villermaux [11]. L'écart type est de l'ordre de 40 % de la valeur moyenne et diminue avec la vitesse.

Le cas perturbé est maintenant discuté. L'évolution du diamètre moyen des gouttes en fonction de l'amplitude, de la fréquence et de la vitesse est reportée sur la figure 5.16. La taille moyenne des gouttes est de l'ordre du millimètre. Dans tous les cas, la taille moyenne diminue lorsque l'un paramètre de contrôle augmente. Cette diminution est plus forte pour les amplitudes et les fréquences peu élevées. La présence d'ondulations sur la nappe peut entraîner une diminution du diamètre moyen des gouttes d'un facteur 0.4 par rapport au cas libre.

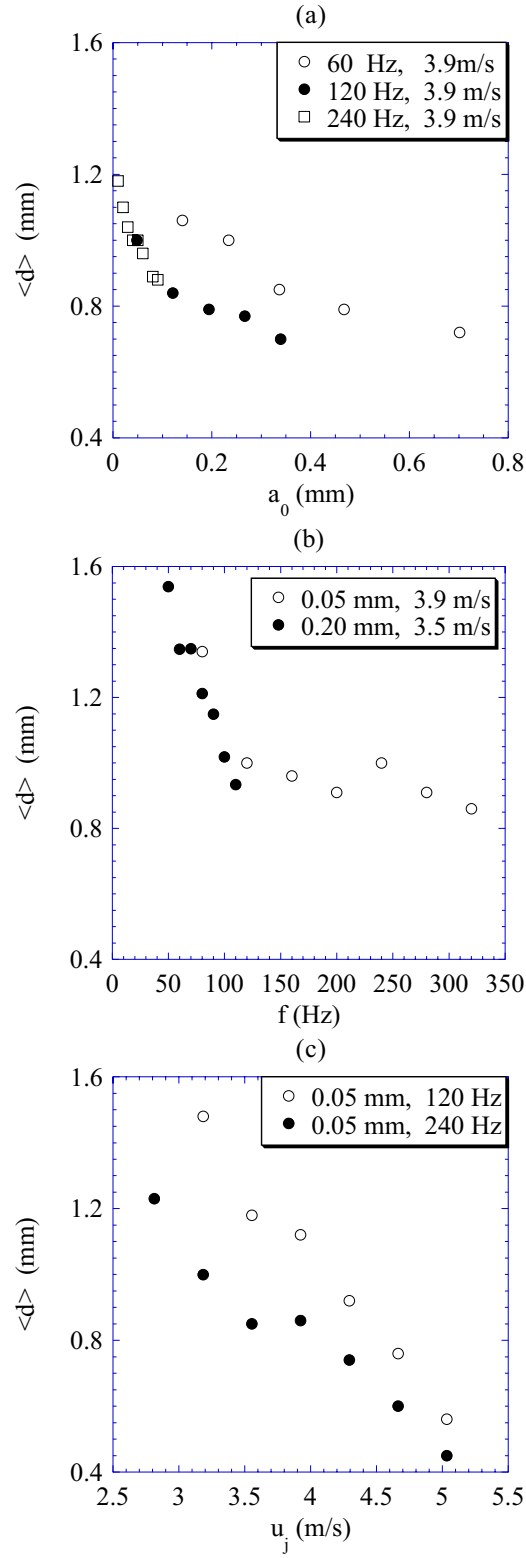


FIG. 5.16: Influence des paramètres de contrôle sur le diamètre moyen des gouttes d'eau.

## 5.2 Scénario d'atomisation: choc de 2 jets avec coalescence

### 5.2.1 Processus élémentaire

Comme nous l'avons vu sur la figure 5.8, le bord de la nappe libre ou perturbée présente des indentations à l'extrémité desquelles se forment des ligaments qui se brisent en gouttes. Un détail du bord de la nappe est présenté sur la figure 5.17-a dans le cas de la nappe libre. L'écoulement dans le bourrelet est dirigé vers le lieu de formation du ligament. Ce processus élémentaire d'atomisation peut être schématisé par le choc de deux jets avec coalescence, figure 5.17-b. Les gouttes sont formées à partir du ligament résultant.

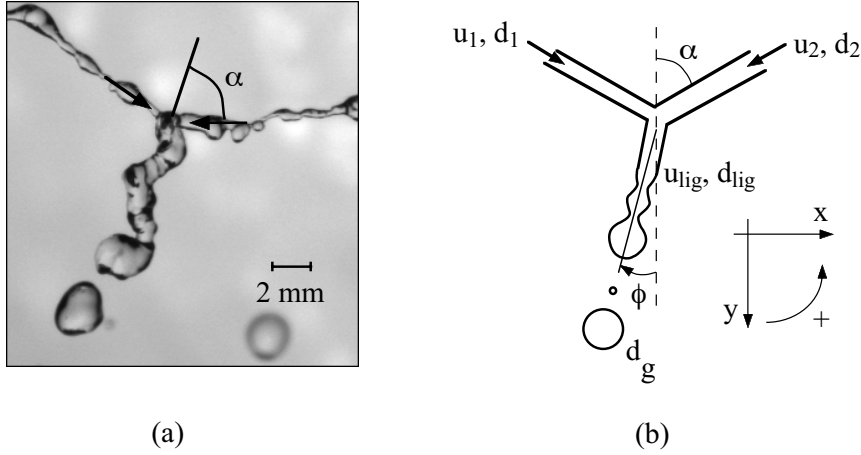


FIG. 5.17: (a) Formation de gouttes au niveau du bord de la nappe libre. (b) Schéma du choc des deux jets.

Dans la partie 5.1.4, nous avons vu que la vitesse d'éjection des gouttes est inférieure à 30 % de la vitesse d'injection, qui varie entre 2.5 et 5 m/s. Comme nous l'observons sur la figure 5.17-a, la taille du bourrelet est en-dessous du millimètre. Si nous approximons la vitesse à l'intérieur du bourrelet par celle des gouttes, alors le nombre de Weber des jets incidents constituant les cusps de la nappe est inférieur à 10. Cette situation est différente de celle étudiée dans le chapitre 2 concernant la formation de nappes liquides à partir de l'impact de jets dont les nombres de Weber étaient supérieurs à 100. Considérons l'impact de deux jets identiques de diamètre  $d_j$  et de vitesse  $u_j$  se faisant face ( $2\alpha = 180^\circ$ ). D'après l'équation B.18, l'épaisseur  $h$  de la nappe est égale à  $d_j^2/4r$ , où  $r$  est la position radiale dont l'origine est

sur l'axe commun des deux jets. Pour qu'une nappe puisse être formée, il faut que le bord de la nappe soit au minimum à  $r = d_j$ . La position du bord libre est déterminée à partir de l'égalité entre la vitesse du liquide  $u_j$ , et la vitesse du bord  $\sqrt{2\sigma/\rho h}$ . Dans ces conditions, il faut que le nombre de Weber des jets  $\rho d_j u_j^2 / \sigma$  soit supérieur à 8. C'est la raison pour laquelle le choc sur la figure 5.17-a ne forme pas une nappe mais un ligament.

### 5.2.2 Expérience modèle

Le dispositif expérimental reproduisant le processus élémentaire de formation des gouttes est présenté sur la figure 5.18. Des aiguilles, dont le diamètre est compris entre 0.21 et 2.69 mm, sont montées sur des supports pouvant se déplacer verticalement et horizontalement et dont la base est fixée sur une plaquette Microcontrôle angulaire. La gravité est perpendiculaire au plan du schéma. Ce dispositif permet de modifier l'angle d'impact  $\alpha$  qui varie de  $26^\circ$  à  $80^\circ$ . Le liquide utilisé est de l'eau. La vitesse des jets est ajustée pour que le résultat du choc soit un jet. Les nombres de Weber des jets sont ainsi assez faibles pour ne pas générer de nappes liquides identiques à celles étudiées au chapitre 2.

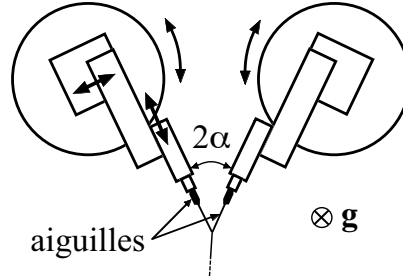


FIG. 5.18: *Dispositif expérimental de l'impact oblique de deux jets.*

La figure 5.19 présente des vues de dessus de la collision des jets pour trois rapports  $r_d$  des diamètres des jets initiaux ( $r_d = d_2/d_1$ ) et plusieurs vitesses du jet 2, la vitesse du premier étant fixée. Les jets font un angle entre eux égal à  $2\alpha = 90^\circ$ . A chaque ligne d'images correspond une valeur de  $r_d$ . La vitesse  $u_2$  du deuxième jet incident diminue de gauche à droite. Nous observons que l'angle du jet résultant  $\phi$ , défini sur la figure 5.17-b, change de signe lorsque la vitesse  $u_2$  diminue. Le ligament issu de la collision des deux jets présente un diamètre irrégulier. Cette prise de vue plongeante doit être complétée par une prise de vue par le côté afin de déterminer la section du ligament. La mesure de la taille des gouttes peut nous renseigner sur le diamètre du ligament. En effet, si nous supposons que le ligament se brise en gouttes par l'intermédiaire d'une instabilité de Plateau-Rayleigh, alors le diamètre moyen des gouttes est proportionnel au diamètre moyen du ligament.

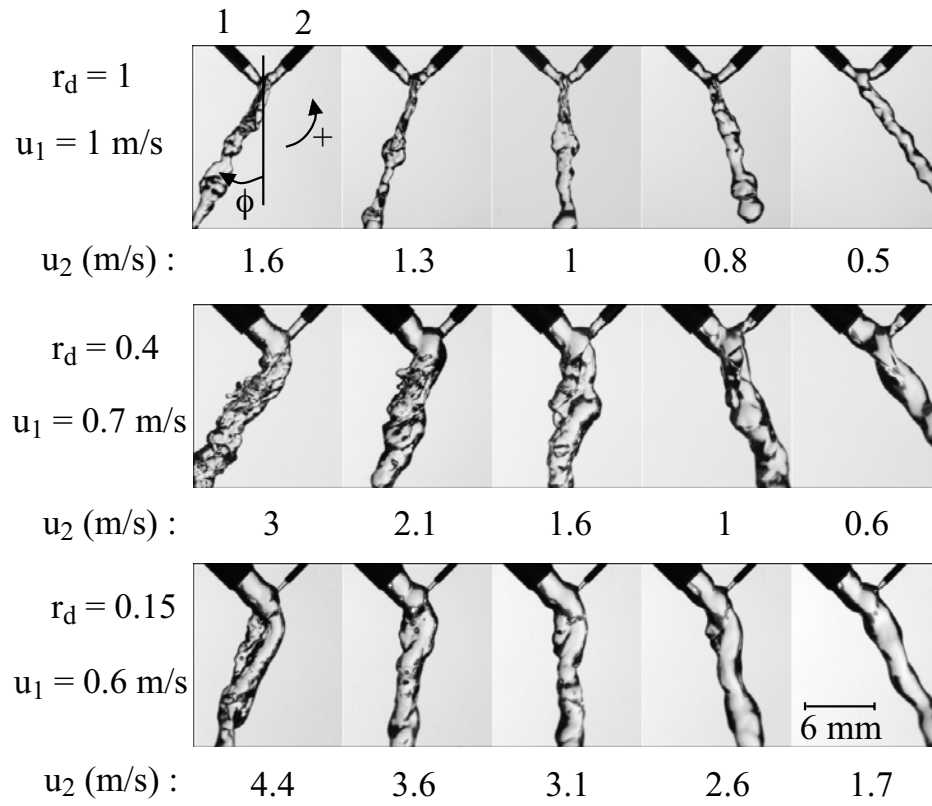


FIG. 5.19: Choc à 45° des deux jets pour trois rapports des diamètres, de haut en bas  $r = 1$ , 0.4 et 0.15. La vitesse du jet 1 est fixée et celle du jet 2 diminue de gauche à droite.



### 5.2.3 Analyse du choc

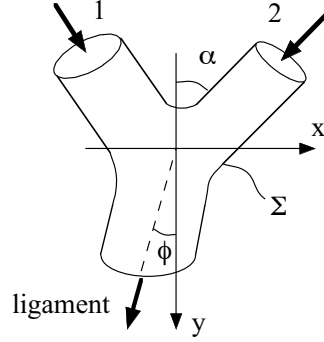


FIG. 5.20: *Volume de contrôle englobant la zone d'impact.*

Le résultat du choc est un ligament défini par sa vitesse  $u_{lig}$ , son diamètre  $d_{lig}$  et la direction  $\phi$  de sa vitesse. Ces trois inconnues sont déterminées à partir des lois de conservation de la masse et de l'impulsion à travers un volume de contrôle englobant la zone du choc. Ce volume de contrôle est présenté sur la figure 5.20. Le système est fermé puisqu'il comporte trois équations à trois inconnues. Le choc des jets est traité ici comme un choc de particules fluides avec coalescence. L'énergie n'est pas conservée, il s'agit d'un choc inélastique.

La surface  $\Sigma$  correspondant au volume de contrôle est composée de la surface libre de la zone d'impact et des sections perpendiculaires aux lignes de courant de chaque jet. La zone d'impact admet des limites élastiques et donc une géométrie variable.  $\Sigma$  est constituée d'une surface libre, la pression est ainsi uniforme. La contrainte sur la surface fermée  $\Sigma$  due à la pression est donc nulle. Le profil de vitesse dans chaque jet est supposé de type bouchon, et l'écoulement est supposé stationnaire. Les conservations de la masse et de la quantité de mouvement à travers le volume de contrôle se mettent sous la forme :

$$\text{masse: } \rho u_1 \frac{\pi d_1^2}{4} + \rho u_2 \frac{\pi d_2^2}{4} = \rho u_{lig} \frac{\pi d_{lig}^2}{4} \quad (5.4)$$

$$\text{impulsion selon x: } (\rho u_1^2 \frac{\pi d_1^2}{4} - \rho u_2^2 \frac{\pi d_2^2}{4}) \sin \alpha = \rho u_{lig}^2 \frac{\pi d_{lig}^2}{4} \sin \phi \quad (5.5)$$

$$\text{impulsion selon y: } (\rho u_1^2 \frac{\pi d_1^2}{4} + \rho u_2^2 \frac{\pi d_2^2}{4}) \cos \alpha = \rho u_{lig}^2 \frac{\pi d_{lig}^2}{4} \cos \phi \quad (5.6)$$

La résolution de ce système à trois équations permet d'obtenir  $\phi$ ,  $u_{lig}$  et  $d_{lig}$ .

$$\tan \phi = \frac{u_1^2 d_1^2 - u_2^2 d_2^2}{u_1^2 d_1^2 + u_2^2 d_2^2} \tan \alpha \quad (5.7)$$

$$u_{lig} = \frac{\left( (u_1^2 d_1^2)^2 + (u_2^2 d_2^2)^2 + 2u_1^2 d_1^2 u_2^2 d_2^2 (2 \cos^2 \alpha - 1) \right)^{1/2}}{u_1 d_1^2 + u_2 d_2^2} \quad (5.8)$$

$$d_{lig} = \left( \frac{u_1 d_1^2 + u_2 d_2^2}{u_{lig}} \right)^{1/2} \quad (5.9)$$

### 5.2.4 Mesures et comparaison avec le modèle

L'angle d'éjection  $\phi$  est mesuré pour un seul angle d'impact,  $\alpha = 45^\circ$ . La figure 5.21 regroupe l'ensemble des mesures. L'angle d'éjection est représenté en fonction du rapport des vitesses  $u_1/u_2$  pour plusieurs rapports  $r_d$  des diamètres. L'angle théorique issu de la relation (5.7) est tracé en trait plein. L'accord entre les expériences et la théorie est très bon pour les rapports 1 et 0.4. Pour le rapport 0.15, les données expérimentales s'écartent de la courbe théorique pour les grands rapports de vitesses.

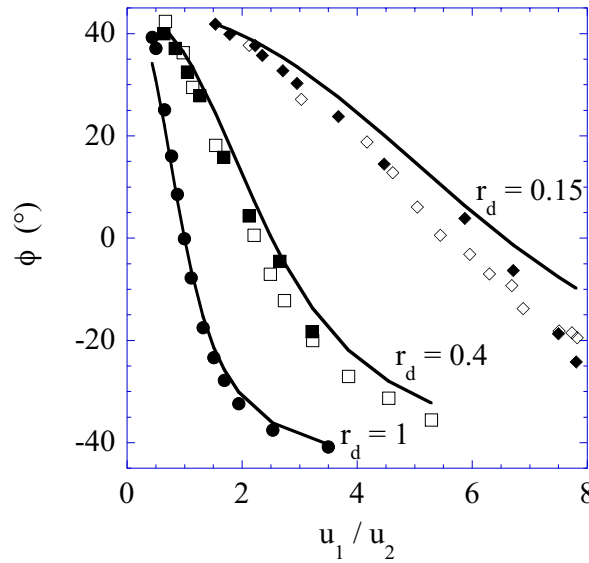


FIG. 5.21: Evolution de l'angle du jet résultant en fonction du rapport des vitesses des jets initiaux pour différents rapports des diamètres des jets. La courbe en trait plein représente la prédiction théorique. Les symboles creux correspondent à la permutation :  $1 \rightleftharpoons 2$ .

L'équation (5.7) est antisymétrique en 1-2, c'est-à-dire que  $\phi$  change de signe. Afin de vérifier cette propriété, les mesures correspondant à un rapport  $r_d$  inverse (2.5 et 6.6) sont représentées par les symboles creux sur la figure 5.21.

Cette fois-ci, c'est la vitesse du plus petit jet qui varie. Afin que les deux séries de mesures puissent être comparées aux premières, le signe de l'angle ainsi que le rapport des vitesses sont inversés. Les mesures se superposent, confirmant l'aspect antisymétrique du problème.

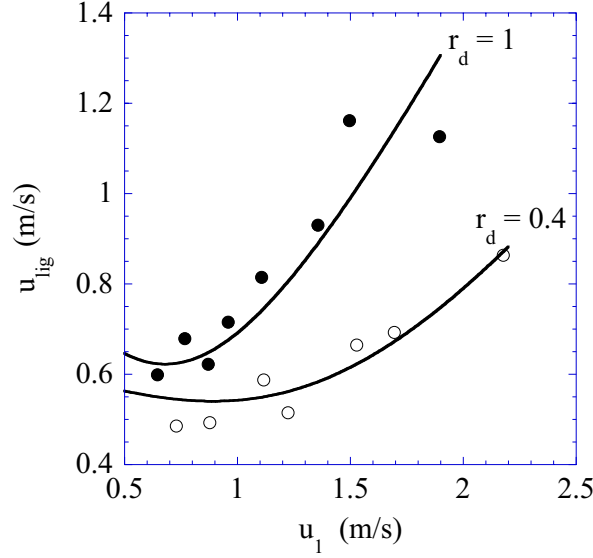


FIG. 5.22: Evolution de la vitesse du jet résultant  $u_{lig}$  en fonction de la vitesse du jet 1 lorsque la vitesse du jet 2 est fixée. La courbe en trait plein représente l'équation (5.8) pour deux rapports  $r_d$  1 et 0.4.

La vitesse  $u_{lig}$  du jet résultant est déterminée à partir de la forme du jet courbé par la gravité. Les deux jets initiaux sont horizontaux, le ligament sera donc plus ou moins courbé selon sa vitesse. La trajectoire du jet est récupérée à partir d'une image numérique, puis elle est ajustée par une parabole à un degré de liberté qui permet de calculer  $u_{lig}$ . L'écoulement dans le ligament est également considéré comme étant de type bouchon. Ceci est discutable à la vue des images de la figure 5.19 où le jet est clairement turbulent. Cette estimation de la vitesse est présentée sur la figure 5.22 en fonction de la vitesse du jet 1, en maintenant la vitesse du jet 2 constante et pour deux rapports  $r_d$  des diamètres initiaux. Elle est comparée à l'expression (5.8) qui est représentée en trait plein. Cette estimation semble compatible avec un modèle de choc inélastique.

Le protocole de mesure des tailles de gouttes est présenté dans l'annexe C. Le diamètre des gouttes  $d$  est déterminé à partir de l'aire  $A$  qu'elles occupent sur une image,  $d = \sqrt{4A/\pi}$ . Le diamètre des gouttes  $d_g$  doit nous renseigner sur la taille du jet. En effet, dans le cas d'un jet laminaire non visqueux de diamètre  $d_j$ , le mode le plus amplifié de l'instabilité de Rayleigh-Plateau donne naissance à des gouttes de diamètre  $d = 1.89d_j$ , [7].

La figure 5.23 compare les fonctions de densité de probabilité du dia-

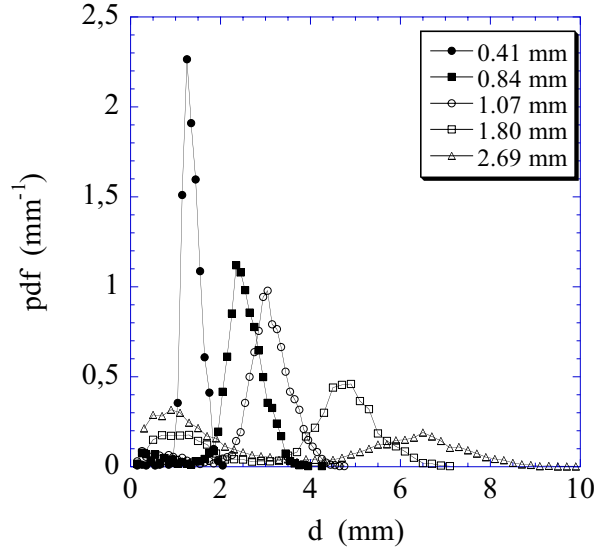


FIG. 5.23: Fonctions de densité de probabilité du diamètre des gouttes pour plusieurs diamètres initiaux, dans tous les cas  $\alpha = 45^\circ$ ,  $r_d = 1$  et  $u_1 = u_2$ .

mètre des gouttes  $d$  pour plusieurs tailles de jets initiaux. Les deux jets sont identiques, en vitesse et en taille, et l'angle d'impact est fixé à  $45^\circ$ . La pdf est très piquée pour les petits jets initiaux. Le pic s'élargit lorsque le diamètre des jets augmente et un deuxième pic apparaît au niveau des petites tailles. Ce deuxième pic peut être dû à la présence de gouttes satellites formées lors de la brisure du pont liquide joignant deux gouttes principales [5]. La formation du satellite est mise en évidence sur la figure 5.24. Une goutte

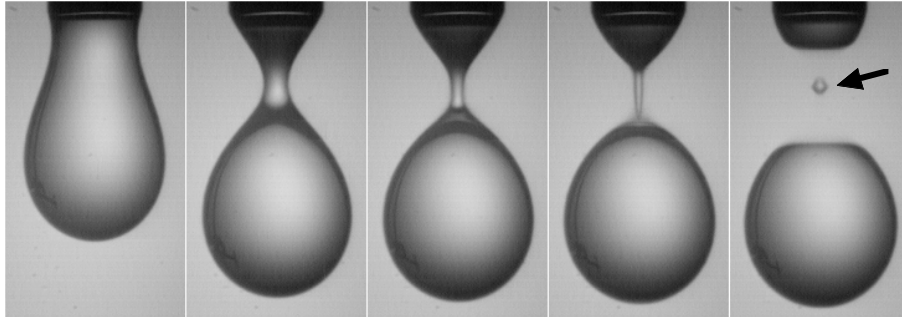


FIG. 5.24: Formation d'une goutte satellite lors de la brisure du pont liquide joignant une goutte à une aiguille.

est accrochée à une aiguille et se détache de cette dernière lorsque son poids n'est plus équilibré par les forces capillaires. Un pont liquide sépare la goutte à l'aiguille et forme une goutte satellite lors de la rupture.

Dans le cas d'un jet, un ou plusieurs satellites peuvent être formés. Le second pic observé ici correspond à un diamètre 6 à 7 fois plus petit que le

pic principal et donc un rapport de volumes inférieur à 0.5 %. Dans la suite, seul le premier pic est pris en considération,  $\langle d \rangle$  correspond au diamètre moyen au niveau du pic principal.

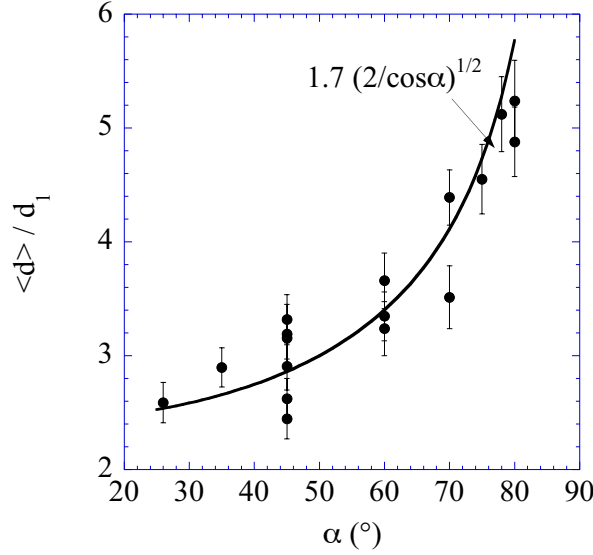


FIG. 5.25: Evolution du diamètre moyen  $\langle d \rangle$  des gouttes en fonction de l'angle d'impact, les jets incidents sont identiques. La courbe en trait plein correspond à l'équation (5.10) avec  $K = 1.7$ .

Si les deux jets initiaux sont identiques, *i.e.*  $d_2 = d_1$  et  $u_2 = u_1$ , alors  $\phi = 0$  et l'équation (5.9) devient :  $d_{lig} = \sqrt{\frac{2}{\cos\alpha}} d_1$ . La taille moyenne des gouttes  $\langle d \rangle$  est supposée être proportionnelle au diamètre du ligament :

$$\langle d \rangle = K \sqrt{\frac{2}{\cos\alpha}} d_1 \quad (5.10)$$

L'étude systématique de la taille moyenne des gouttes en fonction de l'angle d'impact et du diamètre des jets est reportée sur la figure 5.25. Les barres d'erreur correspondent à l'écart type du pic. La relation (5.10) est représentée en trait plein pour une constante de proportionnalité  $K$  égale à 1.7. Cette valeur est inférieure à la valeur attendue de 1.89 dans le cas idéal, et correspond un écart relatif de 10 %. Cette déviation peut être due à l'accélération du liquide par la gravité qui induit une diminution de la section par conservation du débit. Dans l'expérience, la gravité est normale au plan formé par les deux jet incidents. Le ligament est formé dans ce plan avec une vitesse horizontale initiale  $u_{lig}$  et un diamètre  $d_{lig}$ . Soit  $x$  la direction horizontale suivant la vitesse initiale. L'origine est prise au niveau de l'impact des deux jets incidents. A une distance  $x$ , la vitesse  $u_{ligx}$  du ligament est égale à  $u_{lig} \sqrt{1 + g^2 x^2 / u_{lig}^4}$ . Le liquide étant incompressible, le débit est

conservé et le diamètre  $d_{ligx}$  en  $x$  est ainsi égal à  $d_{ligx}(1 + g^2 x^2 / u_{lig}^4)^{-1/4}$ . Une diminution relative de 10 % du diamètre initial est atteinte pour un ligament de 5 cm de long et de vitesse initiale 0.8 m/s. L'action de la gravité peut donc être une cause possible de l'écart de taille observé sur la figure 5.25. Dans l'ensemble, le modèle prédit correctement l'accroissement de la taille des gouttes lorsque l'angle d'impact augmente.

### 5.2.5 Retour à la nappe libre

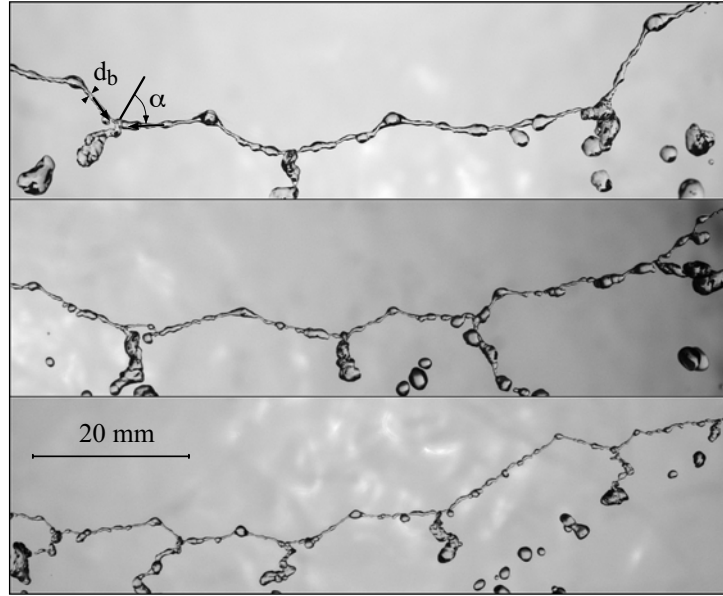


FIG. 5.26: Vues de dessus du bord de la nappe d'eau axisymétrique non perturbée pour trois vitesses de jet, de haut en bas: 2.9, 3.5 et 4.2 m/s. L'échelle spatiale est la même sur chaque image.

Nous proposons ici d'étendre le scénario précédent de formation de gouttes par collision de jets au cas de la nappe axisymétrique non perturbée. Nous ne connaissons pas la forme théorique du bord dans le cas libre de la nappe axisymétrique. Expérimentalement, nous pouvons mesurer la taille du bourrelet ainsi que l'angle des cusps. La figure 5.26 présente trois clichés du bord pour des vitesses d'injection différentes. L'échelle spatiale est la même sur chaque image. Le nombre d'indentations, ou cusps, augmente avec la vitesse. Les cusps sont formés de deux bourrelets dont le choc à l'apex produit un ligament. L'angle d'impact ne semble pas dépendre de la vitesse, mais il varie d'un cusp à l'autre,  $2\alpha = (140 \pm 15)^\circ$ . La figure 5.27-a présente l'évolution de la taille du bourrelet  $d_b$  en fonction de la vitesse d'injection  $u_j$ .  $d_b$  est

mesuré à l'extrémité des cusps avant la collision des deux bords. Nous observons que la taille du bourrelet à proximité de l'impact diminue lorsque la vitesse augmente. Le bord étant très irrégulier, l'erreur relative sur la mesure de son diamètre est de l'ordre de 25 %.

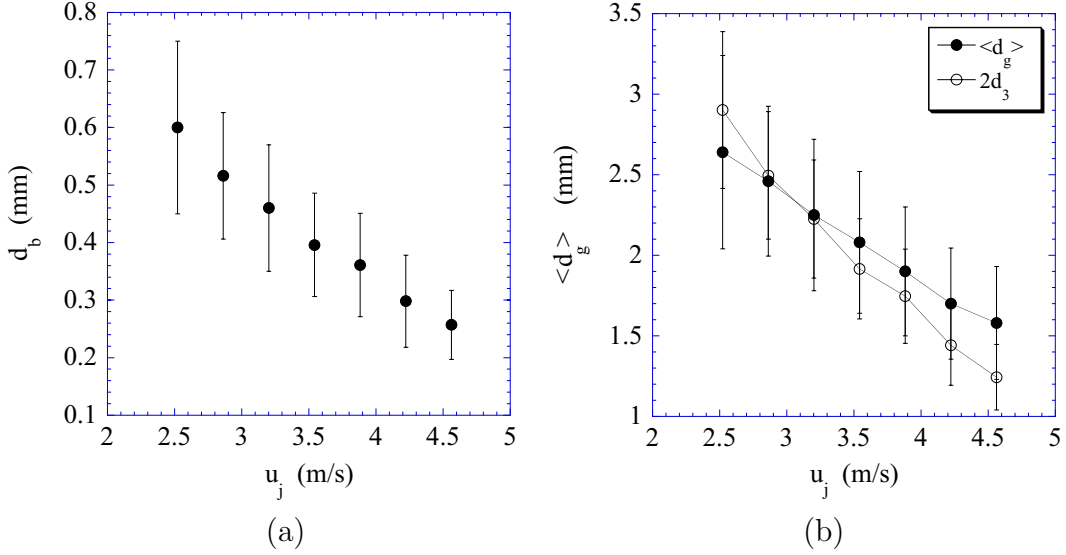


FIG. 5.27: (a) Diamètre du bourrelet de la nappe libre en fonction de la vitesse d'injection. (b) Comparaison entre le diamètre moyen des gouttes et l'estimation théorique du diamètre  $d_3$  du jet résultant en fonction de la vitesse d'injection.

Appliquons maintenant le modèle du choc avec coalescence pour estimer la taille des gouttes de la nappe libre. Nous supposons qu'en moyenne l'impact au niveau de l'extrémité est symétrique, c'est-à-dire que la taille du ligament est égale à  $d_{lig} = \sqrt{2/\cos\alpha}d_1$ . La taille des gouttes est supposée proportionnelle à la taille du jet. Le diamètre moyen  $\langle d \rangle$  des gouttes est présenté sur la figure 5.27-b en fonction de la vitesse d'injection. La relation (5.10) est comparée à la mesure directe  $\langle d \rangle$  en utilisant les mesures de  $\alpha$  et  $d_b$ . La constante de proportionnalité qui minimise l'écart entre la prédiction théorique et l'expérience est égale à 2. Les barres d'erreur du diamètre des gouttes correspondent à l'écart type de la distribution, celles du diamètre du ligament  $d_{lig}$  sont dues aux erreurs de mesures de l'angle d'impact et du diamètre du bord. L'ordre de grandeur est bon mais la dépendance en  $u_j$  n'est pas très bien décrite, le modèle prédit une décroissance plus rapide.

Nous avons fait ici l'hypothèse que le jet résultant était parfaitement cylindrique, ce qui conduit à une seule taille de gouttes, cas (a) de la figure 5.28. En réalité, le ligament est fortement déformé et donne naissance à plusieurs tailles de gouttes, cas (b) de la figure 5.28. Dans ce cas, la distribution possède une moyenne qui est supérieure à la taille issue d'un ligament cylindrique, [61].

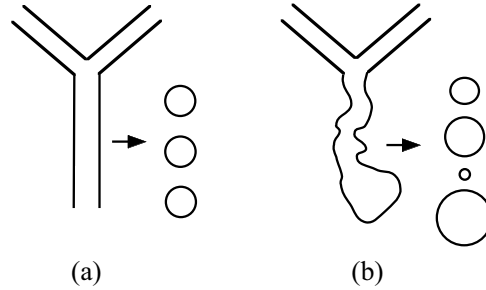


FIG. 5.28: *Distributions des tailles de gouttes selon que le jet résultant est cylindrique (a) ou présente des modulations de section (b).*

Ce scénario est alternatif à celui proposé par Clanet et Villermaux [11]. La forme des cusps étant courbée, les auteurs proposent un mécanisme de centrifugation semblable à celui illustré sur les figures 1.5 et 1.6. Le scénario présenté ici repose sur un processus élémentaire d'impact de deux jets. En connaissant les propriétés du bourrelet, il permet de déterminer la tailles des gouttes. Il reste ainsi à déterminer analytiquement la forme des cusps et la taille du bourrelet en fonction des conditions d'injection et des propriétés du liquide.



### 5.3 Origine de l'atomisation

La figure 4.1 montre que des ondulations de la surface de la nappe amplifient les inhomogénéités initiales du champ d'épaisseur de la nappe. L'origine de cette amplification peut être vue comme le résultat d'une instabilité de Rayleigh-Taylor dont l'analyse linéaire est détaillée dans le chapitre 4. Ces modulations d'épaisseur sont responsables de l'atomisation de la nappe. Cette section présente les conséquences de l'instabilité de Rayleigh-Taylor sur la taille de la nappe axisymétrique perturbée ainsi que sur la taille des gouttes et leur vitesse d'éjection. Le modèle proposé prend en compte l'instabilité primaire de cisaillement, présentée dans le chapitre 3 et l'instabilité secondaire de centrifugation. Cette section est composée de quatre paragraphes. Le premier paragraphe rend compte des déstabilisations primaire et secondaire de la nappe qui conduit à des modulations transverses d'épaisseur. Un deuxième paragraphe est consacré à la taille de la nappe déterminée à partir du champ d'épaisseur perturbé. Dans le troisième paragraphe, la forme des cusps est déduite du champ d'épaisseur, ce qui nous permet de déterminer la taille et la vitesse des gouttes à partir du scénario proposé dans la partie 5.2. Le modèle d'atomisation d'une nappe liquide en présence d'ondulations de la surface est enfin appliqué au cas sans forçage dans le régime drapeau.

#### 5.3.1 Déstabilisation transverse de la nappe

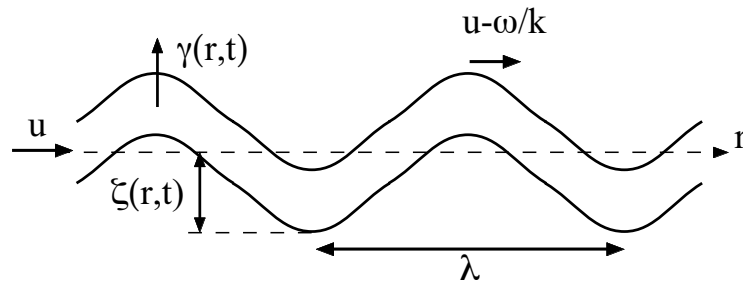


FIG. 5.29: Accélération  $\gamma$  imposée au liquide par une onde antisymétrique.

Nous avons vu dans le chapitre 3 que la vitesse de groupe  $v_g$  des ondes sinusoïdales se propageant sur une nappe liquide, donnée par l'équation (3.16), est plus petite que la vitesse  $u$  du liquide. Cette différence de vitesse induit une accélération centrifuge des particules fluides puisqu'elles se déplacent sur un motif ondulé, figure 5.29. L'élévation de la surface  $\zeta$  par rapport au niveau moyen dépend du temps et de l'espace. Nous nous intéressons

ici au cas forcé, c'est-à-dire lorsque la pulsation  $\omega$  des ondes est imposée par le vibreur. Dans ce cas, les ondes se propagent à la vitesse  $\omega/k$  dans le référentiel du laboratoire. Si maintenant nous nous plaçons dans le référentiel du liquide se déplaçant à la vitesse  $u$  par rapport au laboratoire,  $u$  étant plus grand que la vitesse de propagation des ondes, la surface oscille à la pulsation :

$$\omega' = ku - \omega \quad (5.11)$$

Lorsque la nappe est perturbée périodiquement à une fréquence plus petite qu'une fréquence critique  $f_c$  donnée par la relation (3.18), deux modes sinueux sont excités. Un mode est amplifié et l'autre amorti. Si la fréquence  $f$  d'excitation est supérieure à  $f_c$ , alors deux ondes stables sont générées. La longueur d'onde de la première onde, appelée mode  $k_-$ , diminue à l'approche du bord, et celle de la deuxième, appelée mode  $k_+$ , augmente. Seul le mode sinueux amplifié, dans le régime instable, et le mode  $k_-$ , dans le régime stable, sont pris en considération. Nous verrons que ces deux modes conduisent aux accélérations les plus importantes. Dans ce référentiel, l'élévation de la surface  $\zeta$  se met sous la forme:

$$\zeta = -a_0 e^{S_{KH}} \sin(\omega' t) \quad (5.12)$$

où  $a_0$  est l'amplitude imposée,  $S_{KH}$  est donné par la relation (3.32) et correspond au gain de l'instabilité de cisaillement. Suivant la fréquence imposée, ce gain peut être nul ou augmenter avec la distance au cylindre d'impact puis saturer. De même, le nombre d'onde  $k$  dépend de  $r$ . Puisque  $u$  est constant dans la nappe, l'espace est ici ramené au temps par la relation  $t = r/u$ . La longueur d'onde est supposée grande devant l'amplitude des ondes afin de justifier l'analyse linéaire de l'instabilité. L'accélération  $\gamma$  des deux interfaces reste dirigée suivant leur normale et s'écrit:

$$\gamma = \frac{d^2 \zeta}{dt^2} = a_0 e^{S_{KH}} \omega'^2 \sin(\omega' t) \quad (5.13)$$

Nous avons vu que le nombre d'onde  $k$  du mode amplifié, proche de celui du mode  $k_-$  dans le régime stable, augmente avec  $r$ . Ceci est présenté sur la figure 3.26-a. La pulsation  $\omega'$ , et donc l'accélération  $\gamma$ , augmentent avec  $r$  ou, ce qui revient au même, au cours du temps. Dans le cas stable, le nombre d'onde du mode  $k_-$  est égal à  $\omega(u - c)^{-1}$ ,  $\omega'$  vaut donc :  $\omega c(u - c)^{-1}$ .  $c$  est la vitesse intrinsèque des ondes sinueuses dans le régime stable, et correspond également à la vitesse de rétraction du bord libre. L'égalité des vitesses  $u$  et  $c$  définit la position  $R_j$  du bord libre de la nappe stable non perturbée. L'accélération diverge donc au niveau du bord. En tenant compte de la loi suivie par l'épaisseur (B.18), la vitesse des ondes sinueuses stables est  $c = u \sqrt{r/R_j}$ . L'accélération diverge ainsi comme  $r/R_j / (1 - \sqrt{r/R_j})^2$ .

Le nombre d'onde dans le cas instable est proche du cas stable, figure 3.26. L'accélération prend ainsi dans tous les cas des valeurs rapidement importantes. Dans le cas stable, pour une amplitude de 0.1 mm et une fréquence de 100 Hz, l'accélération maximale est déjà égale à  $230 \text{ m.s}^{-2}$  à mi-chemin du bord.

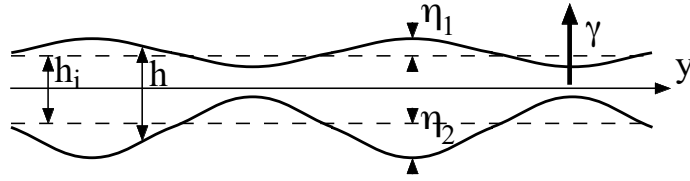


FIG. 5.30: *Modulations transverses d'épaisseur.*

Nous avons vu dans le chapitre 4 qu'une lame liquide soumise à une accélération perpendiculaire à son plan amplifie des modulations d'épaisseur. La figure 5.30 présente une coupe transverse de la nappe développant des modulations d'épaisseur. Les amplitudes initiales de la perturbation sont reliées par la relation (4.31), et se développent au même taux  $\omega_{i \text{ RT}}$  dont une approximation est donnée par la relation (4.36). La modulation d'épaisseur n'est pas symétrique haut/bas comme l'indique le schéma 5.30. Etant donné que l'accélération augmente avec  $r$ , et donc au cours du temps, il faut intégrer le taux de croissance de l'instabilité  $\omega_{i \text{ RT}}$  afin de déterminer l'évolution de l'épaisseur. Le gain  $S_{RT}$  de l'instabilité est donnée par :

$$S_{RT} = \int_0^t \omega_{i \text{ RT}}(t) dt \quad (5.14)$$

Soit  $h_i$  l'épaisseur de la nappe avant perturbation, l'épaisseur  $h$  au cours du temps est donnée par :

$$h = h_i - (\eta_1 - \eta_2) = h_i - (\eta_{01} - \eta_{02}) e^{S_{RT}(t)} \sin(k_t y) \quad (5.15)$$

Les ondes sont supposées localement planes et la direction transverse est repérée par l'axe  $y$ . On note  $k_t$  le nombre d'onde transverse associé au mode le plus amplifié. D'après les observations du champ d'épaisseur avant la perturbation, reportées dans le chapitre 4, la variation initiale d'épaisseur  $dh_0 = \eta_{01} - \eta_{02}$ , est de l'ordre du micron. En effet, la figure d'interférences de la nappe libre dans le régime lisse, présentée sur la figure 4.1, révèle une modulation transverse des franges d'interférences. Pour une position radiale donnée, un minimum des modulations des franges est séparé d'un maximum par environ 4 franges sombres ou claires. S'il s'agit d'une modulation d'épaisseur de la nappe et non d'une ondulation transverse des deux interfaces, étant donné que la longueur d'onde du laser est de 488 nm, l'ordre de grandeur de la variation d'épaisseur est le micron ( $dh_0 = \eta_{01} - \eta_{02} \sim 1 \mu m$ ).

### 5.3.2 Lieu de brisure

Dans le cas axisymétrique, la vitesse du liquide est considérée perpendiculaire au bord. En réalité, il existe des cusps instationnaires qui permettent d'évacuer le liquide et dont la forme reste inconnue, figure 5.8 Ce point est discuté dans le prochain paragraphe. Sans prendre en compte le détail de la forme du bord, la taille de la nappe peut être déterminée en égalisant la vitesse du bord  $c$  qui dépend de l'épaisseur et de la vitesse du liquide  $u$  [93]. Dans le régime lisse sans forçage, l'égalité des vitesses conduit à l'équation  $R_j = \rho d_j^2 u_j^2 / 16\sigma$ . Cette expression est correcte tant que la perte de vitesse au niveau de la zone d'impact est négligeable, on a ainsi  $u = u_j$ . Si maintenant il existe des modulations transverses d'épaisseur qui augmentent avec  $r$ , alors l'extrémité de la nappe se situe là où la vitesse du bord libre, basée sur la plus faible épaisseur, correspond à  $u_j$ . L'épaisseur minimale  $h$  en  $r$  s'écrit :

$$h(r) = h_i(r) - dh(r) = h_i(r) - dh_0 e^{S_{RT}} \quad (5.16)$$

L'égalité des vitesses,  $u_j = \sqrt{2\sigma/\rho h(r)}$ , conduit à :

$$\frac{r}{R_j} = \frac{1}{1 + dh(r)/h_0} \quad (5.17)$$

où  $h_0$  correspond à l'épaisseur de la nappe non perturbée à la position  $R_j$ . La résolution numérique de l'équation (5.17) donne la taille  $R$  de la nappe en présence d'une modulation transverse d'épaisseur qui dépend de  $r$ .

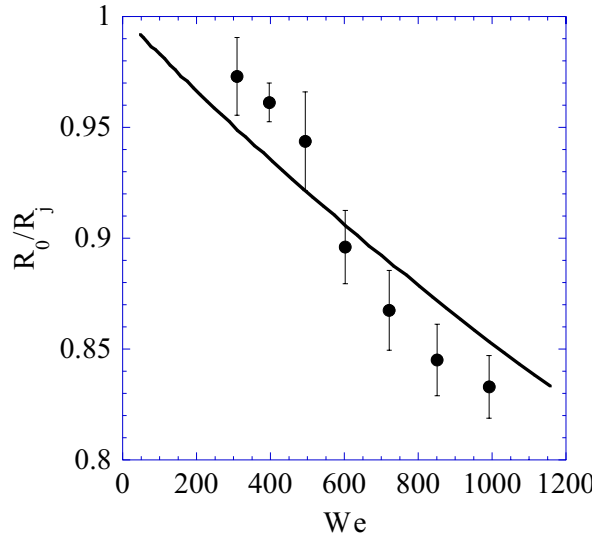


FIG. 5.31: Rapport du rayon expérimental de la nappe d'eau axisymétrique libre (●) et de la taille théorique (-) basée sur les propriétés du jet en fonction du nombre de Weber lorsque qu'il existe une variation d'épaisseur de 1  $\mu\text{m}$ .

Dans le cas libre, plus la vitesse du jet est grande et plus la différence entre la taille de la nappe mesurée et celle prédite est importante, figure 5.4. Si maintenant on considère qu'il existe une modulation transverse d'épaisseur d'amplitude  $dh_0$  de  $1 \mu m$ , alors l'équation (5.17) prédit une diminution du rapport  $R_0/R_j$  lorsque la vitesse augmente, figure 5.31. Le rôle des ondes est d'amplifier cette modulation initiale d'épaisseur, qui à son tour modifie la position du bord libre.

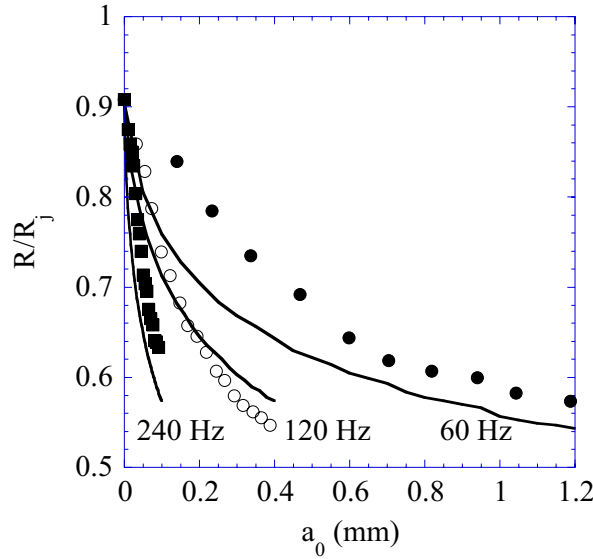


FIG. 5.32: Taille de la nappe normalisée en fonction de l'amplitude de la perturbation pour une condition de vitesse,  $u_j = 3.9 \text{ m/s}$ , et trois conditions de fréquence,  $\bullet$  60 Hz,  $\circ$  120 Hz et  $\blacksquare$  240 Hz. La prédiction théorique pour une variation d'épaisseur initiale  $dh_0$  de  $1 \mu m$  est représentée par la courbe en trait continu.

L'amplification des modulations initiales d'épaisseur dépend de l'accélération que subit le liquide. Cette accélération dépend de l'amplitude  $\zeta$  des ondes, de leur fréquence  $f$  ainsi que de leur nombre d'onde  $k$ . La fréquence est imposée par le vibreur. L'évolution en fonction de  $r$  de l'amplitude ainsi que celle du nombre d'onde sont déterminées à partir de l'analyse linéaire de l'instabilité primaire de cisaillement. Les caractéristiques du mode amplifié,  $\zeta(r)$  et  $k(r)$  sont ensuite utilisées afin de déterminer le gain de l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Ceci permet d'obtenir l'évolution de la variation d'épaisseur au cours de la propagation des ondes. Cette variation est injectée dans l'équation (5.17) dont la solution correspond à la position du bord libre.

La figure 5.32 présente une comparaison entre les mesures de la taille de la nappe d'eau et la prédiction du modèle proposé. Le rayon mesuré  $R$ , pour une vitesse donnée ( $3.9 \text{ m/s}$ ) et trois fréquences de perturbation (60, 120, 240 Hz), est représenté en fonction de l'amplitude du vibreur  $a_0$ . Le rayon

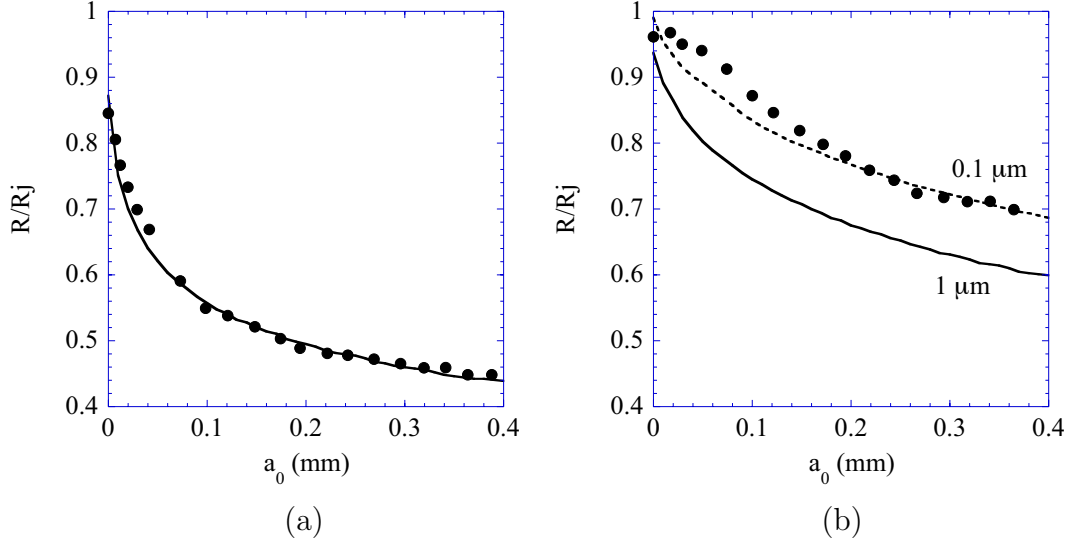


FIG. 5.33: (a) Taille de la nappe normalisée pour  $u_j = 4.6$  m/s,  $f = 120$  Hz et  $dh_0 = 1$   $\mu$ m. (b)  $u_j = 3.2$  m/s,  $f = 120$  Hz,  $dh_0 = 1$   $\mu$ m (trait plein) et  $dh_0 = 0.1$   $\mu$ m (trait en pointillés).

théorique est déterminé à partir d'une modulation initiale d'épaisseur  $dh_0$  égale à 1  $\mu$ m. Le modèle prédit une taille inférieure à celle mesurée, sauf pour la fréquence de 120 Hz, mais il rend compte du comportement global. Pour une fréquence donnée la taille de la nappe diminue rapidement pour les faibles amplitudes, puis semble saturer. Ceci est remarquable pour le cas  $f = 60$  Hz. De plus, le modèle prédit une diminution de  $R$  lorsque la fréquence augmente, comme observé expérimentalement.

Le graphique 5.33-a présente une comparaison entre le rayon théorique et le rayon expérimental pour une vitesse d'injection plus élevée, 4.6 m/s. Le rayon théorique est calculé pour  $dh_0 = 1$   $\mu$ m. Ceci correspond à l'ordre de grandeur de la perturbation initiale d'épaisseur observée sur la figure d'interférence présentée sur l'image 4.1-a. Nous observons un très bon accord entre les deux tailles. Il n'en est pas de même pour une vitesse plus faible, 3.2 m/s, comme le montre le graphique 5.33-b. Le rayon théorique, estimé avec  $dh_0 = 1$   $\mu$ m, est plus petit. Il peut être ramené à la valeur expérimentale si l'amplitude initiale de la modulation d'épaisseur vaut 0.1  $\mu$ m. Cela suggère que l'amplitude des variations d'épaisseur en sortie du cylindre d'impact dépend de la vitesse du jet. C'est une hypothèse qu'il faudrait vérifier.

La dépendance en fréquence de  $R$  est présentée sur la figure 5.34 pour trois conditions de vitesse d'injection, 3.2, 3.9 et 4.6 m/s. L'amplitude du vibreur est fixée à 0.05 mm. Le graphique 5.34-a présente l'évolution des rayons théoriques, pour deux  $dh_0$ , et expérimentaux en fonction de  $f$  pour  $u_j = 3.2$  m/s. Une fois de plus, une modulation initiale d'épaisseur de 0.1  $\mu$ m est plus adaptée pour cette vitesse. L'évolution de  $R$  en fonction de  $f$ , pour une vitesse plus grande (3.9 m/s) est reportée sur le graphique 5.34-b.

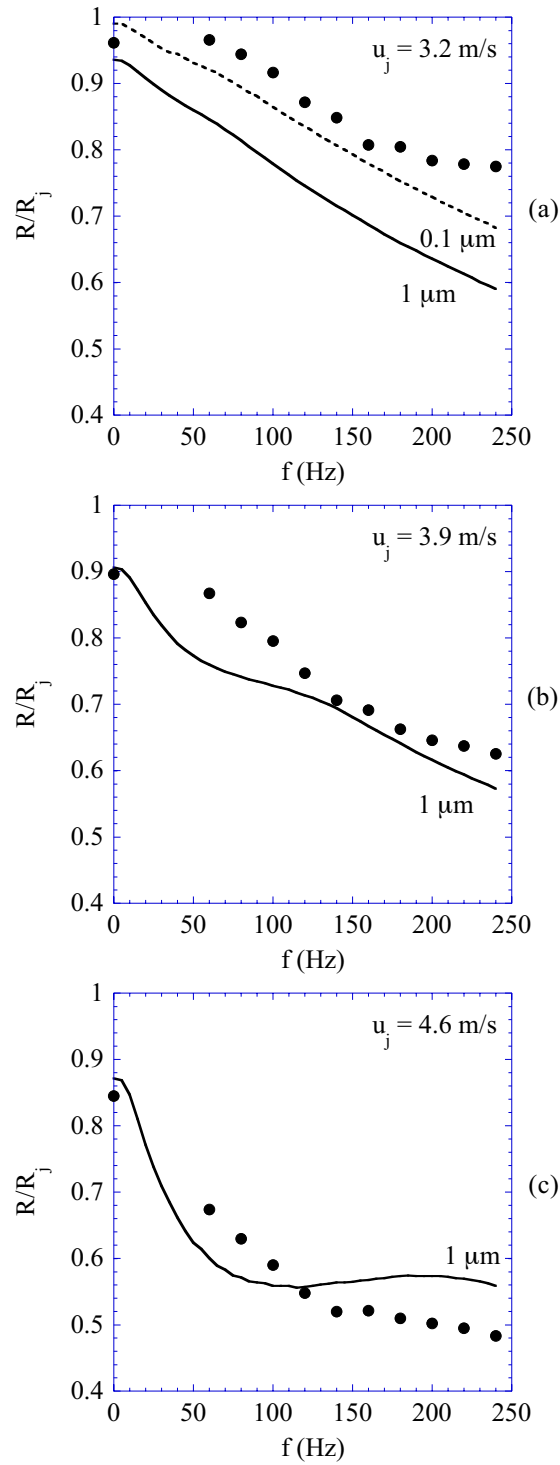


FIG. 5.34: Dépendance en fréquence du rayon normalisé, l'amplitude initiale du vibreur est fixée à  $0.05$  mm et les vitesses des jets sont de  $3.2$ ,  $3.9$  et  $4.6$  m/s.  $dh_0$  vaut  $1 \mu\text{m}$  pour les deux plus grandes vitesses.

L'accord est bon entre la prédiction du modèle et l'expérience. Pour une vitesse de 4.6 m/s, graphique 5.34-c, le modèle prédit une forte décroissance pour les faibles fréquences, dû au fait que le gain de l'instabilité primaire dépend de la vitesse et augmente avec  $u_j$ . A basses fréquences, l'amplitude initiale  $a_0$  est plus amplifiée et l'accélération communiquée au liquide est plus grande. Le gain de l'instabilité centrifuge est augmenté, et les modulations d'épaisseur sont ainsi plus amplifiées. De plus, il existe une fréquence de coupure de l'instabilité primaire entre les régimes stable et instable qui augmente également avec  $u_j$ . Au-delà de cette fréquence, l'amplitude initiale  $a_0$  n'est plus amplifiée.

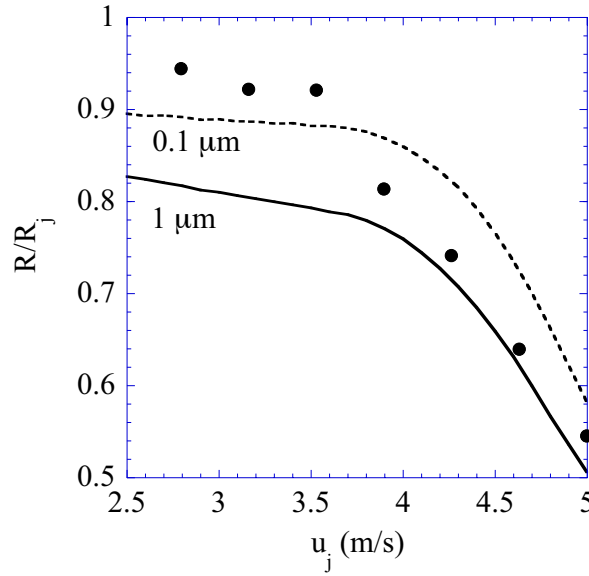


FIG. 5.35: Dépendance en vitesse du rayon normalisé de la nappe pour une condition de perturbation,  $f = 120$  Hz et  $a_0 = 0.05$  mm.

Le rayon normalisé de la nappe, pour une perturbation donnée, est présenté en fonction de la vitesse  $u_j$  sur la figure 5.35. La taille normalisée de la nappe est quasiment constante pour des vitesses inférieures à 3.5 m/s, puis elle diminue rapidement avec  $u_j$ . La taille prédite par le modèle est représentée en trait plein pour  $dh_0 = 1 \mu m$  et en trait pointillé pour  $dh_0 = 0.1 \mu m$ . Le modèle rend compte du plateau observé qui est suivi d'une forte diminution du rayon normalisé. La position du plateau, correspondant aux petites vitesses, est mieux estimée pour une modulation initiale d'épaisseur égale à  $0.1 \mu m$ . Quant aux vitesses supérieures à 3.5 m/s, une modulation initiale d'épaisseur égale à  $1 \mu m$  est plus appropriée. Le comportement de  $R$  en fonction de la vitesse peut être expliqué par le fait que le gain de l'instabilité primaire soit plus élevé pour les grandes vitesses, ce qui implique que l'accélération à laquelle est soumise la nappe est amplifiée. Il faut ajouter à cela un effet dû à la variation d'épaisseur locale relative, représentée par le terme  $dh/h_0$  de l'équation (5.17). L'épaisseur au niveau du bord de la nappe libre stable  $h_0$ , est inversement proportionnel au rayon de la nappe. Puisque



la taille de la nappe augmente avec la vitesse d'injection, l'épaisseur à l'extrémité de la nappe libre décroît lorsque la vitesse augmente. L'influence d'une variation d'épaisseur donnée est ainsi plus importante pour les vitesses élevées.

### 5.3.3 Taille et vitesse des gouttes

Nous avons vu dans le chapitre 2 que la forme que prend le bord d'une nappe liquide dépend de l'épaisseur de la nappe. Dans le cas de la nappe axisymétrique, le champ d'épaisseur est évalué à partir de l'étude concernant les développements des instabilités de cisaillement et de centrifugation. Nous pouvons donc déterminer les caractéristiques des cusps bordant la nappe, formés de deux bourrelets qui rentrent en contact à l'apex du cusp. Les caractéristiques du cusp comprennent la forme du cusp, la taille du bourrelet ainsi que la vitesse du liquide dans le bourrelet. A partir ces informations, nous allons exploiter le scénario de formation de gouttes par impact de jets avec coalescence présenté dans la partie 5.2.

Le schéma d'un cusp est présenté sur la figure 5.36. L'impact des bourrelets à l'apex du cusp est supposé symétrique. La taille des gouttes et leur vitesse d'éjection sont évaluées à partir de la vitesse  $u_b$  et du diamètre  $d_b$  du bourrelet au niveau du choc, et à partir de l'angle d'impact  $\alpha$ . Le diamètre moyen  $\langle d \rangle$  des gouttes est considéré proportionnel au diamètre  $d_{lig}$  du ligament résultant du choc. La vitesse des gouttes est supposée correspondre à la vitesse  $u_{lig}$  de ce ligament.

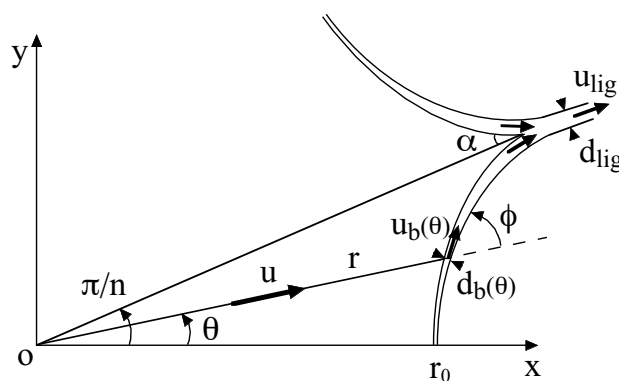


FIG. 5.36: Schéma du bord libre de la nappe en présence d'une modulation transverse d'épaisseur.

Considérons une modulation azimutale périodique d'épaisseur de la forme suivante:

$$h(r) = h_i(r)[1 - \varepsilon \cos(n\theta)] \quad (5.18)$$

$h_i$  est l'épaisseur initiale de la nappe avant la perturbation, elle est donnée par la relation (B.22),  $n$  correspond au nombre de cusps présents sur la nappe et  $\varepsilon$  au rapport de l'amplitude de la variation d'épaisseur et de l'épaisseur locale initiale. D'après l'équation (5.16) ce rapport dépend de  $r$ . Nous nous intéressons ici à l'épaisseur au niveau du bord, et nous verrons que l'amplitude des cusps est faible devant la taille de la nappe, ce qui implique que  $r$  varie peu sur la taille du cusp.  $\varepsilon$  est posé constant et sa valeur est déterminée au niveau de la position moyenne du bord de la nappe  $R$  discutée précédemment. Dans ce cas,  $\varepsilon$  correspond à l'écart relatif de la taille de la nappe par rapport à la taille sans modulation d'épaisseur :

$$\varepsilon = \frac{dh(R)}{h_i(R)} = 1 - \frac{R}{R_j} \quad (5.19)$$

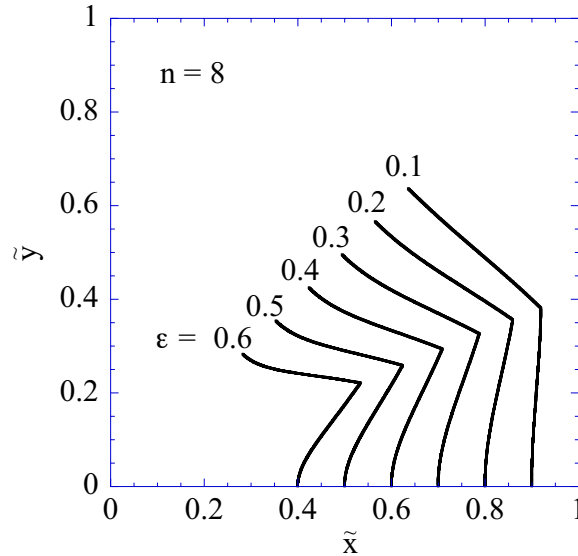


FIG. 5.37: Formes théoriques des cusps présents sur la nappe axisymétrique en présence de modulations azimutales d'épaisseur de différentes amplitudes. Les coordonnées cartésiennes sont adimensionnées par  $R_j$ . Le nombre total de cusps  $n$  bordant la nappe est fixé à 8.

La forme du bord libre est déterminée à partir de la résolution du système d'équations (2.14) correspondant aux bilan de masse et de quantité de mouvement dans le bourrelet. L'épaisseur est ici définie par la relation (5.18). Le système de coordonnées est présenté sur la figure 5.36. Le problème est symétrique par rapport à  $\theta = 0$ . Le système d'équations est intégré de  $\theta = 0$

jusqu'à  $\theta = \pi/n$ . Il est initialisé à une position légèrement différente de  $r_0$  qui correspond à la position d'équilibre entre les forces d'inertie et capillaire du liquide en  $\theta = 0$ , où l'épaisseur est la plus faible,  $r_0 = d_j We(1 - \varepsilon)/16$ . La figure 5.37 présente la forme du cusp pour plusieurs valeurs de  $\varepsilon$ . Les coordonnées cartésiennes  $x$  et  $y$  sont adimensionnées par la taille de la nappe théorique  $R_j$  sans variation d'épaisseur. Le nombre de cusps  $n$  est fixé à 8. L'angle d'impact  $\alpha$  correspond à la valeur que prend  $\phi$  en  $\theta = \pi/n$ .

La taille des gouttes est déterminée à partir des ligaments formés à l'extrémité des cusps bordant la nappe. Les gains des instabilités de cisaillement et de centrifugation sont d'abord calculés. Ceci nous permet d'obtenir le champ d'épaisseur qui présente une modulation périodique azimutale. La longueur d'onde transverse  $\lambda_t = 2\pi/k_t$  correspond au mode le plus amplifié de l'instabilité centrifuge. La taille  $R$  de la nappe est estimée par l'équation (5.17) grâce au champ d'épaisseur. Nous en déduisons la valeur de  $\varepsilon = 1 - R/R_j$ , ainsi que le nombre de cusps  $n$  présents sur le contour de la nappe :  $n = 2\pi R/\lambda_t$ .

Connaissant la valeur des paramètres  $\varepsilon$  et  $n$ , nous pouvons déterminer les caractéristiques des cusps. L'impact au niveau de l'extrémité du cusp est symétrique. Le diamètre  $d_{lig}$  du ligament est alors donné par :  $d_{lig} = d_b \sqrt{2/\cos \alpha}$ .  $d_b$  correspond au diamètre du bourrelet en  $\theta = \pi/n$  et l'angle de collision  $\alpha$  est égal à  $\phi(\pi/n)$ .

Nous faisons l'hypothèse qu'expérimentalement, la collision à l'apex des cusps est symétrique en moyenne. La taille moyenne des gouttes  $\langle d \rangle$  résultant de la brisure du ligament est supposée être proportionnelle au diamètre  $d_{lig}$  du ligament,  $\langle d \rangle = K d_{lig}$ . La figure 5.38 présente une comparaison entre les prédictions du modèle sur la taille des gouttes et l'expérience, en fonction des trois paramètres de contrôle ( $a_0$ ,  $f$  et  $u_j$ ). Les diamètres sont normalisés par le diamètre du jet  $d_j$ . La constante de proportionnalité  $K$  entre  $\langle d \rangle$  et  $d_{lig}$  est indiquée sur chaque graphique.

L'influence de l'amplitude  $a_0$  de la perturbation est présentée sur les graphiques (a) et (b). La vitesse d'injection  $u_j$  est fixée à 3.9 m/s. Nous observons un bon accord entre le modèle et l'expérience aussi bien pour les faibles amplitudes, (a), que pour des amplitudes plus élevées, (b).

L'influence de la fréquence  $f$  de la perturbation est présentée sur les graphiques (c) et (d). Le modèle prédit une diminution de  $\langle d \rangle$  avec  $f$  mais la décroissance théorique est moins rapide que celle observée pour les faibles fréquences correspondant au graphique (c). L'accord est meilleur pour les plus hautes fréquences présentées sur le graphique (d).

L'effet de la vitesse d'injection  $u_j$  sur la taille des gouttes est reporté sur les graphiques (e) et (f). L'amplitude du vibreur est fixée à 0.05 mm et la fréquence est égale à 120 Hz pour le graphique (e) et à 240 Hz pour le graphique (f). La décroissance de la taille des gouttes en fonction de  $u_j$  est bien évaluée pour  $f = 120$  Hz. L'accord est moins bon pour la fréquence de

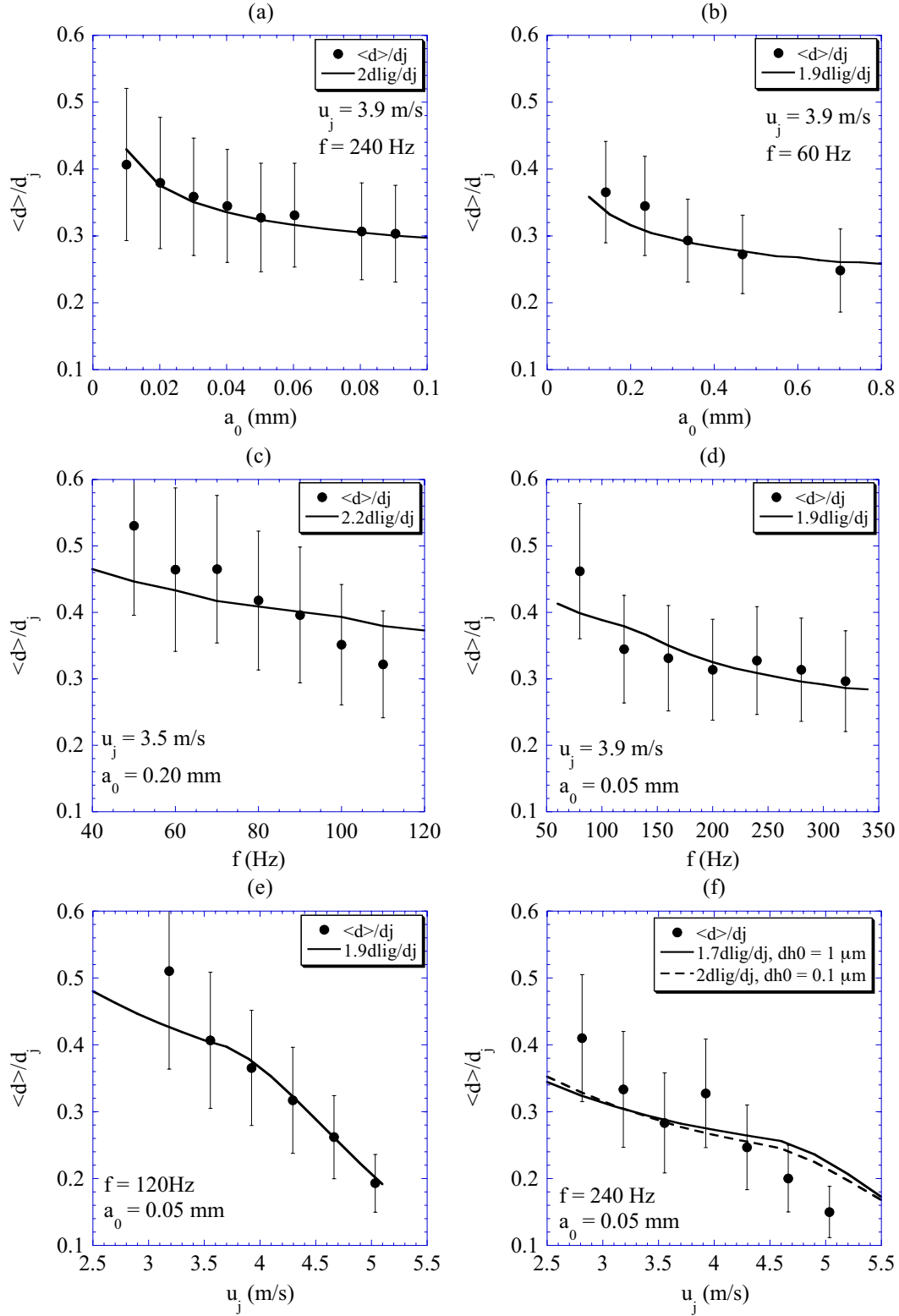


FIG. 5.38: Comparaison entre la taille moyenne expérimentale des gouttes  $\langle d \rangle$  et la taille théorique du ligament  $d_{lig}$  formé à l'extrémité des cusps bordant la nappe en fonction des paramètres de contrôle. La constante de proportionnalité entre les deux diamètres est indiquée sur chaque graphique. La variation initiale d'épaisseur  $dh_0$  est égale à  $1 \mu\text{m}$  de (a) jusqu'à (e), et prend les valeurs  $1 \mu\text{m}$  (trait plein) et  $0.1 \mu\text{m}$  (trait pointillé) sur le graphique (f).

240 Hz (f). La modulation initiale d'épaisseur  $dh_0$  est égale à  $1\ \mu\text{m}$  pour les graphiques (a) jusqu'à (e). Sur le graphique (f), le trait plein correspond à la prédiction de  $\langle d \rangle$  lorsque  $dh_0$  vaut  $1\ \mu\text{m}$ , et à  $0.1\ \mu\text{m}$  pour le trait en pointillé. Une variation de  $dh_0$  entraîne une faible modification de la loi suivie par  $d_{lig}$  en fonction de  $u_j$ . En revanche, la taille du ligament décroît lorsque  $dh_0$  est diminuée,  $K$  passe de 1.7 à 2.

Dans l'ensemble, le modèle prédit les bonnes tendances, c'est-à-dire que la taille moyenne  $\langle d \rangle$  des gouttes diminue lorsque  $a_0$ ,  $f$  et  $u_j$  augmentent. L'ordre de grandeur est bon, puisque la constante de proportionnalité  $K$  entre  $\langle d \rangle$  et la taille des ligaments est en moyenne égale à 2. Ceci est proche de la valeur théorique 1.89 attendue dans le cas idéal d'un ligament parfaitement cylindrique. La constante  $K$  dépend de l'amplitude initiale de la modulation d'épaisseur  $dh_0$ . La variation de  $K$  reste faible par rapport à la variation de  $dh_0$  : elle diminue de 15 % lorsque  $dh_0$  est multipliée par 10. Ces deux grandeurs sont les paramètres ajustables du modèle et sont à peu près égales à  $1\ \mu\text{m}$  pour  $dh_0$  et à 2 pour  $K$ .

Il est à noter que l'ordre de grandeur de la longueur d'onde transverse  $\lambda_t$  est le millimètre. Ceci n'est pas incohérent avec la distance entre les indentations observées sur la figure 5.3 qui est plus petite que le centimètre. Il faut rappeler que le taux de croissance de l'instabilité centrifuge en fonction du nombre d'onde  $k$  présente un plateau vers les petits  $k$ , comme le montre la figure 4.24. La sélection de la longueur d'onde n'est pas évidente et il se peut qu'une longueur d'onde plus grande que  $\lambda_t$  soit la plus amplifiée.

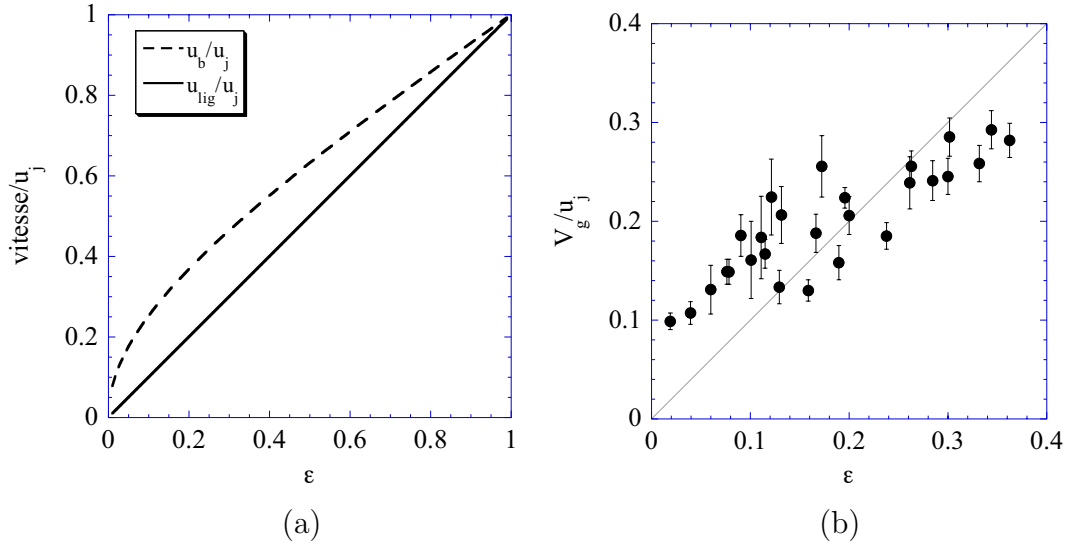


FIG. 5.39: (a) Evolution de la vitesse dans le bourrelet à l'extrémité du cusp (en trait pointillé) et de la vitesse du jet résultant en fonction de  $\varepsilon$ . (b) Vitesse des gouttes normalisée par la vitesse d'injection en fonction de  $\varepsilon$ .

La vitesse  $u_b$  dans le bourrelet à l'extrémité du cusp et la vitesse  $u_{lig}$  dans le ligament, sont tracées sur la figure 5.39-a en fonction de  $\varepsilon$ . Ces deux vitesses sont adimensionnées par la vitesse d'injection  $u_j$ . Pour un choc symétrique, la vitesse du jet résultant s'écrit  $u_{lig} = u_b \cos \alpha$ . Cette vitesse est égale au paramètre  $\varepsilon$ , elle est indépendante du nombre de cusps  $n$ . Nous constatons que cette égalité peut se comprendre à partir du bilan global de quantité de mouvement au niveau du bord en  $r = R$ :

$$\rho u_j^2 h(R) 2\pi R = 2\sigma 2\pi R + Q V_g \quad (5.20)$$

où  $Q$  est le débit massique,  $Q = \rho u_j \pi d_j^2 / 4$ , et  $V_g$  est la vitesse d'éjection des gouttes. Cette vitesse est normale au bord moyen et exerce une poussée sur ce dernier telle une fusée.  $V_g$  se met finalement sous la forme suivante :

$$\frac{V_g}{u_j} = 1 - \frac{16\sigma R}{\rho d_j^2 u_j^2} = 1 - \frac{R}{R_j} = \varepsilon \quad (5.21)$$

L'ensemble des mesures expérimentales de la vitesse des gouttes normalisées par la vitesse d'injection est tracé en fonction de  $\varepsilon$  sur la figure 5.39-b. La gamme de  $\varepsilon$  est faible et les mesures sont largement dispersées. Le protocole de mesure des vitesses de gouttes n'est pas assez performant. Il a été élaboré pour donner un ordre de grandeur de cette vitesse et non pour réaliser une étude systématique. Malgré tout, la tendance semble être confirmée.

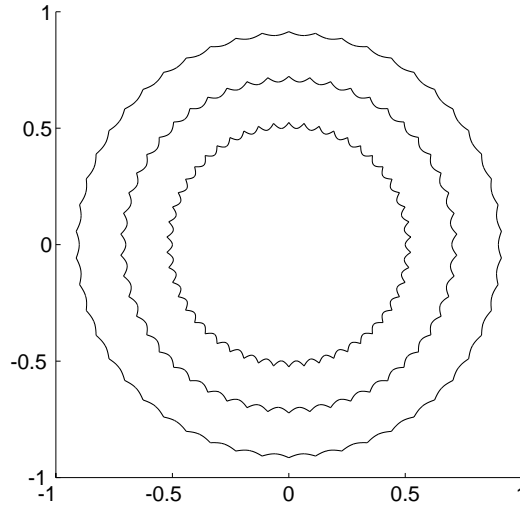


FIG. 5.40: *Forme de la nappe en présence d'une modulation d'épaisseur périodique ( $n=50$ ) pour différentes amplitudes, de l'extérieur vers l'intérieur  $\varepsilon = 0.1, 0.3, 0.5$ .*

La figure 5.40 représente la forme complète de la nappe en présence d'une modulation périodique d'épaisseur calculée pour différentes amplitudes. L'espace est adimensionné par  $R_j$ . Comme nous l'avons vu dans le

chapitre 2, la taille de la nappe est autosimilaire en  $d_j We$ . Cette forme est à rapprocher des clichés de la nappe perturbée regroupés sur la figure 5.3. Les cusps sont ici supposés stationnaires. Nous constatons que le signe de la courbure des cusps traduit la présence d'une modulation d'épaisseur azimutale.

### 5.3.4 Cas naturel

Voyons maintenant quelles sont les prédictions du modèle dans le régime naturellement instable, appelé régime drapeau, correspondant à l'image (b) de la figure 3.2. La nappe étudiée est axisymétrique. Elle est laissée libre, il n'y a pas de forçage au niveau du disque d'impact. Les taux de croissance de l'instabilité sont suffisamment importants pour amplifier de faibles perturbations qui se propagent sur la nappe sous forme d'ondes antisymétriques, d'amplitude croissant avec la distance  $r$  au jet. Pour la configuration eau/air, Huang [41] ainsi que Villiermaux et Clanet [97] observent expérimentalement une transition entre le régime lisse et le régime drapeau pour un nombre de Weber du jet de l'ordre de 1000. Villiermaux et Clanet étudient également des nappes formées dans du gaz  $SF_6$ , 5 fois plus dense que l'air, et observent un Weber de transition de l'ordre de 500.

L'analyse linéaire de l'instabilité est discutée dans le chapitre 3. Les surfaces de la nappe sont perturbées de façon harmonique,  $a_0 \exp(ikr - i\omega_{KH}t)$ , où  $a_0$  est l'amplitude initiale de la perturbation. L'équation de dispersion des ondes antisymétriques se propageant sur une nappe d'épaisseur  $h$  lorsque le nombre d'onde  $k$  est petit devant  $h$ ,  $kh \ll 1$ , est donnée par la relation (3.13). Dans le cas d'une nappe axisymétrique formée par la collision d'un jet cylindrique sur un disque solide, la vitesse d'écoulement dans la nappe, en négligeant les pertes visqueuses sur le disque, est égale à la vitesse du jet. L'épaisseur correspondante se met sous la forme  $h = d_j^2/8r$ . L'échelle de longueur correspond au rayon  $R_j$  de la nappe stable sans modulation d'épaisseur,  $R_j = d_j We/16$ . L'échelle de temps est égale à  $R_j/u_j$ . La forme sans dimension de l'équation (3.13) est ainsi :

$$\tilde{\omega}_{KH} = \frac{\tilde{k}}{1 + \alpha We^2 \tilde{r}/16\tilde{k}} \left[ 1 + \left( \tilde{r} \left( 1 + \frac{\alpha We^2 \tilde{r}}{16\tilde{k}} \right) - \frac{\alpha We^2 \tilde{r}}{16\tilde{k}} \right)^{1/2} \right] \quad (5.22)$$

Seul le signe + devant la racine carrée est considéré, car il conduit à des taux de croissance positifs. Lorsque  $\tilde{\omega}_{KH}$  est un complexe, la partie réelle  $\tilde{\omega}_{rKH}$  correspond à la fréquence des ondes et s'écrit :

$$\tilde{\omega}_{rKH} = \frac{\tilde{k}}{1 + \alpha We^2 \tilde{r}/16\tilde{k}} \quad (5.23)$$

La partie imaginaire  $\omega_{iKH}$  correspond au taux de croissance temporel des ondes et se met sous la forme :

$$\tilde{\omega}_{iKH} = \frac{(\alpha We \tilde{k} \tilde{r}/16)^{1/2}}{1 + \alpha We^2 \tilde{r}/16 \tilde{k}} \left(1 - \tilde{r} - \frac{16 \tilde{k}}{\alpha We^2}\right)^{1/2} \quad (5.24)$$

Afin de déterminer l'amplitude  $a(\tilde{k}, \tilde{r})$  des ondes en fonction de  $\tilde{r}$  et de  $\tilde{k}$ , il faut calculer le gain  $S_{KH}$  de l'instabilité, correspondant à l'intégration de  $\tilde{\omega}_{iKH}$  de 0 à  $\tilde{r}$  [97]:

$$S_{KH}(\tilde{k}, \tilde{r}) = \ln\left(\frac{a(\tilde{k}, \tilde{r})}{a_0}\right) = \int_0^{\tilde{r}} \tilde{\omega}_{iKH} d\tilde{r}' = \int_0^{\tilde{r}} \tilde{\omega}_{iKH} \frac{d\tilde{r}'}{\tilde{v}_g} \quad (5.25)$$

où  $\tilde{v}_g$  est la vitesse de groupe et s'écrit :

$$\tilde{v}_g = \frac{\partial \tilde{\omega}_{KHr}}{\partial \tilde{k}} = \frac{1 + 2\alpha We^2 \tilde{r}/16 \tilde{k}}{(1 + \alpha We^2 \tilde{r}/16 \tilde{k})^2} \quad (5.26)$$

Le gain de l'instabilité de cisaillement d'une nappe liquide axisymétrique s'écrit finalement sous la forme :

$$S_{KH}(\tilde{k}, \tilde{r}) = \int_0^{\tilde{r}} d\tilde{r}' \frac{1 + \alpha We^2 \tilde{r}'/16 \tilde{k}}{1 + 2\alpha We^2 \tilde{r}'/16 \tilde{k}} (\alpha We \tilde{k} \tilde{r}/16)^{1/2} \left(1 - \tilde{r}' - \frac{16 \tilde{k}}{\alpha We^2}\right)^{1/2} \quad (5.27)$$

L'accélération  $\gamma$  communiquée au liquide doit être définie dans ce régime afin de déterminer la taille  $R$  de la nappe, ainsi que la taille des gouttes formées à sa périphérie. Le liquide dans la nappe se déplace à la vitesse  $u_j$  sur un motif ondulé se déplaçant à la vitesse  $v_g$ . Villiermaux et Clanet ont mesuré la fréquence de passage en un point des ondes se propageant sur la nappe dans le régime drapeau. Ils observent que la pulsation correspond à  $\tilde{k}_m \tilde{v}_g$ , où  $\tilde{k}_m$  est le nombre d'onde du mode le plus amplifié. Dans le référentiel se déplaçant à la vitesse  $u_j$  du liquide, la pulsation  $\tilde{\omega}'$  est égale à  $\tilde{k}_m(1 - \tilde{v}_g)$ . L'accélération  $\tilde{\gamma}$  communiquée au liquide par le mode le plus amplifié est :

$$\tilde{\gamma} = \tilde{a}_0 e^{S_m(\tilde{r})} \tilde{k}_m^2 (1 - \tilde{v}_g)^2 \quad (5.28)$$

$S_m$  est le gain du mode le plus amplifié de l'instabilité de cisaillement et  $\tilde{a}_0$  correspond à l'amplitude initiale des perturbations. Le gain  $S_{RT}$  de l'instabilité de Rayleigh-Taylor, donné par la relation (5.14), est calculé à partir du taux de croissance  $\omega_{iRT}$  maximal donné par la relation (4.36). Il permet de connaître l'évolution en fonction de  $\tilde{r}$  d'une perturbation d'épaisseur initiale  $\tilde{d}h_0$ . La taille de la nappe  $\tilde{R}$  est déterminée à partir de la résolution de l'équation (5.17). La figure 5.41 présente la taille de la nappe normalisée par la taille  $R_j$  de la nappe stable et sans modulation d'épaisseur, en fonction du nombre de Weber. Deux cas sont présentés. Le premier correspond à la



configuration eau/air et le deuxième à la configuration eau/SF<sub>6</sub>. Les amplitudes initiales des perturbations  $a_0$  et  $dh_0$  sont toutes les deux posées égales à 1  $\mu\text{m}$ . Nous observons une transition entre le régime lisse et le régime drapeau pour un nombre de Weber de l'ordre de 1000 dans de l'air et de l'ordre de 500 dans du SF<sub>6</sub>.  $\tilde{R}$  varie en fonction de  $We$  à la puissance  $-4/3$ , ce qui correspond à une décroissance  $-1/3$  du rayon absolu. Ce résultat est cohérent avec les mesures de Huang [41] et de Villiermaux et Clanet [97], qui sont également présentées sur la figure 5.41-a. L'évolution correspondante de la taille des ligaments en fonction du nombre de Weber dans la configuration eau/air est présentée sur la figure 5.41-b. La taille moyenne des gouttes mesurée par Villiermaux et Clanet [97] est comparée aux prédictions. Le modèle prédit une décroissance plus rapide que l'expérience pour des nombres de Weber inférieurs à 3000, suivi d'un régime moins sensible à la variation du Weber et qui correspond aux observations. Il faut noter ici que le facteur de proportionnalité  $K$  entre la taille des ligaments et la tailles des gouttes est égale à 3.5. Ce facteur est ajusté au niveau du plateau.

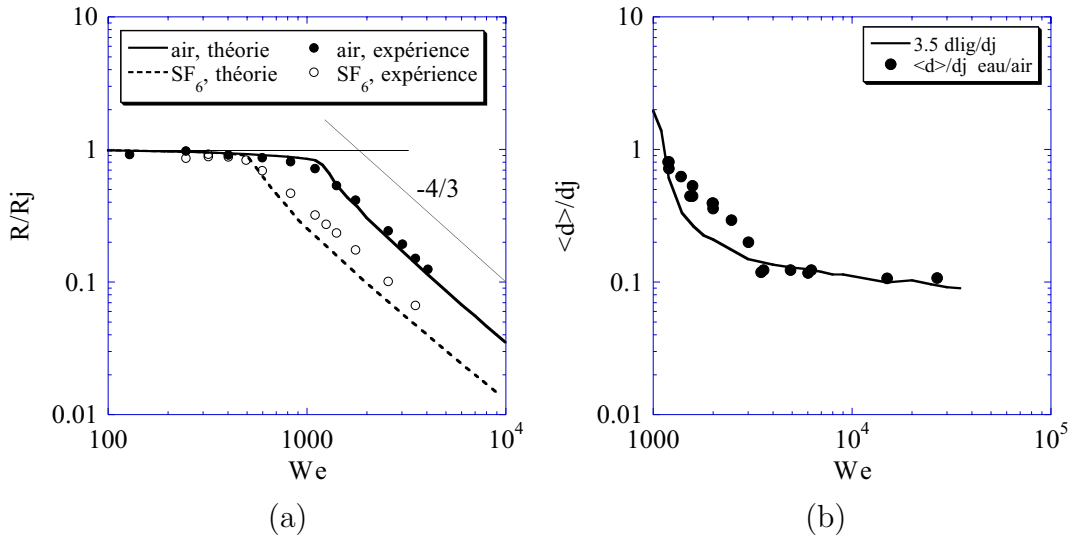


FIG. 5.41: (a) Rayon  $R$  de la nappe normalisé par le rayon  $R_j$  de la nappe stable sans modulation d'épaisseur pour les configurations eau/air, en trait plein, et eau/SF<sub>6</sub>, en trait pointillé. Les amplitudes initiales des perturbations de l'élévation de l'interface  $a_0$  et des modulations d'épaisseur  $dh_0$  sont toutes les deux posées égales à 1  $\mu\text{m}$ . Les symboles indiquent les mesures expérimentales de Villiermaux et Clanet [97]. (b) Evolution théorique de la taille des gouttes dans la configuration eau/air pour les mêmes conditions initiales que sur le graphique (a) (trait continu). Les symboles représentent les mesures expérimentales de Villiermaux et Clanet [97].

Pour des nombres de Weber proches de 10 000, le modèle prévoit des amplitudes de l'ordre du mètre à l'approche du bord. La longueur d'onde

longitudinale est de l'ordre du centimètre dans ce cas. La description linéaire des ondes n'est donc plus valable. Villiermaux et Clanet [97] observent que la vitesse de groupe des ondes diminue avec  $r$ , comme le prédit la théorie linéaire, mais qu'elle ralentissent très fortement à l'approche du bord jusqu'à paraître quasiment immobiles, comportement qui n'est pas prédit par la théorie linéaire. Ceci implique que le contraste de vitesse entre les ondes et le liquide, et donc l'accélération communiquée aux particules fluides, sont sous-estimés par la théorie. Il est donc nécessaire de développer une analyse non-linéaire de l'instabilité primaire de cisaillement dans une configuration axisymétrique. Parallèlement à cela, il faudrait mener une étude expérimentale plus complète que celle entreprise par Villiermaux et Clanet [97] sur les caractéristiques des ondes dans le régime drapeau. Dans le cas plan, c'est-à-dire pour une nappe d'épaisseur constante, Funschilling, Plaut et Skali Lami [29] observent un écart entre le gain expérimental de l'instabilité de cisaillement et celui prédit par la théorie linéaire. Lors de leurs expériences, l'amplification des ondes est plus faible que la prédiction théorique.

## Chapitre 6

### Conclusion

Cette étude met en avant le rôle principal joué par les modulations d'épaisseur des nappes liquides lors de leur fragmentation. Les nappes liquides étudiées sont formées par des écoulements laminaires, pour lesquels il existe deux régimes d'atomisation distincts suivant qu'il y ait ou non interaction avec l'air environnant initialement au repos.

Dans une première configuration expérimentale, les nappes sont formées par la collision de deux jets cylindriques identiques. Cette situation nous a permis d'étudier le régime sans interaction avec l'air, appelé régime lisse. Dans ce régime, deux types de nappes ont été obtenus. Le premier correspond à une nappe non fragmentée dont les caractéristiques, forme, vitesse et taille du bourrelet bordant la nappe sont déterminées à partir de la connaissance de la distribution d'épaisseur de la nappe. Cette distribution dépend de l'angle d'impact des jets ainsi que de leur diamètre. Le deuxième état obtenu correspond à une nappe fragmentée. La formation des gouttes semble être due à une instabilité du bourrelet de type Plateau-Rayleigh. Nous avons mis en évidence un couplage entre des modulations d'épaisseur de la nappe et le développement de l'instabilité du bourrelet. Des variations de la taille des jets ou de l'angle d'impact sont responsables de l'existence des variations d'épaisseur.

Un deuxième dispositif expérimental nous a permis de reproduire le régime drapeau pour lequel une instabilité de cisaillement se développe sur la nappe, induisant des ondulations de sa surface. La nappe étudiée est formée par l'impact d'un jet rond sur un cylindre. La nappe est perturbée dans le régime lisse en imposant une oscillation verticale au cylindre d'impact. Le forçage est contrôlé en fréquence et en amplitude de façons indépendantes. L'analyse linéaire de l'instabilité prédit correctement les caractéristiques des ondes se propageant sur la nappe (vitesse de propagation, fréquence, amplification).

Dans le régime drapeau, l'existence d'un contraste de vitesse entre le liquide et les ondes induit une accélération centrifuge transitoire des particules

fluides. Cette situation est instable au sens de Rayleigh-Taylor et conduit à des modulations d'épaisseur azimutales. Ces modulations d'épaisseur sont à leur tour responsables de la fragmentation de la nappe. Le champ d'épaisseur est déterminé à partir du développement des instabilités de cisaillement et centrifuge.

Le bord de la nappe est formé de cusps à l'extrémité desquels émergent des ligaments. La forme des cusps est conditionnée par le champ d'épaisseur. Le scénario de formation de gouttes proposé se résume par le choc avec coalescence des deux bourrelets constituant chaque cusp. Le résultat du choc est un ligament qui se brise en gouttes par capillarité.

Le modèle de fragmentation de la nappe en présence d'ondulations permet de déterminer la taille de la nappe, c'est-à-dire le lieu de brisure, la vitesse moyenne ainsi que la taille moyenne des gouttes en fonction des conditions d'injection et de perturbation. La forme de la distribution de la taille de gouttes, normalisée par la taille moyenne, ne dépend pas des conditions d'injection ni de perturbation. Ainsi, en connaissant la taille moyenne il est possible de prédire comment la taille de gouttes est distribuée dans le spray.

La déstabilisation d'une nappe liquide par le biais d'un mécanisme de type Rayleigh-Taylor a été mise en évidence lors d'une expérience mettant en jeu l'accélération d'un film de savon par une onde de choc. L'accélération est cette fois-ci impulsionnelle. Un traitement analytique original de l'instabilité nous a permis de retrouver les caractéristiques du développement de l'instabilité observées expérimentalement. Dans ce cas, les modulations d'épaisseur sont amplifiées et conduisent à la formation de trous dans le film, qui se connectent à leurs voisins par l'intermédiaire de ligaments qui se brisent en gouttes.

## Annexe A

### Effets de surface

Cette annexe est un rappel du concept de tension superficielle et de ses effets sur la brisure des jets liquides, sur l'éclatement de nappe liquides et sur les instabilités interfaciales de cisaillement et centrifuge. Une introduction plus générale à la physique des interfaces est présentée par de Gennes, Brochart-Wyart et Quéré [15].

#### A.0.5 Tension superficielle

La tension superficielle  $\sigma$  existant entre un liquide et un gaz est due à la différence des forces d'attraction exercées par chacun des milieux. Le liquide est un état condensé de la matière dans lequel les molécules s'attirent via une interaction de type van der Waals. Une molécule proche de l'interface séparant les deux milieux perd de l'énergie de cohésion. Le liquide ajuste sa surface afin de minimiser ce défaut d'énergie. La tension superficielle mesure cette perte d'énergie par unité de surface ( $kg.s^{-2}$ ). En d'autres termes, la tension de surface correspond à l'énergie qu'il faut fournir pour augmenter la surface d'une unité. Considérons une surface d'aire  $A$  délimitée par une frontière fermée définie par le vecteur  $\mathbf{r}(s)$ , où  $s$  est l'abscisse curviligne, figure A.1-a. L'énergie  $\delta E$  qu'il faut fournir pour augmenter la surface de  $\delta A$ , correspondant à un déplacement  $\delta \mathbf{r}(s)$  de la frontière s'écrit :

$$\delta E = \sigma \delta A = \sigma \oint d\mathbf{l} \cdot \mathbf{n} \cdot \delta \mathbf{r} = \oint \mathbf{f}_\sigma \cdot \delta \mathbf{r} \quad (\text{A.1})$$

La tension de surface s'oppose à cet accroissement de surface par le biais d'une force  $f_\sigma$  tangente à la surface, normale à la frontière et dirigée vers l'intérieur de la surface, figure A.1-a. La tension superficielle correspond ainsi à une force par unité de longueur :

$$f_\sigma = \sigma ds \quad (\text{A.2})$$

Considérons le cas général d'une surface courbée, figure A.1-b. Soit un élément infinitésimal  $ds_1 ds_2$  dont les côtés sont perpendiculaires aux plans

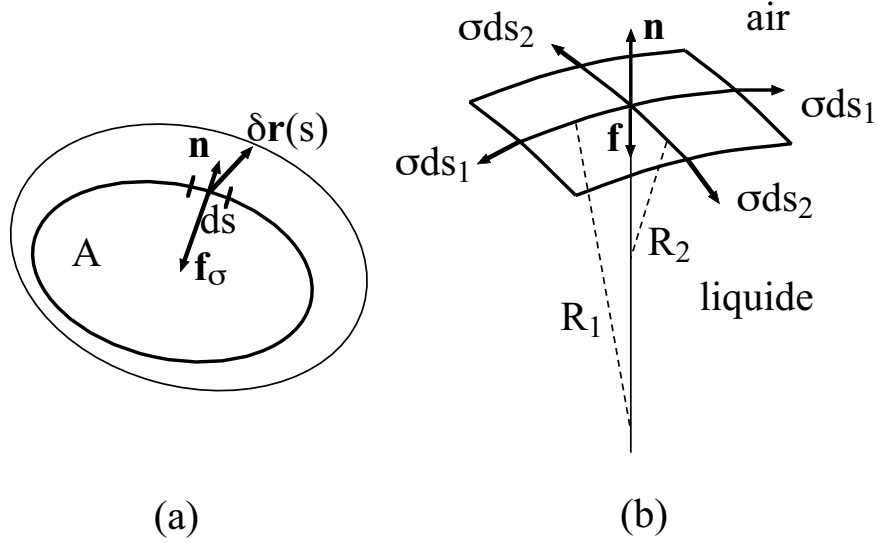


FIG. A.1: (a) Agrandissement d'une surface et force capillaire exercée sur la frontière. (b) Forces s'exerçant sur un élément infinitésimal d'une surface courbée.

principaux de la surface, de rayons de courbure principaux  $R_1$  et  $R_2$ . Les molécules du liquide exercent une force sur chaque côté de l'élément pour le maintenir en place. La résultante est dirigée dans le sens de la courbure. Cette force est égale à  $\sigma ds_1 ds_2 (1/R_1 + 1/R_2)$ . Dans le cas de la figure A.1, où la courbure est dirigée dans le sens opposé à la normale  $\mathbf{n}$  de l'interface, cette force correspond à une pression exercée sur le liquide. Le saut de pression  $\Delta p$  à la traversée de l'interface s'écrit :

$$\Delta p = \sigma(1/R_1 + 1/R_2) \quad (\text{A.3})$$

Il s'agit de la relation de Laplace. Une goutte sphérique de rayon  $R$  présente ainsi une surpression égale à  $2\sigma/R$  par rapport au milieu environnant.

### A.0.6 Brisure d'un cylindre liquide

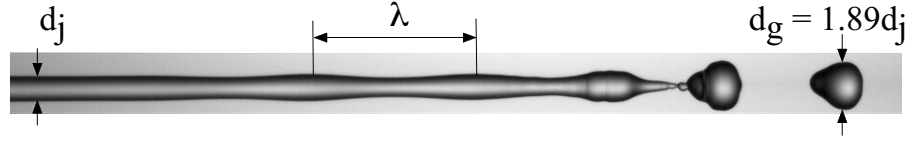


FIG. A.2: *Brisure en gouttes d'un jet cylindrique d'eau de 1 mm de diamètre.*

La tension superficielle est responsable de la brisure d'un cylindre liquide. Un exemple est montré sur la figure A.2. Il s'agit d'un jet d'eau laminaire de 1 mm de diamètre. Cette instabilité peut être décrite à partir de considérations sur la pression à l'intérieur du jet.

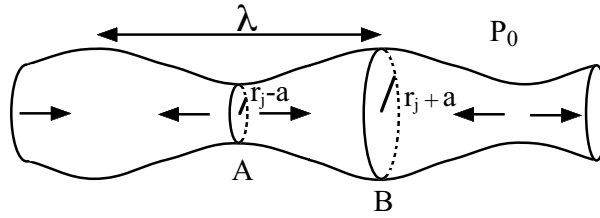


FIG. A.3: *Principe de l'instabilité d'un cylindre liquide.*

Considérons un cylindre de rayon initial  $r_j$ , dont le rayon est perturbé sinusoïdalement à une longueur d'onde  $\lambda$  et une amplitude  $a$ , figure A.3. Une déformation de l'interface entraîne un saut de pression proportionnel à la somme des deux courbures principales. Pour de faibles amplitudes devant la longueur d'onde, les pressions au niveau du pincement, point  $A$ , et au niveau du renflement, point  $B$ , sont données par :

$$P_A = P_0 + \frac{\sigma}{r_0 - a} - \sigma a k^2 \quad (\text{A.4})$$

$$P_B = P_0 + \frac{\sigma}{r_0 + a} + \sigma a k^2 \quad (\text{A.5})$$

où  $P_0$  est la pression du milieu environnant et  $k$  le nombre d'onde. Si la pression en  $A$  est plus grande que la pression en  $B$ , alors le liquide au niveau du point  $A$  est déplacé vers le point  $B$ . Ceci augmente l'amplitude de la perturbation jusqu'à la rupture du pont liquide séparant deux renflements. Lorsque  $a \ll r_j$ , cette différence de pression est égale à :

$$P_A - P_B = \frac{2\sigma a}{r_j^2} (1 - (kr_j)^2) \quad (\text{A.6})$$

Cette situation est instable lorsque  $kr_j < 1$ . Plateau en 1873 [72] arrive à cette conclusion à partir des travaux de Savart de 1833 [82]. En 1879, Rayleigh [76] démontre qu'un jet est toujours stable pour des perturbations purement non-axisymétriques. Il détermine l'évolution temporelle d'une perturbation harmonique,  $\exp(i(kx - \omega t))$ , à partir d'une analyse de stabilité linéaire. Puisqu'il existe un nombre d'onde marginal,  $k_c = kr_j$ , le taux de croissance  $\omega_{iPR}$  correspondant à la partie imaginaire de  $\omega$ , présente une valeur maximale. Pour un liquide de masse volumique  $\rho$  supposé non-visqueux, ce taux est égal à  $0.34\sqrt{\sigma/\rho r_j^3}$ . La longueur d'onde associée à ce taux maximal est  $\lambda_{PR} = 9.01r_j$ . Si nous supposons que le cylindre se brise sur une longueur correspondant à  $\lambda_{PR}$ , par conservation du volume ceci conduit à une taille de goutte  $d_g = 1.89d_j$ .

### A.0.7 Ouverture d'une nappe liquide

La tension de surface est aussi responsable de l'expansion d'une ouverture réalisée sur une lame liquide. La figure A.4 montre la formation et la propagation d'un trou dans un film de savon d'épaisseur constante  $h$ . La prise de vue est perpendiculaire au film. Le rayon  $r$  du trou augmente linéairement avec le temps. Sa vitesse est notée  $c$ . Cette vitesse a été calculée par Taylor [93] et Culick [14] à partir de la conservation de la quantité de mouvement.

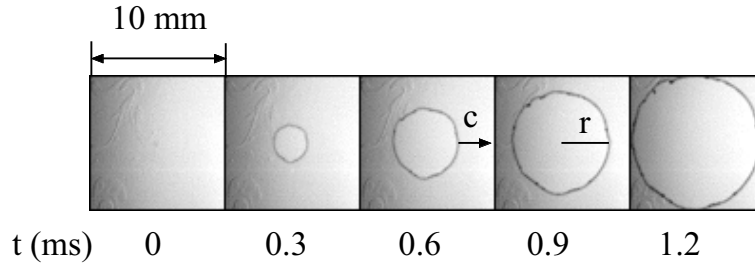


FIG. A.4: *Ouverture d'un film de savon.*

Considérons une section d'ouverture angulaire  $d\theta$  dont l'origine coïncide avec l'origine  $o$  du trou, figure A.5. Le bord est constitué d'un bourrelet supposé cylindrique de diamètre  $d_b$  soumis à une force capillaire radiale  $f_r = 2\sigma r d\theta$ , ainsi qu'à deux forces azimutales  $f_\theta = \pi\sigma d_b$ . Le bourrelet est constitué de la masse  $M$  accumulée au cours de son déplacement sur une distance  $r$ . Par conservation de la masse, son diamètre est :  $d_b = (2hr/\pi)^{1/2}$ . Le rapport de la projection de  $f_\theta$  sur la force  $f_r$  et de  $f_r$  s'écrit :

$$\frac{f_\theta d\theta}{f_r} \sim \left(\frac{h}{r}\right)^{1/2} \quad (\text{A.7})$$



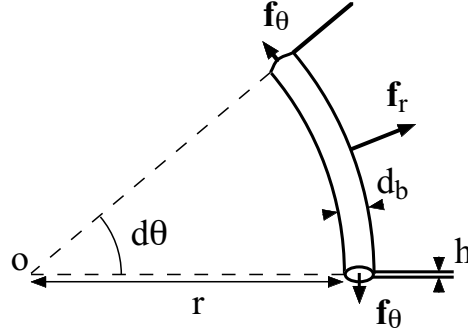


FIG. A.5: Forces agissant sur un élément du bord du trou à une distance  $r$  de son origine  $o$ .

L'épaisseur  $h$  des films considérés étant de l'ordre du micron, la force tangentielle est rapidement négligeable devant la force radiale. Par conservation de la masse, la masse  $m$  du bourrelet est donnée par :

$$m = \rho h r d\theta \quad (\text{A.8})$$

Le bilan de quantité de mouvement au niveau du bourrelet s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \left( m \frac{dr}{dt} \right) = 2\sigma r d\theta \quad (\text{A.9})$$

En injectant la relation (A.8) dans l'équation (A.9) et en intégrant, on obtient :

$$r^2 = \frac{2\sigma}{\rho h} t^2 + at + b \quad (\text{A.10})$$

La condition initiale à  $t = 0$  en  $r = 0$  est telle que  $dr/dt$  reste finie :

$$\frac{r}{t} = c = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho h}} \quad (\text{A.11})$$

Les mesures de vitesse d'ouverture de lames de savon de McEntee et Mysels [63, 64], ainsi que de Pandit et Davidson [71], sont en accord avec cette prédiction.

Dupré [22] en 1868, puis Ranz [75] en 1959 calculent une vitesse d'ouverture d'un trou dans une lame liquide à partir d'un raisonnement énergétique. Lorsque la taille du trou est égale à  $r$ , l'énergie de surface gagnée en diminuant la surface de  $2\pi r^2$  est transformée en énergie cinétique communiquée au bourrelet de masse  $\rho\pi r^2$  se déplaçant à la vitesse  $v$ . Cela conduit à la vitesse suivante :

$$v = \sqrt{\frac{4\sigma}{\rho h}} = \sqrt{2}c \quad (\text{A.12})$$

Cette vitesse est supérieure à celle obtenue par conservation de l'impulsion (A.11). Ceci signifie qu'il y a une perte d'énergie lors de la collision entre le bourrelet et le film au repos.

### A.0.8 Instabilités interfaciales et tension de surface

#### Instabilité de Kelvin-Helmholtz

L'existence d'une différence de vitesse d'écoulement entre deux liquides conduit à la déstabilisation de l'interface. Cette instabilité est à l'origine de la formation des vagues lorsque le vent souffle à la surface de l'eau. Von Helmholtz [99] fut le premier en 1868 à mettre en évidence le rôle déstabilisant d'une discontinuité de vitesse. En 1871, Kelvin [45] réalisa l'étude de stabilité linéaire menant à la courbe de stabilité en tenant compte de la tension de surface et de la gravité.

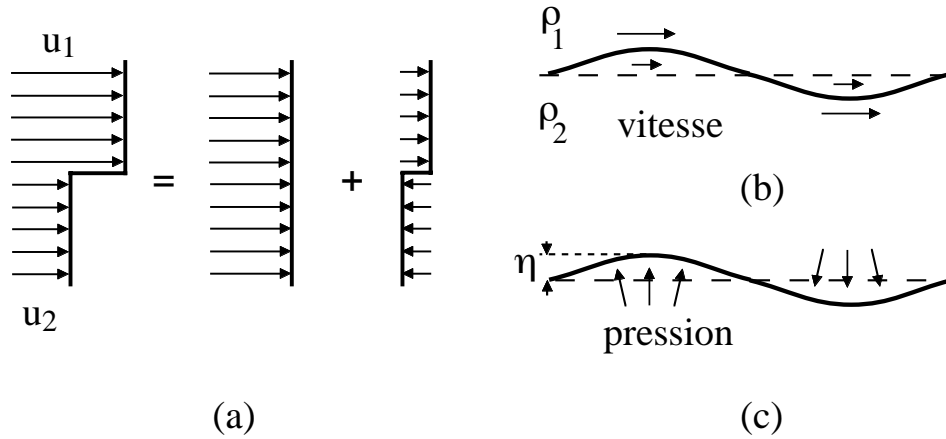


FIG. A.6: Schémas de principe de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, (a) décomposition du champ de vitesse, (b) effet d'une perturbation de la surface sur la vitesse, (c) effet sur la pression.

La figure A.6-a présente la configuration considérée par Kelvin. Il s'agit de la juxtaposition de l'écoulement d'un gaz de densité  $\rho_1$ , de vitesse  $u_1$  et de l'écoulement d'un liquide de densité  $\rho_2$  de vitesse  $u_2$ . Ceci est équivalent à la superposition d'un écoulement de translation et d'un écoulement à flux nul. Si nous perturbons l'interface séparant les deux milieux semi-infinis, la conservation de la masse impose que le fluide supérieur s'accélère au niveau des crêtes et décélère au niveau des creux et inversement pour le fluide inférieur, figure A.6-b. D'après le théorème de Bernoulli, la pression est inégale au niveau des bosses ce qui amplifie l'amplitude de ces dernières, figure A.6-c. Si la perturbation de l'interface est harmonique  $\eta \sim \exp(i(kx - \omega t))$ , les

équations du mouvement associées aux conditions de raccordement à l'interface permettent d'obtenir la pulsation  $\omega$  de l'interface en fonction du nombre d'onde  $k$ . La surface est instable lorsque  $\omega$  est imaginaire.

Plaçons nous dans une configuration liquide/gaz,  $\rho_2 \gg \rho_1$ , avec  $u_1 \gg u_2$ . En supposant les liquides incompressibles ( $u_1 \ll u_{son}$ ), et les déplacements de l'interface faibles devant la longueur d'onde,  $\eta k \ll 1$ . L'ordre de grandeur du terme de pression déstabilisant est  $\rho_1 u_1^2 \eta k$ . Le terme stabilisant de pression capillaire est de l'ordre de  $\sigma \eta k^2$ . La tension de surface impose ainsi un nombre d'onde  $k_{cKH} = \rho_1 u_1 / \sigma$  au delà duquel l'interface reste stable. Sans prendre en compte les effets visqueux, le taux maximum  $\omega_{iKH}$  et la longueur d'onde associée  $\lambda_{KH}$  sont :

$$\omega_{iKH} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \frac{\rho_1 u_1^3}{\sigma} \quad (\text{A.13})$$

$$\lambda_{KH} = 3\pi \frac{\sigma}{\rho_1 u_1^2} \quad (\text{A.14})$$

La tension de surface s'oppose à la déformation de l'interface, elle a un effet stabilisant.

Dans le cas d'un fluide homogène de densité  $\rho$  présentant deux couches de vitesses différentes  $u_1$  et  $u_2$  raccordées sur une épaisseur  $\delta$ , figure A.7-a, Rayleigh [77] a montré que cette situation est instable vis-à-vis de faibles perturbations de l'écoulement. À partir d'une analyse linéaire, il montre que la surface séparant les deux écoulements est instable lorsque  $k\delta < 1.28$ . Le nombre d'onde le plus amplifié est tel que  $k\delta \simeq 0.8$ , et le taux de croissance temporel associé s'écrit :  $\omega_i \simeq 0.2(u_1 - u_2)/\delta$ .

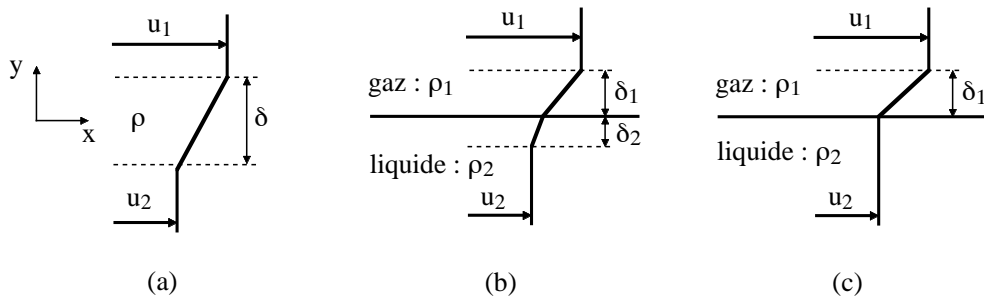


FIG. A.7: (a) Profil de vitesse linéaire dans un fluide homogène. (b) Raccordement des couches limites linéaires dans un fluide hétérogène. (c) Raccordement pour lequel l'effet de la couche limite du liquide sur le développement de l'instabilité est négligeable,  $Re_{\delta_2} > 150$ .

L'interface de deux fluides hétérogènes de vitesses différentes raccordés par deux couches limites d'épaisseur  $\delta_1$  et  $\delta_2$ , figure A.7-b, est éga-

lement instable [73]. Villermaux [96] montre que dans le cas d'une configuration air/liquide, la viscosité  $\nu_2$  du liquide n'intervient plus dès que  $Re_{\delta_2} = u_2 \delta_2 / \nu_2 > 150$ , et le taux de croissance maximal et la longueur d'onde associée s'écrivent [95] :

$$\omega_{iKH} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{u_1}{\delta_1} \quad (\text{A.15})$$

$$\lambda_{KH} = \frac{2\pi}{1.5} \left( \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{1/2} \delta_1 \quad (\text{A.16})$$

Même en présence de la tension de surface, le mode sélectionné par l'instabilité correspond à celui prédit par (A.16) tant que la longueur d'onde est plus grande que celle du cas sans raccordement considéré par Kelvin et Helmholtz et donnée par l'équation (A.14) [95]. Cette condition conduit à :

$$We_{\delta_1} (\rho_2 / \rho_1)^{1/2} > 1 \quad (\text{A.17})$$

où  $We_{\delta_1} = \rho_1 u_1^2 \delta_1 / \sigma$  est le nombre de Weber basé sur les caractéristiques de l'écoulement du gaz.

### Instabilité de Rayleigh-Taylor

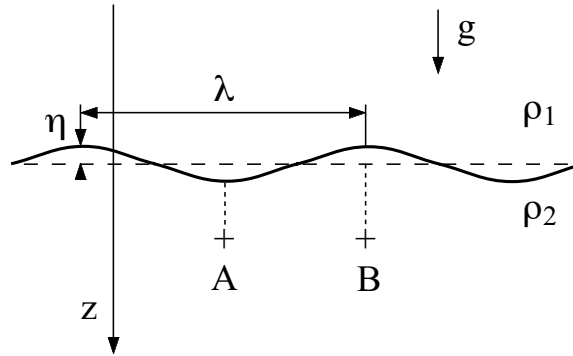


FIG. A.8: *Schéma de principe de l'instabilité d'une interface de densité soumise à la gravité.*

Considérons une interface initialement plane séparant deux milieux incompressibles, non visqueux, de densités  $\rho_1$  et  $\rho_2$ , figure A.8. La gravité  $g$  est perpendiculaire à la surface selon l'axe  $z$ . L'équation de l'hydrostatique nous renseigne sur la variation de pression  $p$  en fonction de l'altitude  $z$  :

$$\frac{dp}{dz} = -\rho_i g \quad i = 1, 2 \quad (\text{A.18})$$

La pression est constante pour une altitude donnée, la pression en  $A$  est la même qu'en  $B$ . Considérons une déformation de l'interface d'amplitude  $\eta$ .

Les pressions en  $A$  et  $B$  sont maintenant égales à :

$$p_A - p_{-\infty} = \int_{-\infty}^{-\eta} \rho_1 g dz + \int_{-\eta}^{\eta} \rho_1 g dz + \int_{\eta}^{z_A} \rho_2 g dz \quad (\text{A.19})$$

$$p_B - p_{-\infty} = \int_{-\infty}^{-\eta} \rho_1 g dz + \int_{-\eta}^{\eta} \rho_2 g dz + \int_{\eta}^{z_B} \rho_2 g dz \quad (\text{A.20})$$

Il existe une différence de pression  $\Delta p$  entre les points  $A$  et  $B$  qui sont à la même altitude ( $z_A = z_B$ ) :

$$\Delta p = p_A - p_B = 2\eta(\rho_2 - \rho_1)g \quad (\text{A.21})$$

Si  $\Delta p$  est positif alors un écoulement horizontal de  $A$  vers  $B$  s'établit. Les fluides étant incompressibles, un écoulement vertical se développe et amplifie la modulation  $\eta$  de l'interface, qui à son tour augmente la différence de pression. La surface est donc instable si  $\rho_1 > \rho_2$ . Cette instabilité fût étudiée en premier par Rayleigh en 1883 [78] dans le cas de deux milieux superposés soumis au champ gravitationnel.

En 1950, Taylor [90] généralise le problème en considérant une interface soumise à une accélération perpendiculaire à son plan. Il aboutit au critère de stabilité suivant : une interface séparant deux milieux de densités différentes est instable si elle est soumise à une accélération normale dirigée vers le milieu le plus dense. Sans tension de surface il n'y a pas de sélection de mode et le taux d'amplification varie comme  $\sqrt{gk}$ , où  $k$  est le nombre d'onde de la perturbation. Taylor traite le cas d'une couche liquide d'épaisseur finie accélérée par une différence de pression du milieu environnant et aboutit à la même relation de dispersion qu'en profondeur infinie. Cette approche linéaire est vérifiée expérimentalement par Lewis [54] pour la configuration d'une couche liquide accélérée par une différence de pression de part et d'autre de la couche. Lors de ses expériences, Lewis perturbe initialement la surface avec une longueur d'onde donnée, il ne s'intéresse donc pas à la sélection de mode qui n'a lieu que si la tension de surface est prise en compte.

Lorsqu'il s'agit d'une interface liquide/gaz où  $\rho_1 \gg \rho_2$ , l'ordre de grandeur de la pression déstabilisatrice varie comme  $\rho_1 g \eta$ . La tension superficielle introduit une pression à l'interface, qui s'oppose à la déformation de l'interface. En considérant un déplacement  $\eta$  faible devant la longueur d'onde  $\lambda = 2\pi/k$  de la perturbation, la courbure de l'interface peut être approximée par  $\eta k^2$ . L'ordre de grandeur de la pression capillaire est ainsi égale à  $\sigma \eta k^2$ . Le nombre d'onde critique  $k_{cRT}$  au delà duquel la surface reste stable est :

$$k_{cRT} = \sqrt{\frac{\rho_1 g}{\sigma}} \quad (\text{A.22})$$

Dans le cas de deux milieux semi infinis, une analyse linéaire de l'instabilité conduit à une relation entre la fréquence  $\omega$  et le nombre d'onde  $k$  qui est

donnée par :

$$\omega^2 = \frac{\sigma k^3}{\rho} - gk \quad (\text{A.23})$$

Cette relation nous donne le taux d'amplification maximum  $\omega_{iRT}$  et à la longueur d'onde associée  $\lambda_{RT}$  :

$$\omega_{iRT} = \left( \frac{4}{27} \frac{\rho_1 g^3}{\sigma} \right)^{1/4} \quad (\text{A.24})$$

$$\lambda_{RT} = 2\pi\sqrt{3}\sqrt{\frac{\sigma}{\rho_1 g}} \quad (\text{A.25})$$

$$(\text{A.26})$$

Une configuration stable, c'est-à-dire un fluide léger sur un fluide lourd, peut être rendue instable en imposant une accélération oscillatoire dans la direction de la gravité. L'interface est alternativement stable puis instable. Cette instabilité est connue sous le nom d'instabilité de Faraday [68]. Cette situation est étudiée en laboratoire en faisant osciller une cuve laissant au liquide contenu une surface libre [21], ou bien en perturbant la surface à l'aide d'un haut parleur [49]. Si  $f_0$  est la fréquence excitatrice, l'interface se met à osciller à la fréquence  $f = f_0/2$ . Puisque l'accélération dépend du temps, l'amplification d'une perturbation est déterminée en intégrant le taux de croissance au cours du temps. Dans le régime des faibles accélérations, l'amplitude des oscillations augmente puis sature à cause de l'amortissement due à la viscosité du liquide considéré. Si l'accélération est augmentée, les oscillations de la surface ne sont plus symétriques. Cette configuration peut conduire à la formation de ligaments qui se déstabilisent en gouttes [56]. Pour un fluide peu visqueux de masse volumique  $\rho$ , l'accélération critique varie comme  $f^{4/3}(\sigma/\rho)^{1/3}$  [31].

La tension de surface fixe donc une échelle de longueur en-dessous de laquelle une perturbation de l'interface n'est pas amplifiée. La prise en compte de la viscosité diminue le taux d'amplification et modifie le mode sélectionné pour les instabilités considérées, mais ne change pas le nombre d'onde de coupure.

## Annexe B

### Production des nappes

Différentes configurations de nappes liquides sont étudiées dans cette thèse. Une première catégorie comprend des nappes formées soit à partir de l'impact d'un jet liquide soit avec un second jet, chapitre 2, soit avec une surface solide, chapitres 3 et 5. L'épaisseur de la nappe est un paramètre important pour comprendre la fragmentation des lames. Nous verrons que dans cette géométrie, l'épaisseur dépend de la position spatiale. Le deuxième type de lame est issue d'une fente qui permet d'obtenir une lame d'épaisseur constante, chapitre 3.

#### B.1 Nappe formée à partir d'impacts obliques de jets

##### B.1.1 Epaisseur de la nappe

La figure B.1 présente une nappe formée par la collision de deux jets identiques de diamètre  $d_j$  et de vitesse  $u_j$ , faisant un angle  $2\alpha$  entre eux. L'épaisseur de la nappe dépend de la taille des jets, de l'angle d'impact ainsi que des positions radiale et angulaire. Hasson et Peck [35] sont les premiers à avoir déterminé analytiquement l'épaisseur de la nappe. La distribution proposée par les auteurs est en bon accord avec les mesures de Miller [69] et celles de Taylor [94]. Il est à noter que Ibrahim et Przekwas [42] proposent une expression théorique de l'épaisseur à partir des travaux expérimentaux de Naber et Reitz [70]. L'épaisseur est proche de celle obtenue par Hasson et Peck, mais repose sur une expression semi-empirique de la distribution initiale proposée par Naber et Reitz. Cette partie reprend l'analyse de Hasson et Peck permettant de déterminer la distribution angulaire de l'épaisseur.

Le profil de vitesse dans les jets est supposé uniforme. Les effets visqueux, capillaires et dus à la gravité ne sont pas pris en compte. Soit  $u$  la vitesse d'écoulement dans la nappe supposé stationnaire. La conservation de

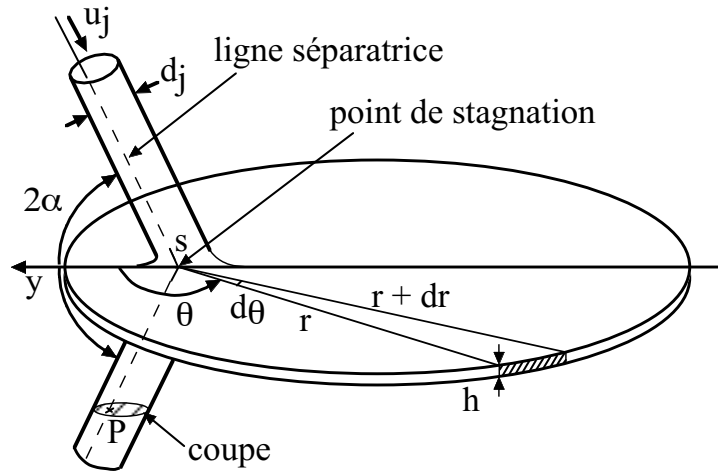


FIG. B.1: Schéma d'une nappe formée par la collision de deux jets équivalents.

l'énergie le long d'une ligne de courant s'écrit :

$$p_j + \frac{1}{2}\rho u_j^2 = p + \frac{1}{2}\rho u^2 \quad (\text{B.1})$$

où  $p_j$  est la pression dans les jets,  $p$  celle dans la nappe. Puisque nous sommes en présence de surfaces libres, les pressions dans le jet et dans la nappe sont égales à celle de l'air. D'après (B.1), la vitesse dans la nappe est constante et égale à celle des jets.

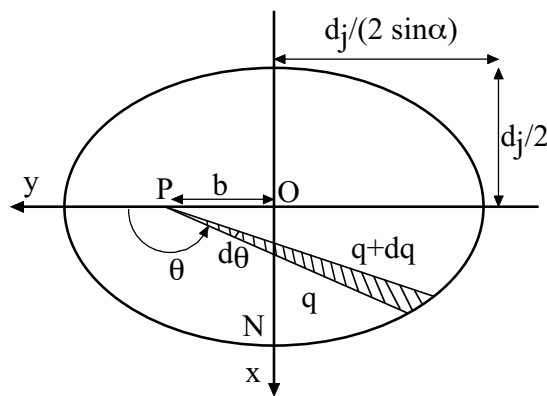


FIG. B.2: Section parallèle à la nappe d'un jet.

Il existe un point de stagnation au niveau de l'impact des jets. Dans cette zone, les lignes de courant sont défléchies et deviennent parallèles au plan



médian. Si nous regardons les lignes de courant contenues dans le plan formé par l'axe des jets, une partie est défléchie à droite du point  $S$  de stagnation et l'autre à gauche. Le point en  $S$  se trouve à l'intersection des deux lignes séparatrices des jets, représentées en pointillés sur la figure B.1. Considérons une coupe d'un jet parallèle à la nappe, cette section est indiquée sur la figure B.1 et représentée sur la figure B.2. Il s'agit d'une ellipse de demi petit axe  $d_j/2$  et de demi grand axe  $d_j/2 \sin \alpha$ . Le point  $P$  correspond à l'intersection de la coupe et de la ligne séparatrice. La conservation de la masse entre un secteur angulaire de cette section et la surface correspondante dans la nappe, perpendiculaire aux lignes de courant, s'écrit :

$$\rho u_j q^2 d\theta \sin \alpha = \rho u_j h r d\theta \quad (\text{B.2})$$

la contribution des deux jets est prise en compte dans ce bilan de masse. L'épaisseur diminue avec  $r$  :

$$\frac{hr}{d_j^2} = \frac{q^2}{d_j^2} \sin \theta \quad (\text{B.3})$$

L'égalité entre le flux d'impulsion des deux jets selon la direction  $y$  et le flux total dans la nappe projeté selon la même direction s'écrit :

$$\rho u_j^2 \frac{\pi}{2} d_j^2 \cos \alpha = \int_0^{2\pi} h r u_j^2 h r \cos \theta d\theta \quad (\text{B.4})$$

En remplaçant  $hr$  à l'aide de l'équation (B.3), on obtient :

$$\frac{\pi}{4} \tan \alpha = \int_0^\pi \left( \frac{q}{d_j} \right)^2 \cos \theta d\theta \quad (\text{B.5})$$

Le rapport  $q/d_j$  est déterminé à partir de l'équation polaire de l'ellipse dont l'origine est prise au point  $P$  :

$$\left( \frac{q \sin \alpha}{d_j} \sin \theta \right) + \left( \frac{q}{d_j} \cos \theta - \frac{b}{d_j} \right) = 1 \quad (\text{B.6})$$

Ce qui donne :

$$\frac{q}{d_j} = \frac{b \cos \theta \sin^2 \alpha + \sqrt{\sin^2 \theta + \sin^2 \alpha (\cos^2 \theta - b \sin^2 \theta)}}{1 - \cos^2 \theta \cos^2 \alpha} \quad (\text{B.7})$$

En injectant  $q/d_j$  dans l'équation (B.5) et après intégration, on obtient :

$$\frac{q}{d_j} = \cot \theta \quad (\text{B.8})$$

L'angle défini par les trois points  $N, P$  et  $O$  indiqués sur la figure B.2, est donc égal à l'angle d'impact,  $\widehat{NPO} = \alpha$ . La distance du point  $P$  à l'origine  $O$  est égal à :

$$b = \frac{d_j}{2 \sin \theta} \quad (\text{B.9})$$

ce qui correspond au demi grand axe de l'ellipse. Le point  $P$  se situe ainsi sur l'un des foyers de l'ellipse.

En remplaçant (B.8) dans (B.7) puis dans (B.3), on obtient finalement la distribution d'épaisseur de la nappe :

$$\frac{h}{d_j} = \frac{d_j}{4r} \frac{\sin^3 \alpha}{(1 + \cos \theta \cos \alpha)^2} \quad (\text{B.10})$$

### B.1.2 Profil de vitesse dans les jets

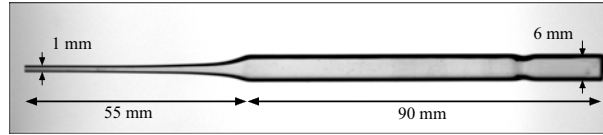


FIG. B.3: *Pipette Pasteur en verre servant d'injecteur.*

Expérimentalement, les jets sont produits à partir de pipette Pasteur en verre, figure B.3. Les pipettes sont constituées d'un tube de 90 mm de long et de 6 mm de diamètre suivi d'une contraction de section qui débouche sur un tube de diamètre de l'ordre du millimètre. Un profil de vitesse parabolique se met en place dans le tube. Si nous comparons la vitesse déduite du débit massique ( $U_Q$ ) et celle déduite du flux d'impulsion ( $U_I$ ), nous trouvons, pour de l'éthanol, une différence de 13%, figure B.4. La valeur théorique attendue pour un profil parfaitement parabolique est de 15.5%.

$$Q = \int_0^{r_j} 2\pi \rho u(r) r dr = \rho U_Q \pi r_j^2 \quad (\text{B.11})$$

$$I = \int_0^{r_j} 2\pi \rho u^2(r) r dr = \rho U_I^2 \pi r_j^2 \quad (\text{B.12})$$

La mesure de la masse récupérée pendant un temps donné,  $Q$ , et la connaissance de la taille du tube en sortie nous permettent de déduire  $U_Q$ .  $U_I$  est déterminée à partir de la hauteur atteinte par le jet lorsqu'il est incliné d'un angle faible par rapport à la direction verticale, figure B.4. Le fluide est supposé parfait et l'écoulement irrotationnel. La relation de Bernoulli entre deux

points  $A$  et  $B$  situés à la sortie de la pipette et au sommet de la parabole formée par le jet s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho U_A^2 + P_0 + \rho g z_A = \frac{1}{2}\rho U_B^2 + P_0 + \rho g z_B \quad (\text{B.13})$$

où  $P_0$  est la pression atmosphérique et  $g$  la gravité,  $U_A$  et  $U_B$  sont les vitesses correspondant au flux d'impulsion. La vitesse du liquide en  $B$  est nulle. En posant  $H$  égale à la différence d'altitude entre les deux points, on obtient une expression de  $U_I$  en sortie d'injecteur :

$$U_I = \sqrt{2gH} \quad (\text{B.14})$$

Choo et Kang [9] ont mesuré le champ de vitesse dans la nappe en utilisant la méthode de vélocimétrie laser Doppler. Les profils de vitesses dans les jets sont également paraboliques et ils observent une distribution angulaire de la vitesse. A ce jour, la distribution de vitesse théorique dans une nappe formée par des jets possédant un profil de vitesse n'est pas connue. Les mesures du champ d'épaisseur réalisées par Shen et Poulikakos [86] ainsi que Choo et Kang [8] montrent que l'existence d'un profil de vitesse des jets modifie également la distribution d'épaisseur.

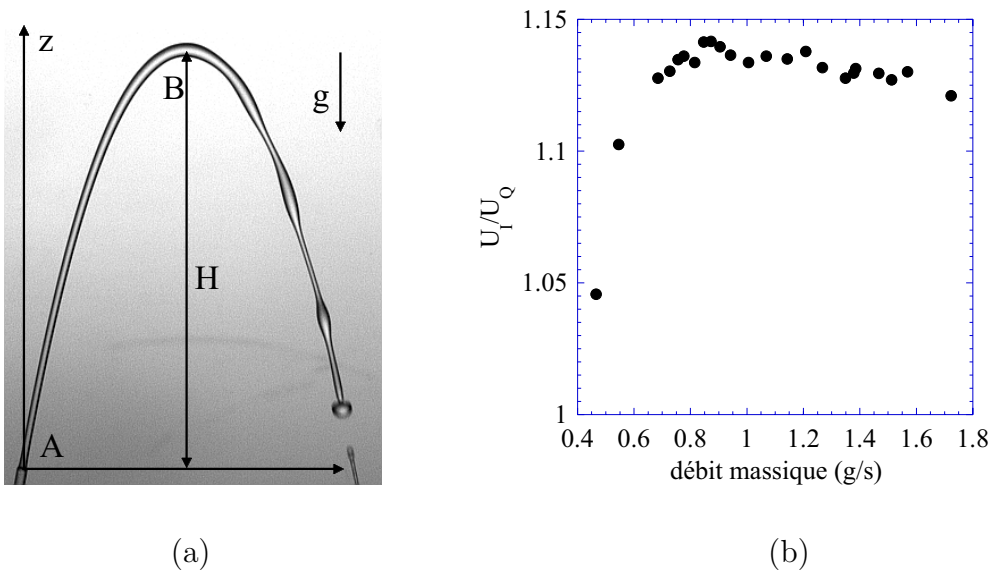


FIG. B.4: (a) Hauteur atteinte par un jet faisant un angle faible avec la verticale. (b) Rapport de la vitesse équivalente au flux d'impulsion et celle au flux de masse, en fonction du débit massique.

Nous avons essayé de former des jets à travers une paroi mince placée en bout d'injecteurs constitués d'un cylindre de 21 mm de diamètre. Les jets subissent une contraction de leur section mais, en théorie, présentent

un profil de vitesse uniforme. Helmholtz et Kirchhoff sont les premiers à s'être intéressés aux écoulements dans des domaines partiellement fermés par des parois rigides et possédant une surface libre. L'étude de l'écoulement formé lors de la vidange d'un réservoir à travers une paroi est présentée par Lamb [47]. Il en déduit une contraction du jet qui est indépendante de la vitesse. Mais la tentative s'est révélée infructueuse car nous n'avons pas réussi à former des jets parfaitement cylindriques. Le caractère cylindrique est essentiel pour le contrôle de l'épaisseur de la nappe. De plus, nous avons observé que la contraction du jet dépend du débit. Ce comportement est certainement dû à la taille finie de la paroi, considérée infinie par Lamb. Les parois de l'injecteur changent les conditions limites et perturbe le champ de vitesse.

### B.1.3 Instabilité du jet

Une instabilité de cisaillement se développe à l'interface des jets pour des débits élevés, figure B.5. Cette instabilité se développe dans le cas de l'eau, car les conditions expérimentales permettent d'atteindre des vitesses de jets importantes. Une mesure de la fréquence  $f_p$  du mode instable en fonction de la vitesse du jet  $u_j$  exhibe une loi de puissance en  $3/2$ , figure B.6.

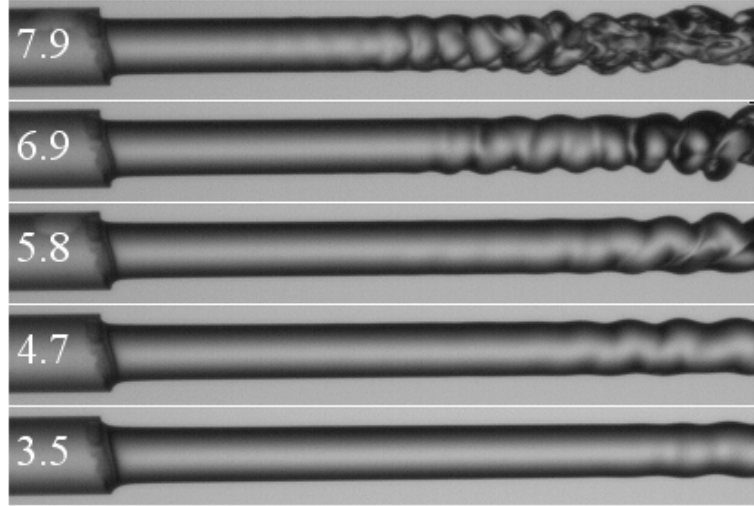


FIG. B.5: *Instabilité de cisaillement développée à la sortie de la pipette pour différentes vitesses dans le cas de l'eau. Les vitesses sont indiquées sur la gauche en m/s, le diamètre du jet est de 1.05 mm.*

D'après Ho et Huerre [39], pour notre gamme de vitesses, le nombre de Strouhal du mode préféré du jet est proportionnel au rapport du diamètre du jet  $d_j$  sur l'épaisseur  $\delta$  de la couche limite développée à l'intérieur de

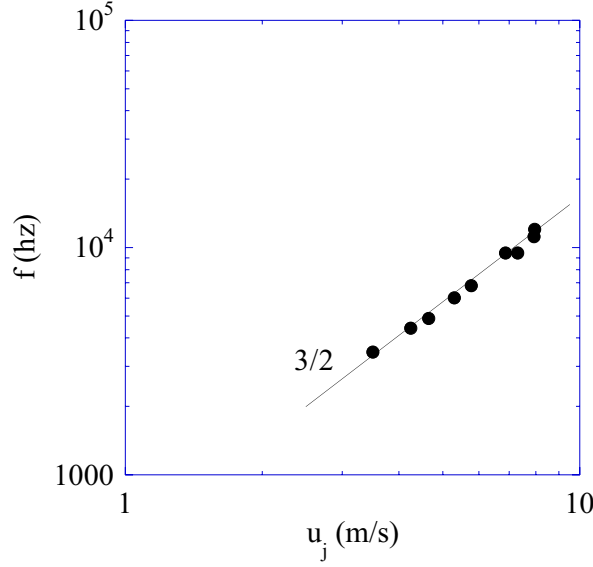


FIG. B.6: *Fréquence du mode préféré en fonction de la vitesse du jet pour de l'eau.*

l'injecteur. L'épaisseur  $\delta$  dépendant de la vitesse à la puissance  $-1/2$ , on obtient un exposant de  $3/2$  pour la fréquence  $f_p$  du mode préféré :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{f_p d_j}{u_j} \propto \frac{d_j}{\delta} \\ \delta \propto u_j^{-1/2} \end{array} \right\} \Rightarrow f_p \propto u_j^{3/2}$$

Il faut noter que la vitesse maximale utilisée est de 4.6 m/s et que la distance séparant la sortie des injecteurs à la position de l'impact des jets est de l'ordre de trois diamètres de jets. Les jets au niveau de l'impact ne sont donc pas aussi perturbés que sur la figure B.5. Pour les grandes vitesses, le taux d'amplification augmente avec  $u_j$  et permet de mieux visualiser l'instabilité.

#### B.1.4 Vitesse d'écoulement dans la nappe

La vitesse dans la nappe est mesurée à partir du suivi de particules de quelques microns de diamètre. La nappe est éclairée par réflexion à l'aide du laser. La figure B.7 présente une série temporelle du déplacement d'une particule. La zone observée correspondant à chaque image est illustrée sur le schéma de gauche. La vitesse  $u$  de la particule est bien constante, puisque sa trajectoire est rectiligne.

La figure B.8 présente les mesures de cette vitesse en fonction de la position azimutale  $\theta$  pour trois vitesses d'injection. Les mesures sont dispersées, mais nous observons un accroissement de la vitesse  $u$  avec  $\theta$ . Cette dernière peut atteindre 30 % de la vitesse des jets. Ce résultat est similaire aux

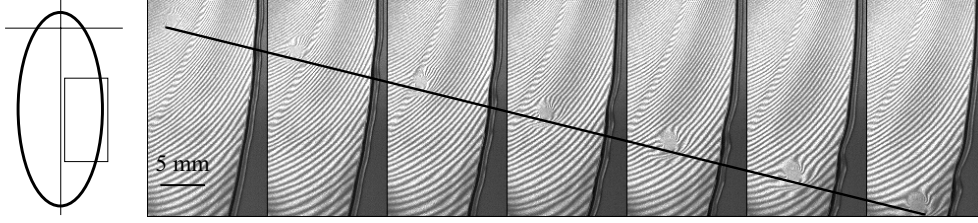


FIG. B.7: *Suivi temporel d'une particule advectée par l'écoulement dans la nappe, l'écart entre chaque image est de 1.2 ms,  $2\alpha = 90^\circ$ ,  $d_j = 1.05$  mm,  $u_j = 2.7$  m/s. La zone observée de la nappe est présentée sur le schéma de gauche.*

mesures de Choo et Kang [9]. Le profil de vitesse dans les jets induit une distribution angulaire de la vitesse dans la nappe. Nous n'avons pas trouvé dans la littérature une description analytique de cette distribution.

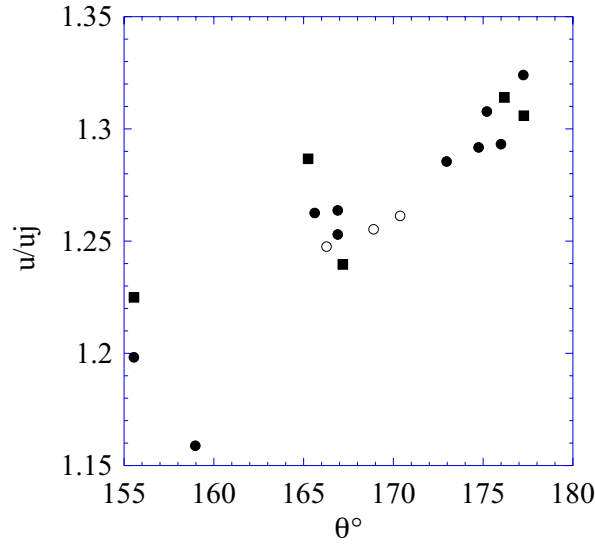


FIG. B.8: *Dépendance angulaire de la vitesse dans la nappe, l'angle d'impact est fixé à  $90^\circ$ , le diamètre à 1.05 mm et les vitesses des jets sont:  $\circ$  2.5 m/s,  $\bullet$  2.7 m/s,  $\blacksquare$  2.9 m/s.*

## B.2 Nappe axisymétrique

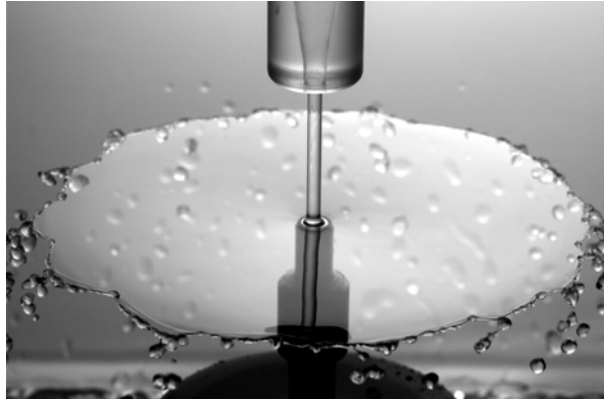


FIG. B.9: *Nappe d'eau issue de l'impact normal d'un jet rond sur un cylindre.*

La nappe axisymétrique est formée par l'impact normal d'un jet rond laminaire sur la section normale d'un cylindre solide. Un exemple est présenté sur la figure B.9. Il s'agit d'un cas particulier de la formation de nappe à partir de l'impact de jets. L'avantage de cette configuration est de posséder une géométrie isotrope, ni la vitesse et ni l'épaisseur de la nappe ne dépendent de la position angulaire. Cette configuration permet d'étudier l'instabilité de cisaillement d'une nappe et de déterminer quel sont les processus d'atomisation de la nappe dans ce régime. Seule de l'eau a été utilisée pour former ces nappes.

### B.2.1 Formation de la nappe

L'injecteur est constitué d'une partie cylindrique en inox de 21 mm de diamètre interne et de 30 cm de long. Une grille en nid d'abeille est placée à l'intérieur du tube pour rendre l'écoulement laminaire. Une section conique en bout d'injecteur permet de neutraliser le développement de la couche limite sur les parois de ce dernier. Le convergent diminue le diamètre de 18 à 3 mm sur 35 mm de long. Le jet ne subi pas de contraction grâce à ce convergent. Le diamètre du jet  $d_j$  est ainsi de 3 mm, celui du cylindre d'impact  $d_i$  étant fixé à 6 mm. L'injecteur est placé à une distance  $H$  de l'ordre du centimètre par rapport au cylindre d'impact. La vitesse d'injection  $u_j$  varie de 2.5 à 5 m/s.

Une couronne de hauteur réglable est ajoutée en sortie du disque d'impact afin de redresser les lignes de courant et ainsi obtenir une nappe circulaire plane. Sans cette marche impulsienne, la nappe forme une cloche pour de faibles vitesses d'injection ou un cône pour des vitesses plus élevées [10]. Dans le cas de l'impact de deux jets coaxiaux identiques et de même

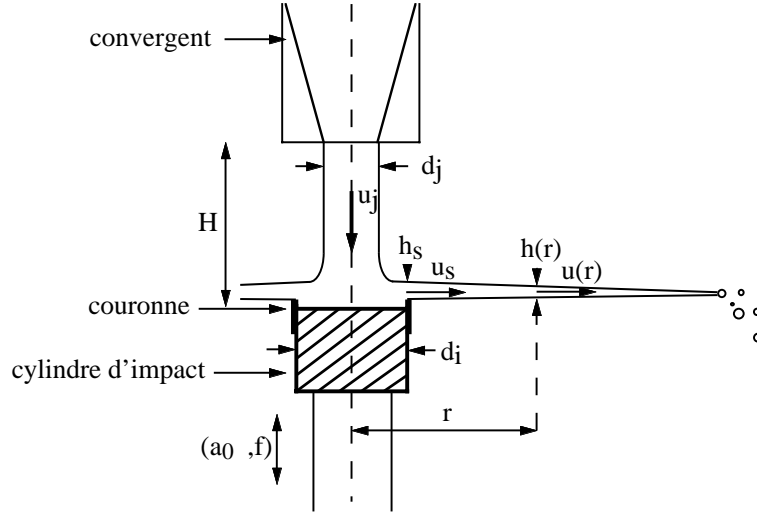


FIG. B.10: Schéma de l'impact du jet sur le cylindre.

vitesse, la nappe est formée dans le plan médian. Par symétrie, ce dispositif reproduit l'impact de deux jets se faisant face [83, 41].

L'instabilité de la nappe est contrôlée en faisant osciller le point d'impact. Le cylindre d'impact est fixé sur un vibreur dont le mouvement se fait suivant l'axe du cylindre. Les paramètres de contrôle sont la vitesse du jet  $u_j$ , l'amplitude  $a_0$  et la fréquence  $f$  du vibreur, figure B.10.

### B.2.2 Caractéristiques de la nappe

Soit  $h(r)$  l'épaisseur de la nappe et  $u(r)$  sa vitesse à une distance  $r$  du centre du jet, figure B.10. La conservation du flux de masse entre la sortie de l'injecteur, placé à une distance  $H$  par rapport au cylindre d'impact, et une position  $r$  dans la nappe, s'écrit :

$$\frac{\pi}{4} \rho d_j^2 u_j = 2\pi r h(r) u(r) \quad (\text{B.15})$$

Nous supposons comme précédemment que l'énergie est conservée lors de l'impact du jet sur le cylindre. Pour un écoulement stationnaire, l'équation de Bernoulli se met sous la forme :

$$\frac{1}{2} \rho u^2 = \frac{1}{2} \rho u_j^2 + \rho g H + \frac{2\sigma}{d_j} \quad (\text{B.16})$$

Pour les vitesses  $u_j$  et les hauteurs  $H$  considérées, le terme de pression hydrostatique de l'équation (B.16) est de l'ordre du pourcent de la pression dynamique,  $\rho g H / (\rho u_j^2 / 2) \ll 1$ . La surpression capillaire est également négligeable devant la pression dynamique,  $(2\sigma / d_j) / (\rho u_j^2 / 2) \ll 1$ . D'après



l'équation (B.16), la vitesse d'écoulement dans la nappe est égale à celle du jet. A partir de l'équation (B.15), les caractéristiques de la nappe sont les suivantes :

$$u(r) = u_j \quad (\text{B.17})$$

$$h(r) = \frac{d_j^2}{8r} \quad (\text{B.18})$$

La vitesse d'écoulement dans la nappe doit ainsi être constante. L'épaisseur correspond au cas  $\alpha = 90^\circ$  de la relation (B.10) à un facteur 1/2 près puisque il n'y a qu'un seul jet.

Si la viscosité du liquide est prise en compte, il existe des pertes de quantité de mouvement dues aux frottements sur le disque d'impact. Il en résulte que la vitesse du liquide en sortie du disque  $u_s$  est plus faible que la vitesse du jet  $u_j$ .

$$u_s = \beta u_j \quad (\text{B.19})$$

Marmottant, Villiermaux et Clanet [62], ont estimé cette perte d'impulsion à partir d'une analyse dimensionnelle. A l'aide des travaux de Watson [101] sur le développement du profil de vitesse d'un film liquide formé par l'impact normal d'un jet rond sur une surface solide plane, Clanet [10] montre que cette perte se met sous la forme:

$$\beta = 1 - 1.02 Re^{-1/2} \left( \frac{d_i}{d_j} \right)^{3/2} \quad (\text{B.20})$$

Dans notre cas, le nombre de Reynolds du jet,  $Re = u_j d_j / \nu$ , est compris entre 5 000 et 15 000, le rapport des diamètres étant fixé à 2,  $\beta$  est de l'ordre de 0.97. Une fois éjecté du cylindre d'impact, le liquide n'est plus soumis aux forces de frottement et la vitesse moyenne  $u$  de la nappe est égale à la vitesse moyenne  $u_s$  en sortie du cylindre. Les caractéristiques de la nappe, en prenant en compte la viscosité du liquide, sont :

$$u = \beta u_j \quad (\text{B.21})$$

$$h(r) = \frac{1}{\beta} \frac{d_j^2}{8r} \quad (\text{B.22})$$

Des mesures de cette vitesse ont été effectuées dans les cas libre et perturbé. La méthode est la même que celle utilisée par Clanet et Villiermaux [11]. Il s'agit du suivi d'une particule de cendre déposée sur la surface de la nappe. La figure B.11 présente deux séries de mesures comparatives des cas libre et perturbé. La particule est signalée par un point noir pour plus de visibilité. Nous mesurons dans les deux cas un déplacement radial des particules à une vitesse constante. Cette valeur se trouve être toujours inférieure à  $u_j$  de quelques pourcents.

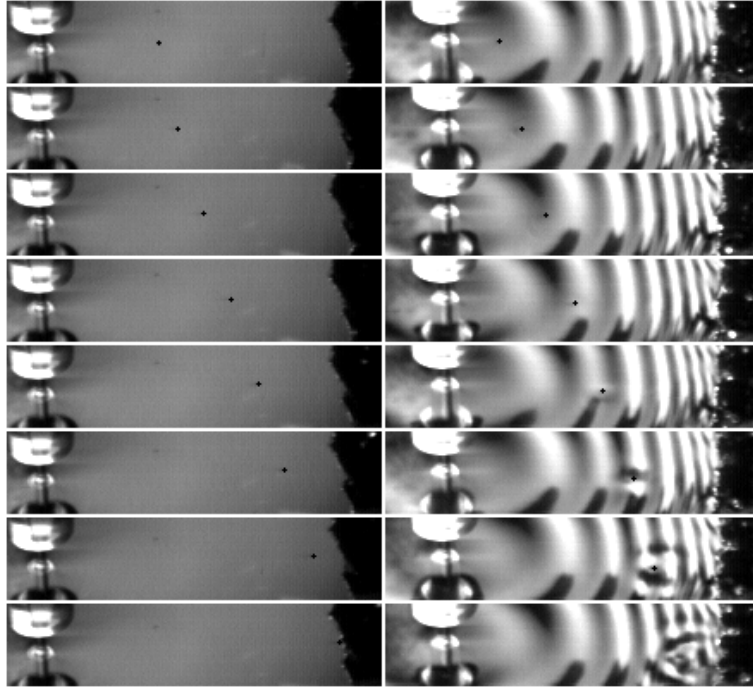


FIG. B.11: *Suivi d'une particule de cendre sur la surface de la nappe axisymétrique libre et perturbée ( $f = 100$  Hz). Le temps séparant deux images successives est de 22 ms,  $u_j = 3.5$  m/s.*

## B.3 Nappe plane

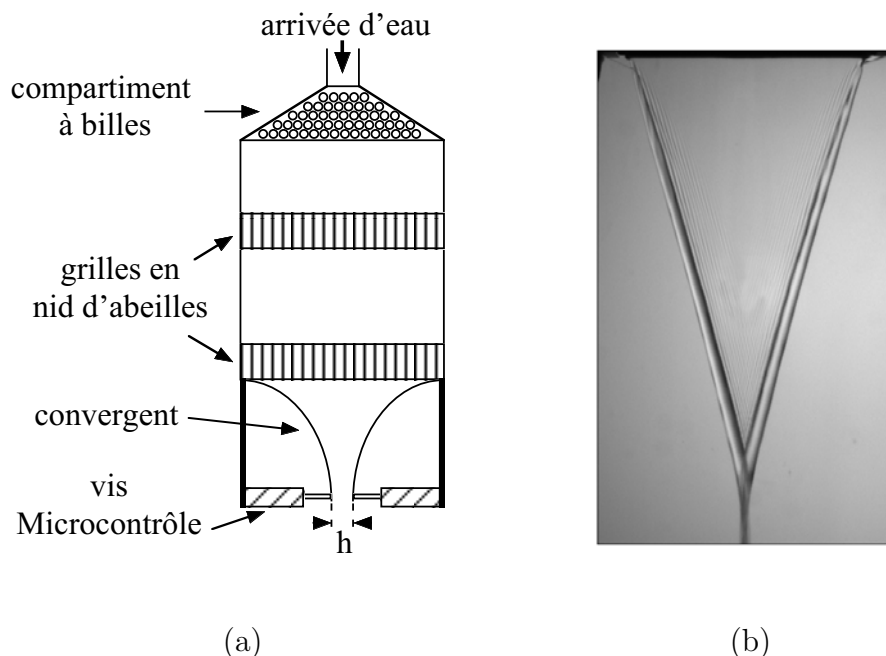


FIG. B.12: (a) Schéma de l'injecteur utilisé pour produire une nappe d'épaisseur constante. (b) Exemple d'une nappe plane.

Les lames liquides précédentes ont toutes une épaisseur qui dépend de la position spatiale. Nous avons élaboré un dispositif permettant d'obtenir une nappe d'épaisseur constante schématisé sur la figure B.12. Les nappes ont une largeur de 10 cm pour des épaisseurs allant de 0.1 à 4 mm. Deux lames parallèles indépendantes en acier inoxydable forment un convergent relié à une cuve de  $10 \times 10 \times 40 \text{ cm}^3$ . Le caractère laminaire de l'écoulement en sortie de cette buse dépend du profil du convergent [3]. Nous avons choisi la forme de profils proposée par Lespinaud [52, 53], et également adopté par Raynal [79] lors de sa thèse. Le profil correspond à un polynôme du quatrième degré. Deux vis micro-contrôle permettent de rapprocher ou d'éloigner les lames d'acier au niveau de leur extrémité. L'épaisseur de la fente ainsi formée est ensuite contrôlée avec des cales d'épaisseur calibrées.

L'alimentation de la cuve est assurée par un jet rond de 2 cm de diamètre. Un compartiment contenant des billes est placé à l'entrée de l'alimentation afin de casser le jet. Deux séries de plaques en forme de nids d'abeille permettent de détruire les grandes structures turbulentes à la sortie du premier compartiment. L'écoulement en sortie du convergent est laminaire. La nappe liquide prend la forme d'un V sous l'effet des forces capillaires qui s'exercent sur le bord libre, figure B.12. Les débits étant assez importants, jusqu'à 0.17 l/s, seule de l'eau a été utilisée au cours des expériences.

Ce jet plan est ensuite projeté sur un rectangle solide de 6 mm de largeur sur 10 cm de long. Deux nappes identiques sont formées dans un plan

perpendiculaire au jet incident. Le rectangle d'impact est également fixé au vibreur afin de communiquer à la lame liquide une perturbation contrôlée en fréquence et en amplitude.

# Annexe C

## Méthodes de mesures

### C.1 Visualisation et vibrations

#### C.1.1 Acquisition d'images

La quasi totalité des mesures expérimentales proviennent de traitements d'images. Ces images ont été obtenues à partir de plusieurs caméras numériques.

Pour les mesures nécessitant une grande résolution spatiale, comme la détermination de la taille des gouttes par exemple, nous avons utilisé une caméra de marque Hamamatsu (modèle : orca C4792-95-12), de résolution de  $1280 \times 1024$  pixels. Le temps d'ouverture minimal de cette caméra est de 1 ms et la cadence maximale de 5 images par seconde. Ces temps sont grands comparés aux temps caractéristiques des phénomènes observés. Nous avons donc utilisé un système d'éclairage composé d'un flash mis au point durant la thèse de Philippe Marmottant [60]. Nous avons synchronisé la caméra et le flash. A chaque prise d'image, la caméra émet un signal électrique en forme de crêteaux. Ce signal n'arrivant pas à déclencher directement le flash, nous avons utilisé un générateur de fonctions qui lui pouvait être asservi par la caméra et générer un signal de meilleur qualité. L'énergie émise lors d'un éclair est de 1 joule pour une durée de  $5 \mu\text{s}$ . Ce temps d'exposition permet de figer les mouvements des objets observés.

Nous avons également utilisé une caméra vidéo de marque Sony (modèle : 8500 CE) ayant une résolution de  $768 \times 256$  pixels. Elle a été principalement utilisée pour observer des phénomènes stationnaires.

Pour les événements rapides, tels que la propagation des ondes sur les nappes liquides ou bien la formation des gouttes à leur extrémité, nous avons eu recours à deux types de caméras rapides. Pendant les deux premières années de ma thèse une caméra de marque Kodak Ektapro était disponible. Sa fréquence d'acquisition en pleine résolution ( $256 \times 256$  pixels) est de 4 500 images par seconde et peut atteindre 40 500 images par seconde en diminuant

la taille de l'image. Le laboratoire a fait l'acquisition d'une caméra rapide haute résolution de marque Phantom durant la troisième année de ma thèse. Cette caméra possède une résolution de  $1024 \times 1024$  pixels pour une fréquence maximale de 1000 images par seconde et allant jusqu'à 62 500 images par seconde pour des images de tailles réduites.

L'éclairage était assuré soit par une lampe halogène de 500 watts qui présente le désavantage d'émettre une intensité lumineuse oscillant à 50 Hz, soit par un projecteur de cinéma de marque LTM muni d'une lampe HMI de 575 Watt et d'une lentille de Fresnel.

### C.1.2 Tranche laser

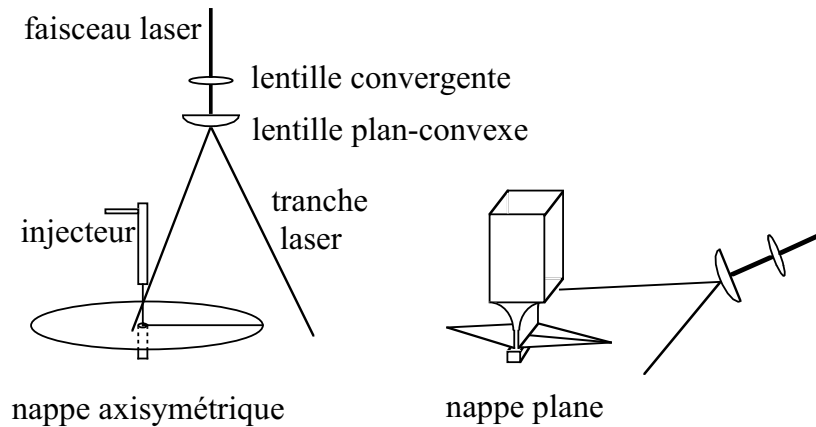


FIG. C.1: *Dispositif optique.*

Un système optique, semblable au dispositif utilisé par Villiermaux et Clanet [97], permettant de visualiser les ondes générées par le vibreur a été mis au point. Il s'agit d'une tranche laser qui vient couper la nappe liquide. Le laser Argon monomode est réglé sur la longueur d'onde de 488 nm. L'ajout de fluorescéine dans l'eau révèle la tranche laser. Le laser excite les molécules qui émettent de la lumière à leur tour. Cette fluorescence se fait en volume. Pour une concentration uniforme, plus le volume de liquide touché par le laser est grand et plus l'intensité de la fluorescence est élevée. Le dispositif optique est présenté sur la figure C.1. La tranche laser est formée par la réfraction du faisceau laser à travers une lentille plan-convexe. Le faisceau initial étant légèrement divergent, une lentille convergente est placée en amont. L'épaisseur de la tranche est environ égale à 0.5 mm. Dans le cas axisymétrique, le faisceau est perpendiculaire à la nappe liquide. La tranche laser est orientée selon un rayon de la nappe. Cela permet de focaliser la

tranche laser sur la lame liquide.

La cuve de tranquillisation de l'injecteur de la lame plane empêche une attaque normale du laser. Le dispositif optique est donc incliné. La longueur de la lame étant plus grande que la zone de focalisation du laser, la visualisation est de moins bonne qualité.

La caméra est placée dans un plan normal à la tranche laser, nous permettant de déterminer la nature des ondes ainsi que de suivre l'évolution de leur amplitude au cours de leur propagation, ceci sera discuté dans le chapitre 3.

### C.1.3 Vibreurs

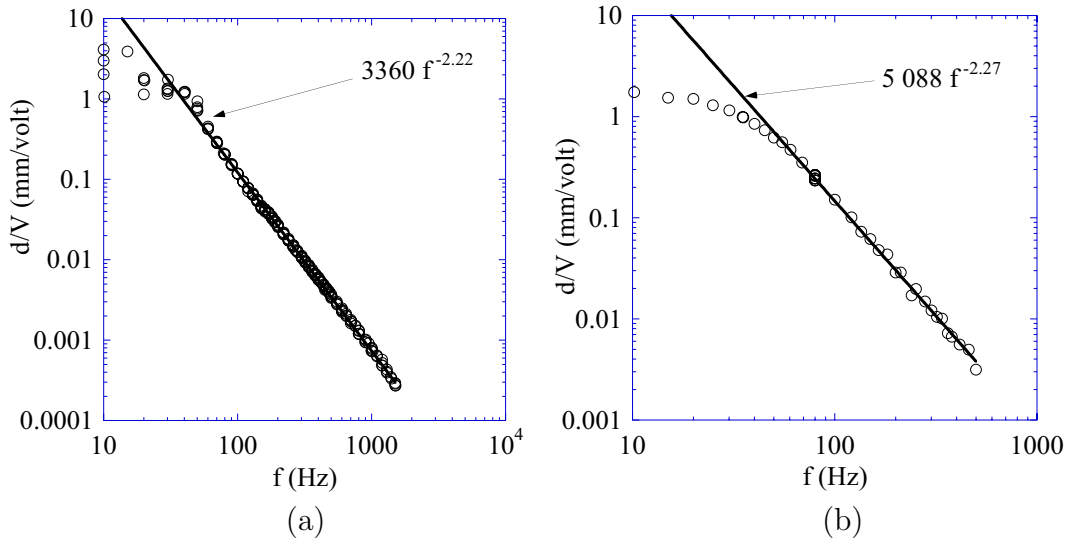


FIG. C.2: Courbes d'étalonnage des deux pots vibrant, (a) Brüel & Kjaer 4810, (b) LDS V406

Deux pots vibrants ont été utilisés durant la thèse. Le premier de marque Brüel & Kjaer (modèle 4810) développe une puissance maximale de 10 N dans la gamme de fréquences qui va du continu à 18 kHz. La courbe d'étalonnage du déplacement induit par le vibreur rapporté à la tension imposée en fonction de la fréquence est représentée sur la figure C.2-a. Un accéléromètre nous a permis de déterminer l'accélération communiquée au cylindre d'impact et d'en déduire le déplacement. Une fuite d'eau malencontreuse ayant endommagé ce vibreur, nous avons fait l'acquisition d'un vibreur de marque LDS (modèle V406) d'une puissance maximale de 98 N pour une gamme de fréquences de 5 Hz à 9 kHz. Le déplacement a été mesuré par imagerie vidéo. La courbe d'étalonnage est présentée sur la figure C.2-b. Dans chacun des cas, le déplacement dépend linéairement de la tension et évolue en loi de puissance pour des fréquences supérieures à 50 Hz.

## C.2 Vitesses des gouttes

La vitesse d'éjection des gouttes a été évaluée à partir d'une approche balistique. Le principe est de localiser le point de chute des gouttes connaissant le lieu d'éjection. Un réceptacle en forme de peigne, présenté sur la figure C.3, permet de mesurer une vitesse de goutte moyenne. Ce peigne, de 4 cm de large sur 50 cm de long, est placé sous la nappe et collecte les gouttes éjectées. Les cases de cet "histogrammeur" sont équidistantes, à chaque case correspond une vitesse. Soit  $x_i$  l'abscisse de la case numéro  $i$ ,  $z_i$  la hauteur du liquide contenu dans la case,  $H$  la distance verticale séparant la nappe et le haut du peigne et  $g$  la gravité. La vitesse correspondante est donnée par :

$$V_{gi} = x_i \sqrt{\frac{g}{2H}}, \quad (\text{C.1})$$

et la vitesse moyennée sur toute les cases :

$$\overline{V_g} = \frac{\sum_i z_i V_{gi}}{\sum_i z_i} \quad (\text{C.2})$$

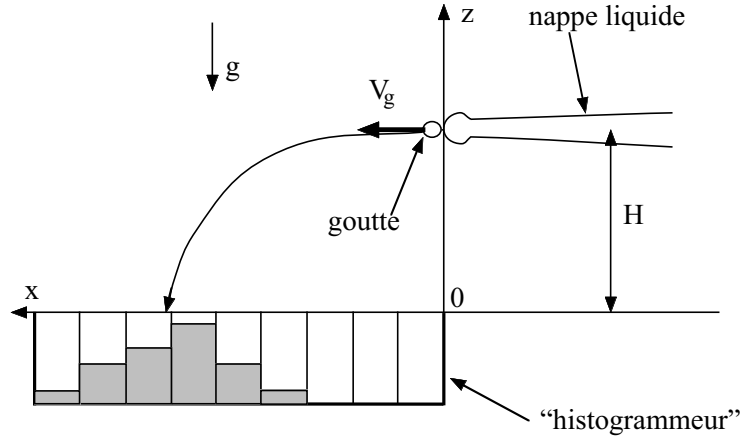


FIG. C.3: *Schéma de principe de la mesure de la vitesse d'éjection des gouttes.*

Nous avons fait ici l'approximation d'une éjection horizontale. L'erreur est d'autant plus grande que la vitesse et l'angle d'éjection sont importants. Dans notre cas, elle est au maximum égale à 20 %. Ce procédé simple est donc bien utile pour quantifier l'effet de la perturbation sur la vitesse moyenne des gouttes.



## C.3 Tailles des gouttes

### C.3.1 Acquisition

Le protocole expérimental utilisé pour la détection des gouttes a été élaboré par Philippe Marmottant durant sa thèse [60]. Il a étudié l'atomisation d'un jet liquide par un courant gazeux. Dans son cas, et dans le nôtre, la taille des gouttes est millimétrique à submillimétrique, une mesure des tailles de gouttes par analyse d'images vidéos est donc tout à fait appropriée.

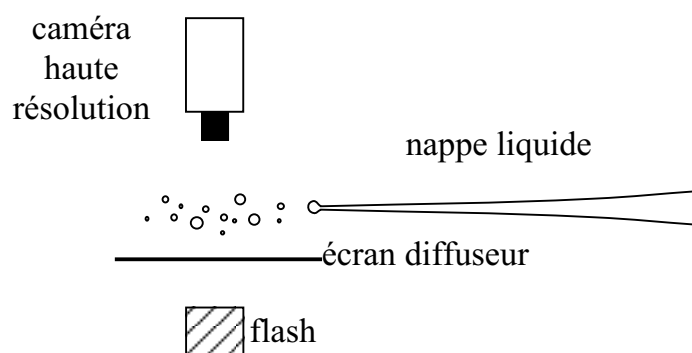


FIG. C.4: *Schéma du protocole expérimental de détection des gouttes.*

L'utilisation de la caméra haute résolution permet de résoudre la distribution en taille du spray. L'utilisation d'une lampe flash est nécessaire afin d'obtenir des images les plus contrastées possibles et pour pouvoir figer le mouvement des gouttes. Les gouttes sont émises dans un plan défini par la nappe puis chute sous l'effet de la gravité. L'observation est réalisée dans le plan de la nappe afin d'obtenir le plus grand nombre de gouttes sur une même image. Une lampe flash est placée sous la cuve en plexiglass de récupération d'eau. La caméra est positionnée en regard, et un écran diffuseur est placé entre le flash et la cuve, le schéma de l'expérience est présenté sur la figure C.4. Le flash est déclenché par la caméra afin de synchroniser l'éclairage et l'acquisition d'images.

### C.3.2 Traitement des images

Un exemple d'image avant traitement est présenté sur le premier cliché de la figure C.5. Le traitement commence par le calcul du gradient d'intensité autour de chaque pixel. Cette étape correspond à la deuxième image. Les images sont codées sur 256 niveaux de gris. On fixe ensuite un seuil sur ce gradient, troisième image. Etant donné que le gradient est relié à la distance

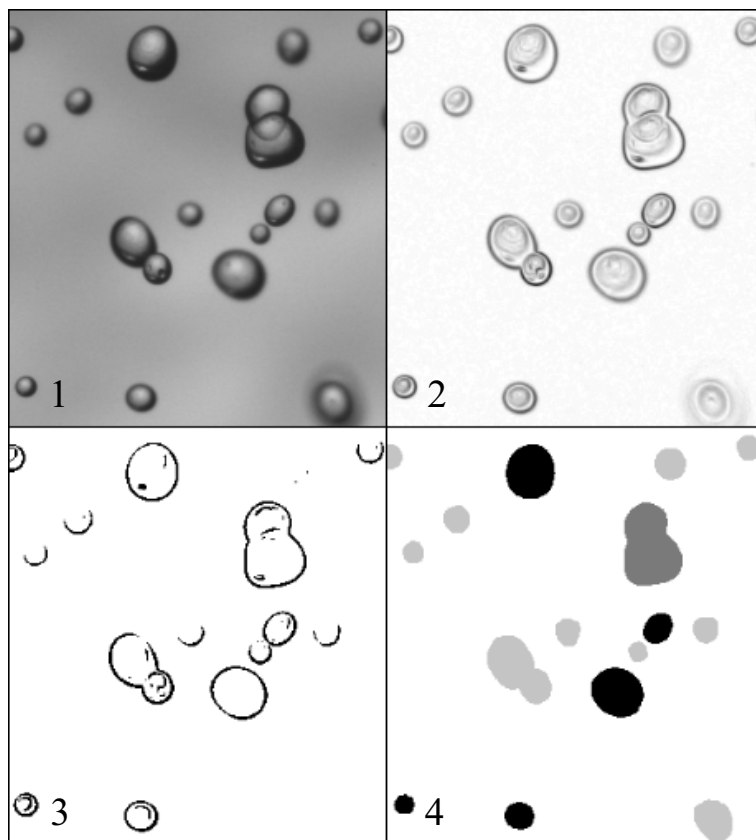


FIG. C.5: 1: Image initiale. 2: Gradient d'intensité autour de chaque pixel. 3: Seuil sur le gradient. 4: Marquage des gouttes, seules les gouttes en noir sont sélectionnées.

au plan focal [60], cette troisième étape permet d'éliminer les gouttes floues, on est ainsi de connaître avec précision l'échelle spatiale. On obtient finalement une image binaire. Toutes les gouttes potentielles sont représentées sur la dernière image. Les contours non fermés, correspondant à des gouttes floues ou touchant le bord colorées en gris clair, sont éliminés.

### C.3.3 Sélection des gouttes

L'aire, le périmètre et les coordonnées spatiales de chaque îlot de pixels sont sauvegardés dans un fichier. Les données sont ensuite traitées à l'aide d'un algorithme élaboré avec le logiciel Matlab. Le diamètre des gouttes est déterminé à partir de l'aire correspondant à la somme des pixels sombres voisins. La taille de la goutte correspond au diamètre de la boule ayant la même aire projetée sur le plan de focalisation. La superposition de plusieurs gouttes peut être assimilée à une seule goutte, et ainsi introduire un biais

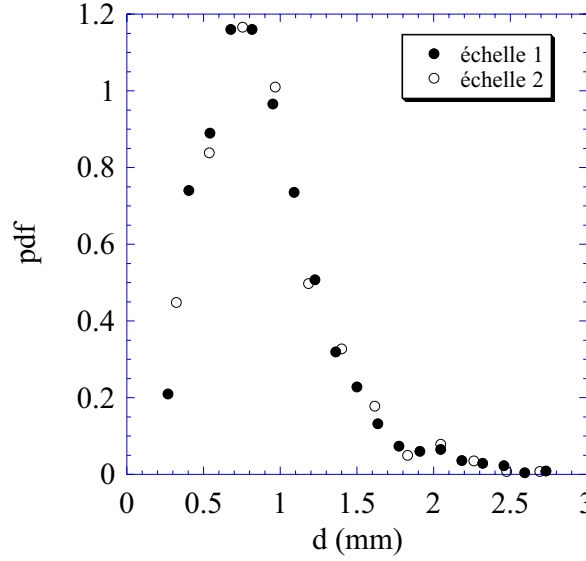


FIG. C.6: *Distribution des tailles de gouttes dans un spray formé par une nappe axisymétrique oscillante pour deux échelles spatiales dans un rapport égal à 2.*

dans l'évaluation de la distribution. Deux amas sont présents sur les images de la figure C.5. Un des deux amas possède un contour net, il est coloré en gris foncé sur la dernière image. Cet amas est donc sélectionné lors de la première étape. Le diamètre déduit de l'aire et celui issu de la mesure du périmètre sont comparés afin d'éliminer les amas. Cette différence sera plus grande dans le cas d'amas de gouttes. On réalise donc une autre sélection en fixant un écart relatif maximum entre ces deux diamètres. L'écart optimum est de 20 %. Il a été obtenu en comparant les gouttes sélectionnées à la main image par image et celles sélectionnées par l'algorithme avec ce critère.

Le seuil du gradient d'intensité dépend de la qualité de l'éclairage qui peut varier d'une expérience à l'autre. Plus le seuil est faible est plus l'algorithme détecte des gouttes, mais cela introduit des erreurs de calibration car la profondeur de champ augmente. Un bruit de fond résiduel lié au capteur de la caméra apparaît également. Si par contre le seuil est grand, alors la taille de l'espace observé est réduite et le nombre de petites gouttes détectées est diminué. En effet, pour un même écart au plan focal, les petites gouttes présentent un gradient de gris plus faible sur leur contour [60]. Le seuil est donc ajusté sur quelques images avant de lancer un traitement automatique sur plusieurs centaines d'images.

Il faut également tenir compte d'une taille critique en deçà de laquelle l'algorithme évalue mal la taille des gouttes, ce qui modifie la distribution des tailles. Avec la qualité des images obtenues, cette borne inférieure correspond

à des aires comprises entre 20 et 40 pixels.

Les distributions étant larges, la classe la plus grande correspond à un diamètre 4 fois plus élevé que la taille la plus probable, elles sont calculées à partir de 2 000 jusqu'à 10 000 événements. Un exemple est donné sur la figure C.6, il s'agit d'un spray formé par une nappe axisymétrique perturbée périodiquement. Les gouttes ont été mesurées pour deux échelles spatiales différentes. 10 pixels correspondent à 0.4 mm pour l'échelle 1, et à 0.2 mm pour la seconde échelle. Les échelles spatiales utilisées durant les expériences sont comprises entre ces deux bornes. Comme nous pouvons l'observer sur la figure C.6, la distribution des tailles de gouttes reste inchangée. La taille des images permet d'englober plusieurs sites d'éjection de gouttes.

## C.4 Epaisseur de film

L'étude de la centrifugation d'un film mince d'eau est présentée dans le chapitre 4. Le film est créé par l'impact d'un jet plan d'épaisseur  $h_j$  et de vitesse  $u_j$ , sur un cylindre en plexiglass, figure C.7. L'axe du cylindre est parallèle à l'ouverture de l'injecteur. L'épaisseur initiale du film est constante selon la direction  $x$  et équivaut à la moitié de l'épaisseur  $h_j$  du jet plan. Un réseau de bandes noires parallèles, imprimées sur une feuille en plastique de  $10\ \mu\text{m}$  d'épaisseur, est fixé sur le cylindre. L'épaisseur du film est déterminée à partir de la déformation de l'image du réseau à travers le système optique constitué du barreau en plexiglass et du film d'eau.

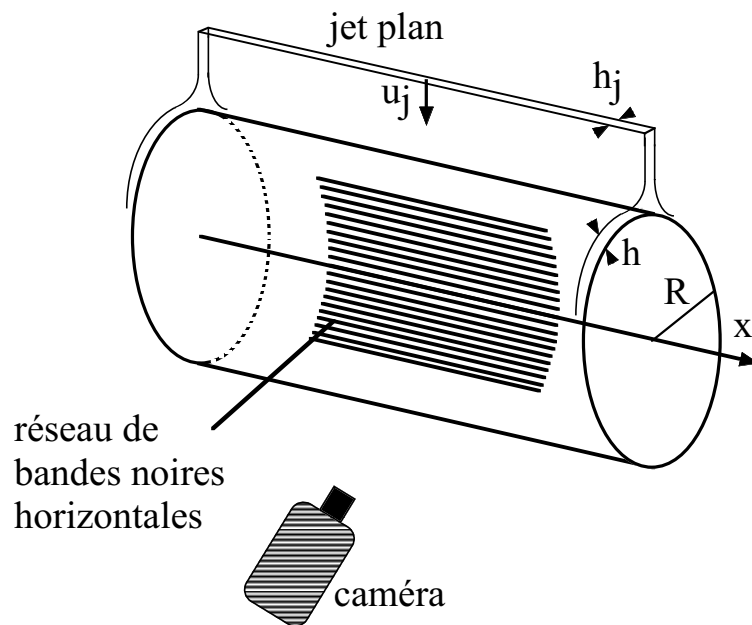


FIG. C.7: Schéma de l'expérience.

### C.4.1 Indice optique du plexiglass

Les cylindres sont en plexiglass, il s'agit du polyméthacrylate de méthyle (PPMA). L'indice optique de ce composé est mesuré par la déviation d'un faisceau laser, induite par le passage à travers un parallélépipède en plexiglass d'épaisseur  $e$ , figure C.8. Soit  $n_3$  l'indice de l'air et  $n_1$  celui du plexiglass,  $i$  l'angle d'incidence du faisceau et  $i'$  l'angle de transmission lors du passage du dioptré 3-1. La distance séparant l'intersection du faisceau réfracté sur un plan ( $P$ ) perpendiculaire au faisceau et celle du faisceau non réfracté, est notée  $d$ . Les deux faisceaux sont parallèles. L'angle  $i'$  se déduit

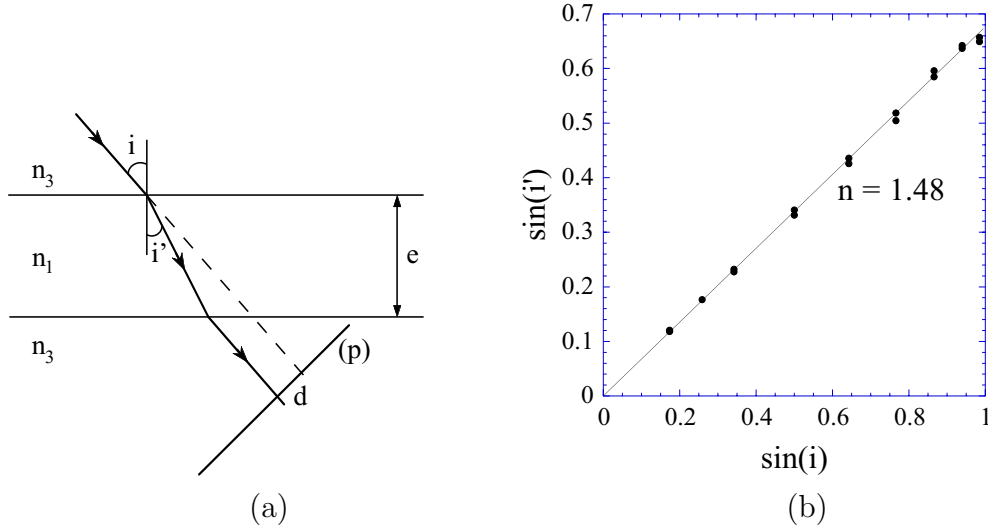


FIG. C.8: (a) Principe de mesure de l'indice du plexiglass. (b) Sinus de l'angle réfracté en fonction du sinus de l'angle incident.

de la mesure de  $d$  par la relation :

$$i' = \arctan\left(\tan i - \frac{d}{e \cos i}\right) \quad (\text{C.3})$$

L'indice de l'air étant égal à 1, le rapport des sinus de  $i'$  et  $i$  correspond à l'indice  $n_1$  du PPMA. Les mesures sont reportées sur le graphique de la figure C.8. L'indice mesuré est égal à  $1.48 \pm 0.01$ .

### C.4.2 Grandissements

Intéressons nous d'abord au cas sans eau correspondant au schéma (a) de la figure C.9. Il s'agit d'une loupe cylindrique d'indice  $n_1$  baignant dans un milieu d'indice  $n_3$ . Nous nous plaçons dans l'approximation de Gauss, c'est-à-dire pour des angles faibles. Les dimensions verticales sur le schéma sont exagérées. Considérons un objet placé au niveau du premier dioptré, au point  $E$ . Un rayon lumineux passant par ce point fait un angle  $i_1$  avec l'axe optique, il ressort au point  $S$  sur le cercle et fait un angle  $i_3$  avec la normale. La relation de Descartes-Snell s'écrit :  $n_1 i_1 = n_3 i_3$ . L'image de cet objet est virtuelle et se trouve au point  $I$  à une distance  $L$  du centre optique  $C$ . L'intersection des plans principaux avec l'axe optique  $x$  ainsi que les points nodaux sont confondus avec le centre  $C$  du cercle [74]. Le grandissement transversal  $G_0$  est alors :

$$(L + R)(2i_1 - i_3) = 2Ri_1 \quad \Rightarrow \quad G_0 = \frac{L}{R} = \frac{n_1}{2n_3 - n_1} \quad (\text{C.4})$$

D'après la mesure de l'indice du plexiglass, le grandissement est de  $2.85 \pm 0.08$ .

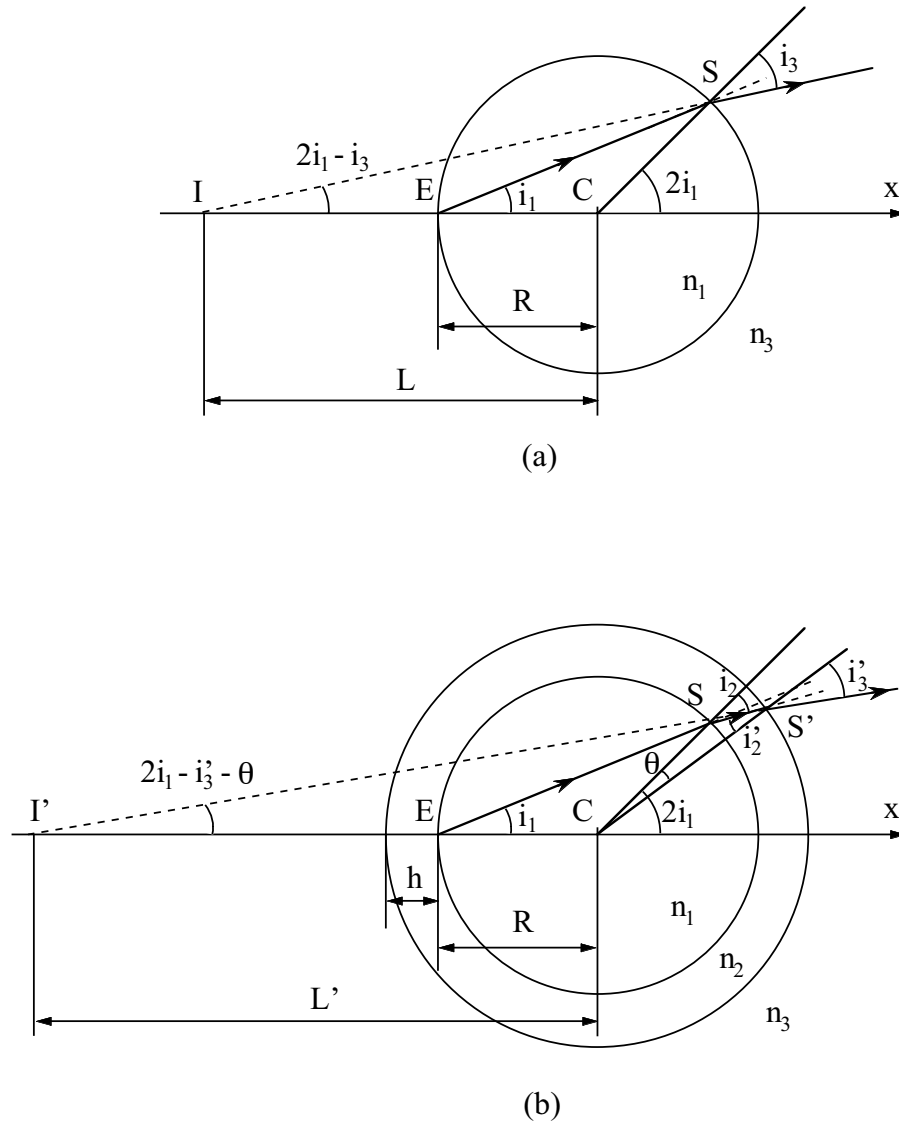


FIG. C.9: Schémas optiques des systèmes centrés formés par le cylindre seul, (a), et le cylindre en présence d'un film d'eau, (b).

Ajoutons une couche d'épaisseur  $h$  d'un milieu d'indice optique  $n_2$ , schéma (b). Le rayon lumineux émerge maintenant au point  $S'$ . Soit  $\theta$  la différence de position angulaire des points  $S$  et  $S'$  repérés dans la base cylindrique centrée en  $C$ . Le rayon est d'abord réfracté d'un angle  $i_2$  par rapport à la normale au passage du dioptré séparant les milieux 1 et 2. On a donc :

$$(R + h)\theta \simeq h i_2 \quad (\text{C.5})$$

Le rayon traverse ensuite le dioptré séparant les milieux 2 et 3. Soient  $i_2'$  et

$i'_3$  les angles d'incidence et de transmission.

$$\begin{cases} i'_2 = i_2 - \theta \\ n_2 i'_2 = n_3 i'_3 \end{cases} \Rightarrow i'_3 = \frac{n_1}{n_3} \frac{R}{R+h} i_1 \quad (\text{C.6})$$

L'image d'un objet placé en  $E$  se trouve en  $I'$  à une distance  $L'$  du centre  $C$  du cercle. L'approximation aux petits angles nous permet d'écrire :

$$(L' + R + h)(2i_1 - i'_3 - \theta) \simeq (R + h)(2i_1 - \theta) \quad (\text{C.7})$$

La position de l'image est donnée par :

$$L' = \frac{n_1/n_3(1 + h/R)}{2 - n_1/n_3 + (2 - n_1/n_2)h/R} R \quad (\text{C.8})$$

Les épaisseurs de film considérées sont millimétriques et les cylindres ont un rayon de l'ordre de la dizaine de centimètres, le rapport  $h/R$  est donc faible, ce qui nous permet de développer la relation (C.7) au premier ordre en  $h/R$ . Le grandissement transversal de ce système est ainsi donné par :

$$G = \frac{L'}{R} = G_0 \left( 1 + \frac{n_1(n_3 - n_2)}{n_2(2n_3 - n_1)} \frac{h}{R} \right) \quad (\text{C.9})$$

L'indice  $n_2$  de l'eau étant égale à 1.33, le grandissement dans la configuration étudiée est égal à :

$$\frac{G}{G_0} = \left( 1 - 0.7 \frac{h}{R} \right) \quad (\text{C.10})$$

L'image d'un objet placé sur le cylindre est mesurée avec et sans eau, figure C.10-a. Cet objet est une feuille plastique de 10 micromètres d'épaisseur sur laquelle est imprimé un réseau de bandes noires parallèles espacées de 0.7 mm. Le grandissement  $G_0$  dû au cylindre seul est égal à 3, ce qui équivaut à un écart de 5 % par rapport à la valeur théorique. La vitesse du jet est réglée de telle sorte que le taux de croissance de l'instabilité reste faible afin de conserver l'épaisseur initiale sur la plus grande région possible. La figure C.10-b présente la mesure du grandissement pour trois épaisseurs de jet (0.4, 1.4 et 2 mm), en fonction de la relation (C.10). Cette loi est vérifiée pour les trois épaisseurs  $h$  du film (0.2, 0.7 et 1 mm).



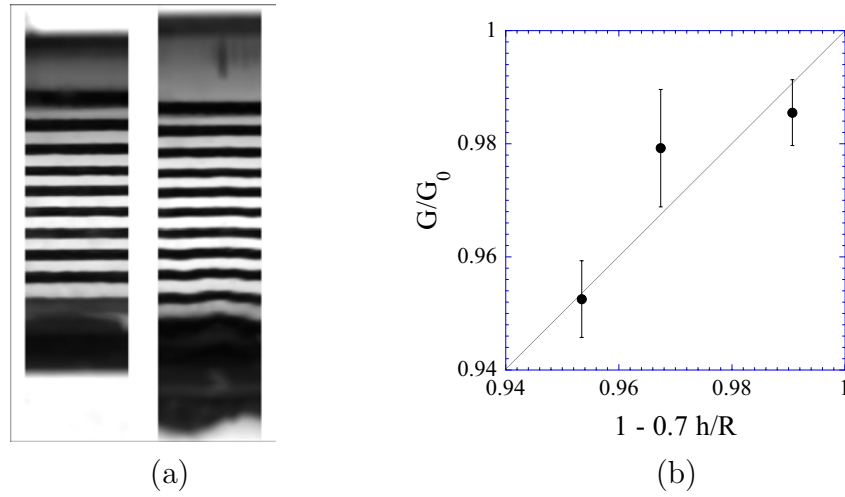


FIG. C.10: (a) Image d'un réseau périodique de bandes parallèles vue à travers le cylindre seul, à gauche, et en présence d'un film d'eau, à droite. (b) Rapport du grandissement avec l'eau sur le grandissement initial du cylindre en fonction de la relation (C.10) pour trois épaisseurs  $h_j$  du jet plan : 0.4, 1.4 et 2 mm.



## Bibliographie

- [1] ANDERSON W. E., RYAN H. M. & SANTORO R. J. (1995) Impinging jet injector atomization. Dans: *Liquid rocket engine combustion instability*, vol. 169. AIAA.
- [2] ASARE H. R., TAKAHASHI R. K. & HOFFMAN M. A. (1981) Liquid sheet jet experiments: comparison with linear theory. *Trans. ASME: J.Fluids Engng*, **103**, 395–604.
- [3] BACK L. H., CUFFEL R. F. & MASSIER P. F. (1969) Laminarization of a turbulent boundary layer in nozzle flow. *AIAA Journal*, **7**, 730–733.
- [4] BAYVEL L. & ORZECOWSKI Z. (1993) *Liquid atomization*. Taylor&Francis.
- [5] BOGY D. B. (1979) Drop formation in a circular liquid jet. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **11**, 207.
- [6] BROUILLETTE M. (2002) The Richtmyer-Meshkov instability. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **34**, 445–468.
- [7] CHANDRASEKHAR S. (1961) *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*. New York: Dover publication.
- [8] CHOO Y. J. & KANG B. S. (2001) Parametric study on impinging-jet liquid sheet thickness distribution using an interferometric method. *Exp. Fluids*, **31**, 56–62.
- [9] CHOO Y. J. & KANG B. S. (2002) The velocity distribution of the liquid sheet formed by two low-speed impinging jets. *Phys. Fluids*, **14**, 622–627.
- [10] CLANET C. (2001) Dynamics and stability of water bells. *J. Fluid Mech.*, **430**, 111–147.
- [11] CLANET C. & VILLERMAUX E. (2002) Life of a smooth liquid sheet. *J. Fluid Mech.*, **462**, 307–340.

- [12] CLARK D. J. & DOMBROWSKI N. (1972) On the formation of drops from the rims of fan spray sheets. *J. Aerosol Sci.*, **3**, 173–183.
- [13] CRAPPER G. D., DOMBROWSKI N., JEPSON W. P. & PYOTT G. A. D. (1973) A note on the growth of Kelvin-Helmholtz waves on thin liquid sheets. *J. Fluid Mech.*, **57**, 671–672.
- [14] CULICK F. E. C. (1960) Comments on a ruptured soap film. *J. Appl. Phys.*, **31**, 1128.
- [15] DE GENNES P. G., BROCHART-WYART F. & QUÉRÉ D. (2002) *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Belin.
- [16] DIRAC P. A. M. (1958) *The principles of quantum mechanics*. Oxford University Press.
- [17] DOMBROWSKI N. & FRASER R. P. (1954) A photographic investigation into the disintegration of liquid sheets. *Phil. Trans. A*, **247**, 101–130.
- [18] DOMBROWSKI N. & HOOPER P. C. (1963) A study of the sprays formed by impinging jets in laminar and turbulent flow. *J. Fluid Mech.*, **18**, 392–400.
- [19] DOMBROWSKI N. & JONHS W. R. (1963) The aerodynamics instability and disintegration of viscous liquid sheets. *Chem. Eng. Sci.*, **18**, 203–214.
- [20] DOMBROWSKI N., HASSON D. & WARD D. E. (1960) Some aspects of liquid through fan spray nozzles. *Chem. Eng. Sci.*, **12**, 35–50.
- [21] DOUADY S. (1990) Experimental study of the Faraday instability. *J. Fluid Mech.*, **221**, 383–409.
- [22] DUPRÉ A. (1868) Théorie mécanique de la chaleur. *Ann. de chim. Phys.*, **11**, 194.
- [23] EISENKLAM P. (1961) Atomisation of liquid fuel for combustion. *J. Inst. fuel*, **0**, 130–143.
- [24] EISENKLAM P. (1964) On ligament formation from spinning disks and cups. *Chem. Eng. Sci.*, **19**, 693–694.
- [25] FARAGO Z. & CHIGIER N. (1991) Morphological classification of disintegration of round liquid jets in a coaxial air stream. *Atom. and Sprays*, **2**, 137–153.
- [26] FELLER W. (1971) *An introduction to probability theory and its applications*. Wiley.

- 
- [27] FRASER R. P., EISENKLAM P., DOMBROWSKI N. & HASSON D. (1962) Drop formation from rapidly moving liquid sheet. *A.I.Ch.E. Journal*, **8**, 672–680.
- [28] FRIEDLANDER S. K. (2000) *Smoke, dust and haze*. Oxford University press.
- [29] FUNFSCHILLING D., PLAUT E. & SKALI LAMI S. (2001) Etude expérimentale des instabilités des jets liquides plans. *Compte rendu du XVème congrès français de mécanique, Nancy*, **635**.
- [30] GASTER M. (1962) A note on the relation between temporally-increasing and spatially-increasing disturbances in hydrodynamic stability. *J. Fluid Mech.*, **14**, 222–224.
- [31] GOODRIDGE C. L., SHI W. T. & LATHROP D. P. (1996) Threshold dynamics of singular gravity-capillary waves. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 1824–1826.
- [32] HAGERTY W. W. & SHEA J. F. (1955) A study of the stability of plane fluid sheets. *J. Appl. Mech.*, **22**, 509–514.
- [33] HARKINS W. D. & BROWN F. E. (1919) The determination of surface tension (free surface energy), and the weight of falling drops: the surface tension of water and benzene by the capillary height method. *J. Am. Chem. Soc.*, **41**, 499–524.
- [34] HASHA A. E. & BUSH J. W. M. (2002) Fluid fishbones. *Phys. Fluids: Gallery of fluid Motion*, **14**, 8.
- [35] HASSON D. & PECK R. E. (1964) Thickness distribution in a sheet formed by impinging jets. *AIChE J.*, **10**, 752–754.
- [36] HEIDMANN M. F., PRIEM R. J. & HUMPHREY J. C. (1957) A study of sprays formed by two impacting jets. *N.A.C.A. Tech. note n ° 3835*.
- [37] HENDERSON L. F. (1989) On the refraction of shock waves. *J. Fluid Mech.*, **198**, 365–386.
- [38] HINZE J. O. & MILBORN H. (1955) Atomization of liquid by means of a rotating cup. *Trans. ASME: J. Appl. Mech.*, **17**, 145–153.
- [39] HO C. M. & HUERRE P. (1984) Perturbed free shear layers. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **16**, 365–424.
- [40] HOYT J. W. & TAYLOR J. (1977) Waves on water jets. *J. Fluid Mech.*, **83**, 119–.

- [41] HUANG J. C. P. (1970) The break-up of axisymmetric liquid sheets. *J. Fluid Mech.*, **43**, 305–319.
- [42] IBRAHIM E. A. & PRZEKOWAS A. (1991) Impinging jets atomization. *Phys. Fluids A*, **3**, 2981–2987.
- [43] KELLER J. B. (1983) Breaking of liquid films and threads. *Phys. Fluids*, **26**, 3451–3453.
- [44] KELLER J. B. & KOLODNER I. (1954) Instability of liquid surfaces and the formation of drops. *J. Appl. Phys.*, **25**, 918–921.
- [45] KELVIN L. (1871) Hydrokinetic solutions and observations. *Philosophical magazine*, **42**, 362–377.
- [46] KRICHEVSKY O. & STAVANS J. (1994) Surfactant-polymer interactions in freely suspended lyotropic films. *Phys. Rev. Lett.*, **73**, 696–699.
- [47] LAMB H. (1932) *Hydrodynamics, 6ème édition*. Cambridge University Press.
- [48] LANDAU L. & LIFCHITZ E. (1989) *Physique théorique, tome 6: Mécanique des fluides*. Mir.
- [49] LANG R. J. (1962) Ultrasonic atomization of liquids. *J. Acoust. Soc. Am.*, **34**, 6–8.
- [50] LE MASSON G. (2002) *Rapport de projet personnel: impact d'un jet d'eau sur un barreau cylindrique*. E.N.S.T.A.
- [51] LEFEBVRE A. H. (1989) *Atomization and sprays*. Hemisphere.
- [52] LESPINARD G. (1965) *Réduction des irrégularités de l'écoulement en soufflerie*. Tech. rept. Laboratoire de mécanique des fluides, Grenoble.
- [53] LESPINARD G. (1968) *Contribution à l'étude de la transition de la couche limite: effet de l'aspiration pariétale*. Ph.D. thesis, Université de Grenoble.
- [54] LEWIS D. J. (1950) The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their plane.II. *Proc. R. Soc. Lond. A*, **202**, 81–96.
- [55] LIMAT L. (1993) Instabilité d'un liquide suspendu sous un surplomb solide: influence de l'épaisseur de la couche. *C. R. Acad. Sci. II*, **317**, 563–568.

- [56] LONGUET-HIGGINS M. S. (1983) Bubbles breaking waves and hyperbolic jets at free surface. *J. Fluid Mech.*, **127**, 103–121.
- [57] LOZANO A., GARCIA-OLIVARES A. & DOPAZO C. (1998) The instability growth leading to a liquid sheet break up. *Phys. Fluids*, **10**, 2188–2197.
- [58] MANSOUR A. & CHIGIER N. (1990) Disintegration of liquid sheets. *Phys. Fluids A*, **2**, 706–719.
- [59] MARKSTEIN G. H. (1957) Flow disturbances induced near a slightly wavy contact surface or flame front, traversed by a shock wave. *J. Aero. Sci.*, **24**, 238–239.
- [60] MARMOTTANT P. (2001) *Atomisation d'un liquide par un courant gazeux*. Ph.D. thesis, L.E.G.I. Grenoble.
- [61] MARMOTTANT P. & VILLERMAUX E. (2003) On spray formation. *J. Fluid Mech.*, **0**, 0–0.
- [62] MARMOTTANT P., VILLERMAUX E. & CLANET C. (2000) Transient surface tension of an expanding liquid sheet. *J. Colloid Interface*, **230**, 29–40.
- [63] MCENTEE W. R. & MYSELS K. J. (1969) The bursting of soap films. I. An experimental study. *J. Phys. Chem.*, **73**, 3018–3028.
- [64] MCENTEE W. R. & MYSELS K. J. (1969) The bursting of soap films. II. Theoretical considerations. *J. Phys. Chem.*, **73**, 3028–3038.
- [65] MEIER G. E. A., KLOPPER A. & GRABITZ G. (1992) The influence of kinematic waves on jet break down. *Exp. in Fluids*, **12**, 173–180.
- [66] MESHKOV E. E. (1969) Instability of the interface of two gases accelerated by a shock wave. *Sov. Fluid Dyn.*, **4**, 101–108.
- [67] MIESSE C. C. (1957) The effect of ambient pressure oscillations in the disintegration and dispersion of a liquid jet. *Jet Propulsion*.
- [68] MILES J. & HENDERSON D. (1990) Parametrically forced surface waves. *Ann. Rev. Fluids Mech.*, **22**, 143–165.
- [69] MILLER K. D. (1960) Distribution of spray from impinging liquid jets. *J. Appl. Phys.*, **31**, 1132–1133.
- [70] NABER J. D. & REITZ R. D. (1988) Modeling engine spray/wall impingement. *SAE Paper*, 880107.

- [71] PANDIT A. B. & DAVIDSON J. F. (1990) Hydrodynamics of the rupture of thin liquid films. *J. Fluid Mech.*, **212**, 11–24.
- [72] PLATEAU J. (1873) *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*. Paris, Gauthiers Villars.
- [73] POULIQUEN O., CHOMAZ J. & HUERRE P. (1994) Propagating holmboe waves at the interface between two immiscible fluids. *J. Fluid Mech.*, **266**, 277–302.
- [74] PÉREZ J. P. (1994) *Optique géométrique et ondulatoire, 4ème édition*. Masson.
- [75] RANZ W. E. (1959) Some experiments on the dynamics of liquid films. *J. Appl. Phys.*, **30**, 1950.
- [76] RAYLEIGH L. (1879) On the capillary phenomena of jets. *Proc. R. Soc. Lond.*, **29**, 71–97.
- [77] RAYLEIGH L. (1880) On the stability, or instability of certain fluid motion. *Proc. Lond. Math. Soc.*, **11**, 57.
- [78] RAYLEIGH L. (1883) Investigation of the character of the equilibrium of an incompressible heavy fluid of variable density. *Proc. R. Soc. Lond.*, **14**, 170–177.
- [79] RAYNAL L. (1997) *Instabilité et entraînement à l'interface d'une couche de mélange liquide-gaz*. Ph.D. thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- [80] RICHTMYER R. D. (1960) Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids. *Comm. Pure Appl. Math.*, **8**, 297–319.
- [81] RYAN H. M., NDERSON W. E. END PAL S. & SANTORO R. J. (1995) Atomization characteristics of impinging liquid jets. *J. Prop. and Power*, **11**, 135–145.
- [82] SAVART F. (1833) Mémoire sur la constitution des veines liquides lancées par des orifices circulaires en mince paroi. *Ann. de chim.*, **53**, 337–398.
- [83] SAVART F. (1833) Mémoire sur le choc de deux veines liquides animées de mouvements directement opposés. *Ann. de chim.*, **55**, 257–310.
- [84] SAVART F. (1833) Mémoire sur le choc d'une veine liquide lancée sur un plan circulaire. *Ann. de chim.*, **54**, 56–87.
- [85] SAVART F. (1833) Suite du mémoire sur le choc d'une veine liquide lancée sur un plan circulaire. *Ann. de chim.*, **54**, 113–145.



- 
- [86] SHEN Y. B. & POULIKAKOS D. (1998) Thickness variation of liquid sheet formed by two impinging jets using holographic interferometry. *J. Fluids Eng.*, **120**, 482–487.
- [87] SIMMONS H. C. (1977) The correlation of drop-size distributions in fuel nozzle sprays. Part I: the drop-size/volume-fraction distribution. *J. Eng. Power*, **7**, 309–314.
- [88] SIMMONS H. C. (1977) The correlation of drop-size distributions in fuel nozzle sprays. Part II: the drop-size/number distribution. *J. Eng. Power*, **7**, 315–319.
- [89] SQUIRE H. B. (1953) Investigation of the stability of a moving liquid film. *British J. Appl. Physics*, **4**, 167–169.
- [90] TAYLOR G. I. (1950) The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their plane.I. *Proc. R. Soc. Lond. A*, **201**, 192–196.
- [91] TAYLOR G. I. (1959) The dynamics of thin sheets of fluid I. Water bells. *Proc. R. Soc. Lond.*, **253**, 289–295.
- [92] TAYLOR G. I. (1959) The dynamics of thin sheets of fluid II. Waves on fluid sheets. *Proc. R. Soc. Lond.*, **253**, 296–312.
- [93] TAYLOR G. I. (1959) The dynamics of thin sheets of fluid III. Disintegration of fluid sheets. *Proc. R. Soc. Lond.*, **253**, 313–321.
- [94] TAYLOR G. I. (1960) Formation of thin flat sheets of water. *Proc. R. Soc. Lond.*, **259**, 1–17.
- [95] VILLERMAUX E. (1998) Mixing and spray formation in coaxial jets. *J. Prop. and Power*, **14**, 807–817.
- [96] VILLERMAUX E. (1998) On the role of viscosity in shear instabilities. *Phys. Fluids*, **10**, 368–373.
- [97] VILLERMAUX E. & CLANET C. (2002) Life of a flapping liquid sheet. *J. Fluid Mech.*, **462**, 341–363.
- [98] VILLERMAUX E., MARMOTTANT P. & DUPLAT J. (2003) Ligament mediated drop formation. *Soumis à Phys. Rev. Let.*
- [99] VON HELMHOLTZ H. (1868) On discontinuous movements of fluids. *Philosophical magazine*, **36**, 337–346.

- [100] VUKASINOVIC B., GLEZER A. & SMITH M. K. (2000) Vibration-induced droplet atomization. *Phys. Fluids: Gallery of fluid Motion*, **12**, 12.
- [101] WATSON E. J. (1964) The radial spread of a liquid jet over a horizontal plane. *J. Fluid Mech.*, **20**, 481–499.
- [102] WEBER C. (1931) Disintegration of liquid jets. *Z. Angew. Math. Mech.*, **11**, 136–159.
- [103] WEIHS D. (1978) Stability of thin, radially moving liquid sheets. *J. Fluid Mech.*, **87**, 289–298.
- [104] YANG V. & ANDERSON W. (1995) *Liquid rocket engine combustion instability*. Vol. 169. AIAA.
- [105] YORK J. L., STUBBS H. E. & TEK M. R. (1953) The mechanism of disintegration of liquid sheets. *Trans. ASME*, 1279–1286.

---

## STABILITY AND ATOMIZATION OF LIQUID SHEETS

---

### ABSTRACT

The atomization of a liquid sheet into dispersed droplets is a widespread phenomenon embracing many natural and industrial processes. This experimental study is devoted to the understanding of break-up mechanisms. Two regimes are considered.

The first one corresponds to a stable state, the sheet stays smooth. The studied sheet is formed by the impact of two round jets at an angle. It is discovered that a coupling between the sheet thickness modulations and capillary destabilization of the rim leads to drops formation. This thickness perturbations are due to the injection conditions which govern the sheet fragmentation.

Because of the velocity difference between the water and the air, a shear instability develops at the interface liquid/gas and antisymmetrical waves propagate along the sheet. This second regime is studied by axisymmetric, radially expanding sheets formed by the impact of a liquid jet on a solid surface which oscillates vertically. The waves features created by the impact rod oscillation (velocity, amplitude, ...) are well described by a linear stability analysis. Liquid is submitted to a transient acceleration imposed by the surface undulations. This trigs a Rayleigh-Taylor instability leading to azimuthal thickness modulations. The thickness field governs the rim shape which exhibits cusps, or indentations at the tip of which ligaments emerge and break into drops. A model including the developpement of both instabilities allows us to predict the atomisation characteristics (sheet size, drops velocity and size).

Other experimental configurations involving accelerations and sheets thickness modulations are also investigated.

---

### KEYWORDS

atomization, liquid sheets, drops, interfacial instabilities

---

---

## **STABILITE ET ATOMISATION DES NAPPES LIQUIDES**

---

### **RESUME**

L'atomisation d'un liquide par l'intermédiaire d'une nappe est un phénomène fréquemment rencontré dans la nature, ainsi que dans un contexte industriel tel que la formation de sprays de combustibles dans les moteurs. Cette étude expérimentale vise à rendre compte des mécanismes de brisure des lames liquides. Deux régimes de nappes sont ici considérés.

Le premier correspond à un état stable pour lequel la nappe reste plane. Cet état est étudié à l'aide d'un dispositif formant des nappes par collision de jets cylindriques. Un couplage entre des modulations d'épaisseur de la nappe et la déstabilisation capillaire du bord libre conduisant à la formation des gouttes est mis en évidence. Ces modulations d'épaisseur sont dues aux conditions d'injection et pilotent la fragmentation de la nappe.

Lorsque la vitesse d'écoulement dans la nappe est augmentée, une instabilité de cisaillement avec l'air se développe et la nappe se met à battre tel un drapeau. Ce second régime est étudié à partir d'une nappe formée par la collision normale d'un jet rond sur un cylindre solide pouvant osciller verticalement. Les caractéristiques des ondes générées par l'oscillation du point d'impact (vitesse, amplitude, . . . ) sont correctement prédites par une analyse linéaire. Les ondulations de la surface imposent une accélération transitoire au liquide. Cette situation est instable au sens de Rayleigh-Taylor et conduit à des modulations d'épaisseur transverses à l'écoulement. La modification du champ d'épaisseur conditionne la morphologie du bord libre, qui est constitué d'indentations à l'extrémité desquelles des ligaments sont formés et se brisent en gouttes. Un modèle incluant le développement des deux instabilités permet de rendre compte de la caractérisation de la fragmentation de la nappe (lieu de brisure, vitesse et taille des gouttes).

Enfin, d'autres situations expérimentales mettant en jeu des accélérations et des modulations d'épaisseur sur des nappes liquides sont également envisagées.

---

### **SPECIALITE**

Systèmes complexes

---

### **MOTS-CLES**

atomisation, nappes liquides, gouttes, instabilités interfaciales

---

**Institut de Recherche sur les Phénomènes Hors Equilibre**  
**BP 146 , Technopôle de Château-Gombert 13384 MARSEILLE**  
**Cedex 13**